Wielowymiarowe i antenowe techniki dla 6G

Komunikacja bezprzewodowa cierpi na głębokie zaniki sygnału z powodu destrukcyjnej superpozycji wielu składowych sygnału docierających do odbiornika z różnych ścieżek propagacji. Powoduje to szereg ciągłych błędnych symboli, które są głównym źródłem słabej wydajności transmisji bezprzewodowej. Motywuje nas to do wykorzystywania różnych technik różnorodności, które przenoszą identyczne informacje przez niezależnie zanikające ścieżki, a niezawodna komunikacja jest osiągana, o ile jedna ze ścieżek jest dobra. Ze względu na ograniczenia zasobów czasu i częstotliwości, różnorodność czasu i częstotliwości nie jest optymalnym wyborem. Dlatego różnorodność przestrzenna, znana również jako różnorodność anten, która jest realizowana przez proste dodanie układu antenowego do nadajnika lub odbiornika bez utraty cennych zasobów radiowych, staje się atrakcyjna. Różnorodność przestrzenna może być dalej podzielona na różne formy: łączenie odbioru, które wykorzystuje wiele anten w odbiorniku do radzenia sobie z niezależnymi zanikającymi sygnałami, różnorodność transmisji wykorzystująca wiele anten nadawczych do przenoszenia identycznych informacji w domenie czasoprzestrzennej oraz wybór anteny nadawczej, który oportunistycznie wybiera najlepszy kanał. Gdy sieć antenowa ma wiele anten o małym odstępie między antenami i bez polaryzacji, ścieżki sygnału odpowiadające różnym antenom są silnie skorelowane. W takim przypadku różnorodność przestrzenna nie jest dostępna. Dlatego też kształtowanie wiązki można zastosować w celu uzyskania wzmocnienia mocy poprzez skierowanie wiązki w celu skoncentrowania energii w pożądanym kierunku lub złagodzenia sygnałów zakłócających. W środowiskach o dużym rozproszeniu, użycie wielu anten zarówno w nadajniku, jak i odbiorniku umożliwia dodatkowy stopień swobody poprzez multipleksowanie przestrzenne równoległych strumieni danych. Pojemność takiego kanału MIMO wzrasta liniowo wraz z liczbą anten, podczas gdy pojemność kanału różnorodności przestrzennej lub kształtowania wiązki wzrasta tylko w skali logarytmicznej.

Ta część skupi się na podstawach transmisji wieloantenowej, składających się z

- Podstaw różnorodności przestrzennej i jej szczególnych zalet.
- Łączenie wielu sygnałów przestrzennych w odbiorniku w celu uzyskania różnorodności odbioru poprzez łączenie o maksymalnym współczynniku, łączenie selekcji i łączenie o równym wzmocnieniu.
- Projekt kodowania przestrzenno-czasowego, w tym kody kratowe przestrzenno-czasowe, kody Alamoutiego i kody blokowe przestrzenno-czasowe, w celu zapewnienia różnorodności transmisji.

• Konwencjonalne formowanie wiązki na wysoce skorelowanych tablicach antenowych i kodowanie wstępne pojedynczego strumienia na tablicach o niskiej skorelowanej mocy w celu uzyskania wzmocnienia mocy lub tłumienia zakłóceń.

• Zasada i zalety wyboru anteny transmisyjnej.

• Podstawy MIMO typu punkt-punkt lub MIMO pojedynczego użytkownika w celu uzyskania wzmocnienia multipleksowania przestrzennego. Kodowanie wstępne MIMO w nadajniku i typowe metody wykrywania MIMO (tj. dekodowanie liniowe i sukcesywne usuwanie zakłóceń).

Różnorodność przestrzenna

W porównaniu z kanałem z szumem gaussowskim Additive White (AWGN), kanał bezprzewodowy cierpi na głębokie zaniki spowodowane destrukcyjną kombinacją replik sygnału docierających z różnych ścieżek propagacji. Głębokie zaniki powodują kolejne błędy symboli i bitów z powodu bardzo niskiego stosunku sygnału do szumu (SNR), który jest głównym źródłem słabej wydajności komunikacji bezprzewodowej. Motywuje nas to do wykorzystania różnych technik różnorodności w celu poprawy

wydajności. Podstawową ideą różnorodności jest przesyłanie sygnałów, które przenoszą identyczne informacje przez wiele ścieżek sygnałowych, z których każda zanika niezależnie. Zapewnia to, że odbiornik uzyskuje wiele niezależnych replik sygnału, a niezawodna komunikacja jest osiągana, o ile jedna z replik jest silna. Istnieje wiele podejść do osiągnięcia różnorodności. Różnorodność w przedziałach czasowych, nazywana różnorodnością czasową, można uzyskać poprzez kodowanie i przeplatanie. Bity informacji są kodowane, a zakodowane symbole są rozpraszane w wielu okresach koherencji poprzez przeplatanie, tak aby różne części słowa kodowego doświadczały niezależnych zaników. Analogicznie, można również wykorzystać różnorodność częstotliwości, jeśli kanał jest wystarczająco szeroki, aby wykazywać selektywność częstotliwościową. Techniki, takie jak wyrównywanie pojedynczej nośnej, bezpośrednie sekwencyjne widmo rozproszone i ortogonalne multipleksowanie z podziałem częstotliwości (OFDM), są konwencjonalnymi sposobami poprawy wydajności poprzez wykorzystanie różnorodności częstotliwości. Alternatywnie możemy zbadać różnorodność przestrzenną lub różnorodność anten, używając wielu anten nadawczych lub odbiorczych, jeśli są odpowiednio rozmieszczone lub spolaryzowane. W sieci komórkowej różnorodność makro lub różnorodność wielu użytkowników może być wykorzystana przez fakt, że kanały między stacją bazową a wieloma użytkownikami są różne. System bezprzewodowy zazwyczaj wykorzystuje kilka różnych typów różnorodności, aby osiągnąć lepszą wydajność. W komunikacji bezprzewodowej niektóre zasoby radiowe są cenne, tj. czas i częstotliwość, które są ograniczone i trudne do wytworzenia w określonej lokalizacji sztucznie. Różnorodność czasowa marnuje zasoby czasu, powtarzając identyczne informacje w wielu przedziałach czasowych. Ponadto przeplatanie i kodowanie w kilku okresach koherencji zwiększają opóźnienie systemu, co może być niedopuszczalne w przypadku aplikacji wrażliwych na opóźnienia, gdy czas koherencji kanału jest duży. Identyczna wada występuje w różnorodności częstotliwości, np. sygnał wąskopasmowy zajmuje szerokie pasmo w technikach rozproszonego widma. Różnorodność przestrzenną można uzyskać, dodając układ antenowy do nadajnika lub odbiornika za cenę kosztów sprzętu i zużycia energii bez utraty cennych zasobów radiowych. Jeśli odległość między antenami jest wystarczająco duża, odebrane sygnały odpowiadające różnym antenom mają niską wzajemną korelację. Innymi słowy, różne anteny zanikają mniej lub bardziej niezależnie, co skutkuje niezależnymi ścieżkami sygnału. Odległość anteny wymagana do niskiej korelacji zanikania zależy od długości fali i lokalnego środowiska rozpraszania. Terminal mobilny na ziemi jest zazwyczaj otoczony wieloma rozpraszaczami. W tym kontekście kanał dekoreluje na krótszych odległościach, a typowa separacja anten rzędu zaledwie połowy długości fali jest wystarczająca, aby osiągnąć stosunkowo niską korelację. W przypadku typowej stacji bazowej makrokomórek zamontowanej na wysokiej wieży, zwykle wymagana jest większa odległość między antenami wynosząca od kilku do kilkudziesięciu długości fal, aby zapewnić niską korelację zanikania. Inną metodą realizacji niskiej korelacji międzyantenowej jest użycie różnej polaryzacji z falami spolaryzowanymi pionowo i poziomo. Chociaż ich średnie moce odbiorcze są mniej więcej takie same, prawdopodobieństwo, że dwie ścieżki jednocześnie wpadną w głębokie zaniki, jest niewielkie, ponieważ kąt rozpraszania względem każdej polaryzacji jest losowy. Czasami nazywa się to również różnorodnością polaryzacji. Różnorodność przestrzenną można dalej podzielić na kilka form:

• Różnorodność odbioru wykorzystuje wiele anten w odbiorniku, aby utworzyć niezależne ścieżki zaników w kanałach pojedynczego wejścia i wielu wyjść (SIMO). Oprócz wzmocnienia różnorodności, ten schemat ma wzmocnienie mocy.

• Różnorodność transmisji wykorzystuje wiele anten nadawczych do przesyłania sygnałów niosących identyczne informacje w kanale wielokrotnego wejścia i jednego wyjścia (MISO). Powstają interesujące problemy z kodowaniem, co prowadzi do konieczności projektowania kodów czasoprzestrzennych. Jest to atrakcyjne dla łącza wstecznego systemu komórkowego, umożliwiając terminale mobilne o niskiej złożoności, niskich kosztach i lekkich kanałów z wieloma antenami nadawczymi i odbiorczymi,

tzw. kanały MIMO (Multi-Input Multi-Output), zapewniają jeszcze większą różnorodność wyższego rzędu. Oprócz zapewnienia różnorodności przestrzennej, kanały MIMO oferują również dodatkowy stopień swobody w przesyłaniu wielu strumieni danych równolegle, określany jako multipleksowanie przestrzenne, które zostanie przedstawione w następnej sekcji.

• Wybór anteny nadawczej (TAS), który wybiera pojedynczą antenę z wielu anten nadawczych w celu przesłania sygnału. Można osiągnąć kolejność różnorodności równą liczbie wszystkich anten nadawczych, jeśli wybrana antena ma najlepszą ścieżkę z najsilniejszym SNR. Ta technika może znacznie obniżyć złożoność implementacji, obniżyć koszt sprzętu i poprawić efektywność energetyczną.

Odbieranie Łączenie

Najczęściej stosowaną formą różnorodności przestrzennej historycznie jest użycie układu anten po stronie odbiornika w celu uzyskania różnorodności odbioru. Łączy ona niezależne zanikające ścieżki w celu uzyskania sygnału wynikowego, który jest następnie wykrywany w celu odzyskania oryginalnego symbolu. Różne schematy łączenia mają różną złożoność i wydajność. Zazwyczaj stosuje się liniowe techniki łączenia, w których sygnał wynikowy jest po prostu ważoną sumą odebranych sygnałów ze wszystkich gałęzi. Rysunek ilustruje strukturę liniowej kombinacji odebranych sygnałów r₁, r₂,..., r_{Nr} z N_r różnych anten.



Jeśli anteny są wystarczająco oddalone lub spolaryzowane, zakłada się, że każdy kanał doświadcza niezależnego i identycznie rozłożonego (i.i.d.) płaskiego częstotliwościowo zaniku Rayleigha. Jeśli szerokość pasma sygnału jest większa niż szerokość pasma spójności kanału, kanał bezprzewodowy cierpi na zanik selektywny częstotliwościowo. Techniki wielonośne, takie jak OFDM, mogą przekształcić kanał zanikający selektywnie częstotliwościowo w wielkość kanałów zanikających płasko częstotliwościowo. Dlatego w tym rozdziale wykorzystano tylko kanały zanikania częstotliwościowo-płaskie, podczas gdy w kolejnym rozdziale omówiono techniki wieloantenowe w kanałach zanikania częstotliwościowo-selektywnego. Kanał obejmujący efekty nadajnika, łącza bezprzewodowego i odbiornika jest modelowany przez złożone zniekształcenie mnożnikowe składające się ze wzmocnienia amplitudy i przesunięcia fazowego. Zwykle współczynnik kanału między anteną nadawczą a n-tą anteną odbiorczą można wyrazić za pomocą złożonej kołowo symetrycznej zmiennej losowej Gaussa $h_{n_r} \sim C\mathcal{N}(0,1), n_r = 1, 2, \dots, N_r$. Typowy kanał cierpi z powodu rotacji fazy θ_{nr} i odpowiadającego wzmocnienia an_r, mianowicie

$$h_{n_r} = a_{n_r} e^{j\theta_{n_r}},$$

gdzie θ_{nr} i a_{nr} są rzeczywistymi wartościami skalarnymi. Tak więc odebrany sygnał przy typowej antenie nr wynosi

$$r_{n_r} = h_{n_r} s + n_{n_1} (2)$$

gdzie s jest symbolem transmitowanym ze średnią mocą P, a nnr oznacza AWGN z wariancją σ^2_n , tj. $n \sim C\mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$. Wszystkie gałęzie mają identyczny średni SNR, który jest oznaczony jako

$$\overline{\gamma}_n = \frac{P}{\sigma_n^2}.$$
(3)

Podstawowym celem multipleksowania wagi na każdej antenie jest kompensacja odpowiadającej fazy kanału, zapewniając, że fazy odebranych sygnałów są wyrównane w celu zmaksymalizowania siły sygnału. Bez tego wyrównania fazowego sygnały nie mogą się spójnie sumować w łączniku, co prowadzi do sygnału wynikowego, który nadal wykazuje znaczne zanikanie z powodu konstruktywnego i destruktywnego dodawania wszystkich odebranych sygnałów. W konsekwencji typowa waga o wartościach zespolonych w_{nr} zawierałaby wartość fazy $-\theta_{nr}$ w celu kompensacji. Sygnał wyjściowy łącznika liniowego to

$$r = \sum_{n_r=1}^{N_r} w_{n_r} r_{n_r}$$
(4)

Piszemy γ , aby oznaczyć chwilowy SNR połączonego sygnału r. Zmienia się on losowo, gdzie rozkład jest funkcją liczby ścieżek różnorodności, rozkładu zanikania na każdej ścieżce i schematu łączenia. Biorąc pod uwagę γ i jego statystyki, zwykle stosuje się dwie metryki do pomiaru wydajności różnorodności, tj. średnie prawdopodobieństwo błędu

$$\overline{P} = \int_{0}^{+\infty} P(\gamma) f_{\gamma}(\gamma) d\gamma$$
(5)

gdzie P(γ) to prawdopodobieństwo błędu w AWGN, a f γ (γ) oznacza funkcję gęstości mocy (PDF) chwilowego SNR i prawdopodobieństwo awarii

$$P_{\text{out}} = \mathbb{P}(\gamma \le \gamma_0) = \int_0^{\gamma_0} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma$$
(6)

gdzie \mathbb{P} oznacza prawdopodobieństwo matematyczne, a γ 0 wyraża docelową wartość SNR. W poniższych częściach przeanalizujemy trzy typowe techniki łączenia:

• Łączenie wyboru (SC) wybiera ścieżkę o najwyższym SNR i wykonuje wykrywanie na podstawie sygnału z wybranej ścieżki.

• Łączenie maksymalnego współczynnika (MRC) podejmuje decyzje na podstawie optymalnej kombinacji liniowej (dopasowanego filtra) sygnałów ścieżki.

• Łączenie równego wzmocnienia (EGC) po prostu dodaje sygnały ścieżki po ich współfazowaniu.

Łączenie wyboru

W SC, odebrany sygnał z anteny o największym SNR max (γ_{nr}), nr = 1, 2,...,Nr jest wybierany do przetwarzania w odbiorniku. Odbiornik SC potrzebuje tylko jednego łańcucha RF, który jest przełączany do wybranej anteny odbiorczej, co przynosi korzyści w postaci niskich kosztów sprzętowych, niskiej złożoności i niskiego zużycia energii. Ponadto, współfazowanie między wieloma gałęziami nie jest wymagane, a zatem tę technikę można zastosować zarówno do spójnej detekcji, jak i różnicowej modulacji. Matematycznie wagi dla SC są określane przez

$$w_{n_r} = \begin{cases} 1, & \text{if } n_r = \arg \max_{n_r}(\gamma_{n_r}) \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(7)

Natychmiastowy SNR wyjścia łącznika liniowego wynosi zatem

$$\gamma_{\rm SC} = \max_{n_r} (\gamma_{n_r}). \tag{8}$$

Wyprowadź funkcję dystrybucji skumulowanej (CDF) γ_{sc} jako

$$\begin{split} F_{\gamma_{\rm SC}}(\gamma) &= \mathbb{P}(\gamma_{\rm SC} < \gamma) \\ &= \mathbb{P}\left(\max_{n_r} (\gamma_{n_r}) < \gamma\right) \\ &= \prod_{n_r=1}^{N_r} \mathbb{P}(\gamma_{n_r} < \gamma) = \prod_{n_r=1}^{N_r} F_{\gamma_{n_r}}(\gamma), \end{split}$$

gdzie $F_{\gamma nr}$ (γ) oznacza CDF chwilowego SNR przy typowej antenie odbiorczej nr. Przy założeniu i.i.d. zaniku Rayleigha wiemy, że przy γ_{nr} następuje rozkład wykładniczy. Zatem,

$$F_{\gamma_{n_r}}(\gamma) = 1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_{n_r}},$$
(10)

ze średnim SNR przy n-tej antenie odbiorczej $\overline{\gamma}_{n_r}$ nr, a to równanie można dalej uprościć do

$$F_{\gamma_{n_r}}(\gamma) = 1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n},$$
(11)

Podstawienie równania (11) do równania (9) daje

$$F_{\gamma_{SC}}(\gamma) = \left[1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n}\right]^{N_r}$$
(12)

co oznacza, że nawet wszystkie gałęzie podążają za zanikaniem Rayleigha, połączony sygnał nie jest już rozłożony Rayleigha. Następnie prawdopodobieństwo awarii SC dla docelowego SNR γ_0 uzyskuje się przez podstawienie $\gamma = \gamma_0$ do równania (12):

$$P_{\text{out}}^{\text{SC}}(\gamma_0) = \mathbb{P}(\gamma_{\text{SC}} \le \gamma_0) = F_{\gamma_{\text{SC}}}(\gamma_0) = \left[1 - e^{-\gamma_0/\overline{\gamma}_n}\right]^{N_r}.$$
(13)

Różniczkując równanie (12) względem γ , otrzymujemy PDF dla γ_{sc} :

$$f_{\gamma_{\rm SC}}(\gamma) = \frac{\partial F_{\gamma_{\rm SC}}(\gamma)}{\partial \gamma} = \frac{N_r}{\overline{\gamma}_n} \left[1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n} \right]^{N_r - 1} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n}.$$
(14)

W AWGN prawdopodobieństwo błędu zależy od odebranego SNR. Jednak odebrany sygnał mocy w kanale bezprzewodowym zmienia się losowo z powodu zaniku wielodrogowego. Dlatego kanał zanikający traktujemy jako AWGN ze zmiennym wzmocnieniem, a średni współczynnik błędów bitowych (BER) i średni współczynnik błędów symboli (SER) można obliczyć, integrując prawdopodobieństwo błędu w AWGN w rozkładzie zanikania. BER i SER kilku typowych modulacji cyfrowych w AWGN są wymienione w Tabeli 1.

Modulation	Symbol error rate	Bit error rate			
BPSK	_	$P_b(\gamma_b) = Q(\sqrt{2\gamma_b})$			
QPSK	$P_s(\gamma_s)\approx 2Q(\sqrt{\gamma_s})$	$P_b(\gamma_b) = Q(\sqrt{2\gamma_b})$			
DPSK	$P_s(\gamma_s) = \frac{1}{2}e^{-\gamma_s}$	$P_b(\gamma_b) = \frac{1}{2}e^{-\gamma_b}$			
MPSK	$P_s(\gamma_s) \approx 2Q\left(\sqrt{2\gamma_s}\sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$	$P_b(\gamma_b) = \frac{2}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{2\gamma_b \log_2 M} \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)\right)$			
MQAM	$P_{s}(\gamma_{s})\approx 4Q\left(\sqrt{\frac{3\overline{\gamma_{s}}}{M-1}}\right)$	$P_b(\gamma_b) \approx \frac{4}{\log_2 M} Q\left(\sqrt{\frac{3\overline{\gamma_b} \log_2 M}{M-1}}\right)$			
Note: $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$					

Średnie prawdopodobieństwo jest obliczane przy użyciu równania (5). Wyrażenia w formie zamkniętej nie istnieją dla większości schematów modulacji, z wyjątkiem klucza różnicowego przesunięcia fazy (DPSK), jak podano w

$$\begin{split} \overline{P}_{b} &= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma} f_{\gamma_{SC}}(\gamma) d\gamma \\ &= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma} \frac{N_{r}}{\overline{\gamma}_{n}} \Big[1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_{n}} \Big]^{N_{r}-1} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_{n}} d\gamma \\ &= \frac{N_{r}}{2} \sum_{n_{r}=0}^{N_{r}-1} (-1)^{n_{r}} \frac{\binom{N_{r}-1}{n_{r}}}{1+n_{r}+\overline{\gamma}_{n}}. \end{split}$$
(15)

Bardziej korzystny rozkład dla ogólnego odebranego SNR skutkuje szybszym spadkiem prawdopodobieństwa błędu lub prawdopodobieństwa awarii ze względu na korzyść z różnorodności. W szczególności używamy metryki zwanej porządkiem różnorodności, aby odzwierciedlić, jak szybko prawdopodobieństwo błędu zanika w kategoriach średniego SNR. Rząd różnorodności jest równy Nr, gdy wydajność błędu można wyrazić w postaci $\vec{c\gamma_n}^{N_r}$, gdzie c jest stałą, która zależy od konkretnej modulacji i kodowania, a $\frac{\overline{\gamma_n}}{2}$ jest średnim SNR na gałąź. Zysk wydajności wzrasta wraz z porządkiem różnorodności, ale nie liniowo. Największy zysk uzyskuje się, przechodząc z pojedynczej anteny (tj. bez różnorodności) do dwóch anten. Zwiększenie liczby gałęzi różnorodności z dwóch do trzech da znacznie

mniejszy zysk niż przejście z jednej do dwóch, a ogólnie rzecz biorąc, zwiększenie N_r daje malejący zysk. Tę regułę można również udowodnić za pomocą średniego SNR połączonego sygnału

$$\begin{split} \overline{\gamma}_{\rm SC} &= \int_0^\infty \gamma f_{\gamma_{\rm SC}}(\gamma) d\gamma \\ &= \int_0^\infty \gamma \frac{N_r}{\overline{\gamma}_n} \Big[1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n} \Big]^{N_r - 1} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n} d\gamma \\ &= \overline{\gamma}_n \sum_{n_r = 1}^{N_r} \frac{1}{n_r}, \end{split}$$
(16)

który rośnie wraz z liczbą Nr, ale przyrostowy krok jest znacznie mniejszy. Zgodnie z równaniem (15), rysunek pokazuje średni BER SC z modulacją Quadrature Phase Shift Keying (QPSK) jako funkcję średniego SNR na gałąź.



Na przykład wzmocnienie SNR wynosi około 12 dB decybeli, gdy rząd różnorodności jest zwiększany z jednego do dwóch przy poziomie BER 10⁻³. Jednak przejście z dwóch gałęzi do czterech gałęzi skutkuje dodatkowym wzmocnieniem około 6 dB. Podwojenie liczby różnorodności do 8 i 16 skutkuje dodatkową redukcją odpowiednio o około 3 dB i mniej niż 2 dB.

Łączenie maksymalnego współczynnika

Odbiornik MRC jest również dopasowanym filtrem, który może maksymalizować SNR połączonego sygnału poprzez ważenie odebranego sygnału w każdej gałęzi proporcjonalnie do siły sygnału, a także wyrównywać fazy odebranych sygnałów na różnych antenach, aby skompensować odpowiadające im fazy kanału. Załóżmy, że idealna informacja o stanie kanału (CSI) h_{nr}, n_r = 1, 2,...,Nr jest uzyskiwana przez n-tą antenę odbiorczą poprzez oszacowanie kanału. Używając wag

$$w_{n_r} = h_{n_r}^*, \quad n_r = 1, 2, \dots, N_r,$$
 (17)

gdzie (·)* oznacza sprzężenie zespolone, sygnał wypadkowy łącznika liniowego otrzymuje się przez podstawienie równania (17) do równania (4)

$$r_{\text{MRC}} = \sum_{n_r=1}^{N_r} h_{n_r}^* r_{n_r} = \sum_{n_r=1}^{N_r} h_{n_r}^* (h_{n_r} s + n_{n_r})$$
$$= \sum_{n_r=1}^{N_r} |h_{n_r}|^2 s + \sum_{n_r=1}^{N_r} h_{n_r}^* n_{n_r}.$$
(18)

Natychmiastowy SNR wynosi

$$\gamma_{\rm MRC} = \sum_{n_r=1}^{N_r} \left| h_{n_r} \right|^2 \frac{P}{\sigma_n^2} = \left(\sum_{n_r=1}^{N_r} \left| h_{n_r} \right|^2 \right) \overline{\gamma}_{n_r}$$
(19)

stosowanie $\overline{\gamma}_n = P/\sigma_n^2$. W rozkładzie Rayleigha i.i.d. $h_{n_r} \sim C\mathcal{N}(0,1)$, n_r =1,2 ..., N_r, pozycja

$$\sum_{n_r=1}^{N_r} \left| h_{n_r} \right|^2$$

. (20)

jest sumą kwadratów 2N_r niezależnych rzeczywistych zmiennych losowych Gaussa. W konsekwencji, całkowity otrzymany SNR_{YMRC} jest rozłożony chi-kwadrat z wartością oczekiwaną $\overline{\gamma}_{MRC} = N_r \overline{\gamma}_n$ i wariancją $2N_r \overline{\gamma}_n$. Zatem jego PDF jest podany przez

$$f_{\gamma_{\text{MRC}}}(\gamma) = \frac{\gamma^{N_r - 1} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n}}{\overline{\gamma}_n^{N_r} (N_r - 1)!}, \quad \gamma \ge 0,$$
(21)

gdzie operator ! oznacza silnię liczby całkowitej nieujemnej, np.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdots 2 \cdot 1 \text{ (22)}$$

Następnie należy podstawić równanie (21) z powrotem do równania (.6), aby uzyskać prawdopodobieństwo awarii MRC:

$$P_{\text{out}}^{\text{MRC}}(\gamma_0) = \mathbb{P}(\gamma_{\text{MRC}} \le \gamma_0)$$

=
$$\int_0^{\gamma_0} f_{\gamma_{\text{MRC}}}(\gamma) d\gamma$$

=
$$1 - e^{-\gamma_0/\overline{\gamma}_n} \sum_{n_r=1}^{N_r} \frac{(\gamma_0/\overline{\gamma}_n)^{n_r-1}}{(n_r-1)!}$$
(23)

Tymczasem średnie prawdopodobieństwo błędu można obliczyć, stosując równanie (5). Na przykład BER modulacji QPSK z i.i.d. zanikaniem Rayleigha wynosi

$$\begin{split} \overline{P}_{b} &= \int_{0}^{\infty} Q\left(\sqrt{2\gamma}\right) f_{\gamma_{\text{MRC}}}(\gamma) d\gamma \\ &= \left(\frac{1-F}{2}\right)^{N_{r}} \sum_{n_{r}=0}^{N_{r}-1} \binom{N_{r}+n_{r}-1}{n_{r}} \left(\frac{1+F}{2}\right)^{n_{r}}, \end{split}$$

$$(24)$$

gdzie

$$F = \sqrt{\frac{\overline{\gamma}_n}{1 + \overline{\gamma}_n}}.$$
(25)

Przy wysokim SNR zastosuj rozwinięcie w szereg Taylora w zakresie $1/\overline{\gamma}_n$, aby uzyskać przybliżenia:

$$\frac{1-F}{2} \approx \frac{1}{4\overline{\gamma}_n}$$
, and $\frac{1+F}{2} \approx 1$ (26)

Ponadto,

$$\sum_{n_r=0}^{N_r-1} \binom{N_r+n_r-1}{n_r} = \binom{2N_r-1}{N_r}$$
(27)

Stosując równanie (26) i równanie (27), równanie (24) można przybliżyć do

$$\overline{P}_b \approx \binom{2N_r - 1}{N_r} \left(\frac{1}{4\overline{\gamma}_n}\right)^{N_r},$$
(28)

co oznacza, że prawdopodobieństwo błędu zanika z szybkością N-tej potęgi SNR, a odbiornik MRC osiąga rząd różnorodności N_{r.} Maksymalny rząd różnorodności systemu z N_r antenami wynosi Nr, a zatem odbiornik MRC osiąga pełny rząd różnorodności przy wysokim SNR.

Łączenie o równym wzmocnieniu

Prostszą techniką łączenia jest łączenie o równym wzmocnieniu, w którym każda gałąź sygnału jest ważona jednakowo, niezależnie od wzmocnień kanału. Obraca ona jedynie fazowo sygnały różnych anten odbiorczych, aby zapewnić wyrównanie fazowe po dodaniu. Stosowanie wag

$$w_{n_r} = e^{-j\theta_{n_r}}, \quad n_r = 1, 2, \dots, N_r,$$
(29)

co skutkuje sygnałem wyjściowym łącznika liniowego

$$r_{\text{EGC}} = \sum_{n_r=1}^{N_r} w_{n_r} r_{n_r} = \sum_{n_r=1}^{N_r} w_{n_r} \left(h_{n_r} s + n_{n_r} \right)$$
$$= \sum_{n_r=1}^{N_r} e^{-j\theta_{n_r}} \left(|h_{n_r}| e^{j\theta_{n_r}} s + n_{n_r} \right)$$
$$= \sum_{n_r=1}^{N_r} |h_{n_r}| s + \sum_{n_r=1}^{N_r} e^{-j\theta_{n_r}} n_{n_r}.$$
(30)

Natychmiastowy SNR wynosi

$$\gamma_{\text{EGC}} = \frac{1}{N_r} \left(\sum_{n_r=1}^{N_r} \left| h_{n_r} \right| \right)^2 \frac{P}{\sigma_n^2} = \frac{1}{N_r} \left(\sum_{n_r=1}^{N_r} \left| h_{n_r} \right| \right)^2 \overline{\gamma}_n.$$
(31)

Ogólne PDF i CDF γ EGC z dowolną liczbą Nr nie istnieją w formie zamkniętej. Dla Nr = 2 przy i.i.d. zanikaniu Rayleigha, wyrażenie dla CDF może być podane przez Goldsmitha

$$F_{\gamma_{\rm ECC}}(\gamma) = 1 - e^{-2\gamma/\overline{\gamma}_n} - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n} \sqrt{\frac{\pi\gamma}{\overline{\gamma}_n}} \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma}{\overline{\gamma}_n}}\right) \right]$$
(32)

Niech $\gamma = \gamma_0$ w równaniu (32), aby uzyskać prawdopodobieństwo awarii

$$P_{\text{out}}^{\text{EGC}}(\gamma_0) = \mathbb{P}(\gamma_{\text{EGC}} \le \gamma_0) = F_{\gamma_{\text{EGC}}}(\gamma_0)$$
$$= 1 - e^{-2\gamma_0/\overline{\gamma}_n} - e^{-\gamma_0/\overline{\gamma}_n} \sqrt{\frac{\pi\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}} \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}}\right) \right]. \tag{33}$$

Różniczkując równanie (32) względem γ uzyskuje się równanie PDF

$$f_{\gamma_{\text{EOC}}}(\gamma) = \frac{\partial F_{\gamma_{\text{EOC}}}(\gamma)}{\partial \gamma}$$

= $\frac{1}{\overline{\gamma}_n} e^{-2\gamma/\overline{\gamma}_n} + \sqrt{\pi} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_n} \left(\frac{1}{\sqrt{4\gamma\overline{\gamma}_n}} - \frac{1}{\overline{\gamma}_n}\sqrt{\frac{\gamma}{\overline{\gamma}_n}}\right)$
 $\times \left[1 - 2Q\left(\sqrt{\frac{2\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}}\right)\right].$ (34)

Podobnie, średni współczynnik BER dla QPSK z odbiornikiem EGC można uzyskać jako

$$\overline{P}_{b} = \int_{0}^{\infty} Q\left(\sqrt{2\gamma}\right) f_{\gamma_{\text{EOC}}}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \overline{\gamma}_{n}}\right)^{2}}\right)$$
(35)

Wydajność EGC jest bardzo zbliżona do MRC, zwykle wykazując spadek mocy o mniej niż 1 dB decybela, przy czym ceną za niską złożoność jest stosowanie jednakowych wzmocnień.

Kodowanie przestrzenno-czasowe

W większości środowisk rozpraszania różnorodność odbioru jest praktyczną, skuteczną i dlatego powszechnie stosowaną techniką łagodzenia efektu zaniku wielodrogowego. Jednak różnorodność odbioru nie nadaje się do niektórych scenariuszy wdrożenia, np. łącza w dół systemu komórkowego, w którym terminal mobilny ma trudności ze zintegrowaniem układu anten, zwłaszcza podczas pracy na częstotliwościach poniżej 6 GHz. Alternatywnie różnorodność przestrzenną można również osiągnąć, stosując wiele anten w nadajniku, co jest określane jako różnorodność transmisji. Wiele anten jest atrakcyjnych przede wszystkim dla stacji bazowych, które zapewniają więcej miejsca, wystarczające zasilanie i silne możliwości przetwarzania. Oferuje równoważny zysk różnorodności przestrzennej bez potrzeby dodatkowych anten odbiorczych i odpowiadających im łańcuchów RF w terminalach mobilnych. W konsekwencji system komórkowy staje się bardziej ekonomiczny dzięki wykorzystaniu

różnorodności odbioru w łączu w górę i jednoczesnej różnorodności transmisji w łączu w dół. Projekt różnorodności transmisji opiera się na tym, czy CSI jest znany w nadajniku. Gdy CSI jest dostępny, znany również jako CSI w nadajniku (CSIT), system jest bardzo podobny do różnorodności odbioru. Poprzez pomnożenie złożonej wagi h* nt przez transmitowany sygnał anteny nadawczej nt, sygnały te łączą się współfazowo w powietrzu, co skutkuje sygnałem, który jest równoważny połączonemu sygnałowi MRC w różnorodności odbioru. Różnorodność transmisji z CSIT osiąga nie tylko różnorodność przestrzenną, ale także zysk mocy. Nazywa się to również formowaniem wiązki transmisji (przez anteny o niskiej korelacji) lub kodowaniem wstępnym, co zostanie omówione szczegółowo w rozdziale 8.5. Ta część koncentruje się na przypadku, gdy nadajnik nie zna CSI.

Kodowanie powtórzeń

Jeśli nadajnik nie ma wiedzy o kanałach łącza wstecznego, wiele anten nadawczych nie może zapewnić formowania wiązki, a jedynie różnorodność przestrzenną. Wymagana jest niska wzajemna korelacja między różnymi kanałami, osiągana za pomocą wystarczająco dużych odległości między antenami lub różnej polaryzacji anten. W takiej konfiguracji anteny nadal potrzebujemy podejścia, aby zrealizować różnorodność przestrzenną oferowaną przez wiele anten nadawczych. Można po prostu zastosować kod powtórzeń, który powtarza ten sam symbol Nt razy, aby transmitować jednocześnie przez Nt anten nadawczych. W przeciwieństwie do różnorodności odbioru, w której każda antena odbiera sygnał doświadczany przez niezależnie zanikający kanał, przesyłanie identycznego sygnału przez wiele anten nadawczych nie może naturalnie tworzyć wielu niezależnych ścieżek. Rysunek pokazuje strategię kodowania powtórzeniowego, w której dwie anteny nadawcze wysyłają ten sam sygnał s(t)e^{j2 π fct} i równo dzielą energię nadawczą.



Odebrany sygnał jest następnie

$$r(t) = \sum_{l=1}^{L_1} \frac{\alpha_l}{\sqrt{2}} s(t - \tau_l) e^{j2\pi f_c(t - \tau_l)} + \sum_{l=1}^{L_2} \frac{\alpha_l}{\sqrt{2}} s(t - \tau_l) e^{j2\pi f_c(t - \tau_l)},$$
(36)

gdzie L₁ i L₂ oznaczają całkowitą liczbę ścieżek propagacji dla anten transmisyjnych 1 i 2, odpowiednio, α_1 i τ_1 reprezentują wzmocnienie amplitudy i opóźnienie ścieżki I. Przy założeniu wąskiego pasma szerokość pasma sygnału jest znacznie mniejsza od częstotliwości nośnej, tak że sygnał pasma podstawowego pozostaje niemal stały w przedziale $\tau_n(\theta)$, tj. zachodzi przybliżenie s(t) \approx s(t – $\tau_n(\theta)$). Wówczas równanie (36) staje się

$$r(t) = \sum_{l=1}^{L_1 + L_2} \frac{\alpha_l}{\sqrt{2}} s(t) e^{j2\pi f_c(t - \tau_l)} = \left(\sum_{l=1}^{L_1 + L_2} \frac{\alpha_l}{\sqrt{2}} e^{-j2\pi f_c \tau_l}\right) s(t) e^{j2\pi f_c t}$$
(37)

Przypominając sobie sygnał transmisyjny s(t) $e^{i2\pi fct}$, otrzymujemy odpowiedź kanału

$$h(\tau) = \sum_{l=1}^{L_1 + L_2} \frac{\alpha_l}{\sqrt{2}} e^{-j2\pi f_c \tau_l}.$$
(38)

Jak wiemy, odpowiedź kanału dla transmisji sygnału z anteny wyraża się wzorem

$$h(\tau) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l e^{-j2\pi f_c \tau_l}$$
(39)

Poza ścieżkami propagacji, kanał transmisji dwuantenowej z identycznym sygnałem nie wykazuje żadnej różnicy od przypadku anteny sygnałowej z perspektywy odbiornika. Dlatego nie ma żadnej różnorodności. Alternatywnie możemy wyprowadzić ten sam wniosek za pomocą równoważnego modelu pasma podstawowego. Używając kodu powtórzeniowego na dwóch antenach transmisyjnych, transmitowany symbol na każdej antenie wynosi V1/2 s dla tej samej całkowitej mocy transmisyjnej w

stosunku do anteny sygnałowej. Stosując wzmocnienia kanału $h_i \sim C\mathcal{N}(0,1), i = 1, 2,$, odebrany sygnał wynosi wtedy

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}} (h_1 + h_2) s + n.$$
(40)

Efektywny kanał $\sqrt{1/2}(h_1 + h_2)$ jest sumą dwóch zespolonych zmiennych losowych Gaussa, a zatem jest zespoloną zmienną losową Gaussa o zerowej średniej i wariancji jednostkowej, tj. $\frac{1}{\sqrt{2}}(h_1 + h_2) \sim C\mathcal{N}(0, 1).$. Jest to równoważne transmisji pojedynczej anteny, gdzie

r = hs + n (41)

 $z h \sim C\mathcal{N}(0, 1)$. Innymi słowy, system nie może czerpać zysków z różnorodności przestrzennej, stosując kod powtórzenia na wielu antenach nadawczych. Podejście do wdrożenia różnorodności nadawania z pełną kolejnością różnorodności polega po prostu na wysłaniu tego samego symbolu na Nt anten nadawczych w ciągu N_t okresów symboli. Jest to kod powtórzenia w domenie czasu, a nie w domenie przestrzennej. Tylko w jednym momencie aktywowana jest tylko jedna antena, podczas gdy inne pozostają ciche. Ten kod powtórzenia jest dość marnotrawny pod względem stopni swobody. Nieuchronnie musimy projektować kody specjalnie dla systemów różnorodności nadawania, co prowadzi do wielu wysiłków w projektowaniu kodowania przestrzenno-czasowego. Kodowanie przestrzenno-czasowe odnosi się do zestawu schematów mających na celu realizację wspólnego kodowania wielu anten nadawczych. W tych schematach liczba zakodowanych symboli równa liczbie

anten nadawczych jest generowana i transmitowana jednocześnie, jeden symbol na antenę. Koder czasoprzestrzenny generuje te symbole w taki sposób, że zysk różnorodności jest maksymalizowany przez użycie odpowiedniej procedury przetwarzania i dekodowania sygnału w odbiorniku. Rozwój koncepcji kodowania czasoprzestrzennego został pierwotnie ujawniony przez Tarokha i innych w formie kodów kratowych, zwanych kodem kratowym czasoprzestrzennym (STTC). Później zaproponowano najprostszy, a zarazem jeden z najelegantszych kodów czasoprzestrzennych, zwany schematem Alamouti , który został pomyślnie zastosowany w Uniwersalnym Systemie Telekomunikacji Mobilnej (UMTS) i kolejnych systemach, takich jak Long-Term Evolution (LTE) i LTE-Advanced. Schemat Alamouti został zaprojektowany specjalnie dla dwóch anten nadawczych, podczas gdy uogólnienie kodowania czasoprzestrzennego na dowolną liczbę anten jest możliwe. Takie uogólnione kody czasoprzestrzenne z liniową kombinacją dla dowolnej liczby anten nadawczych są często znane jako kody blokowe czasoprzestrzenne (STBC) .

Kody kratowe czasoprzestrzenne

Pierwszą próbę zaprojektowania kodu czasoprzestrzennego przedstawili Seshadri i Winters . Jednak kluczowy kamień milowy w rozwoju kodowania czasoprzestrzennego został pierwotnie ukończony przez Tarokha i innych poprzez wprowadzenie STTC pod koniec lat 90. Rozważmy system komunikacji bezprzewodowej, który wykorzystuje N_t anten nadawczych w nadajniku i pojedynczą antenę odbiorczą, gdzie kanały są quasi-statyczne i płaskie częstotliwościowo. Kodowanie tych kodów kratowych zależy od bieżącego stanu kodera i symbolu wejściowego. W każdym czasie t symbol wejściowy s_t jest kodowany przez wybranie ścieżki przejściowej oznaczonej przez

$$\mathbf{c}_{t} = [c_{1}^{t}, c_{2}^{t}, \dots, c_{N_{t}}^{t}]^{T}$$
(42)

Następnie te zakodowane symbole są transmitowane przez Nt anten jednocześnie, gdzie antena n_t wysyła $c_t n_t$, $n_t = 1$, 2,..., N_t . Rysunek pokazuje przykład dla STTC, przedstawiamy projekt kodu kratowego QPSK z czterema stanami dla dwóch anten nadawczych.

Input	0	3	3	1	2	0
T×1	0	0	3	3	1	2
T×2	0	3	3	1	2	0





Konstelacja QPSK i etykietowanie opisu kratowego są również podane na rysunku. Każdy wiersz macierzy reprezentuje etykiety krawędzi dla przejść z odpowiadających im stanów. Etykieta krawędzi c₁c₂ oznacza, że symbol c₁ jest transmitowany przez pierwszą antenę, podczas gdy symbol c₂ jest transmitowany przez drugą antenę jednocześnie. Na początku i na końcu każdego bloku enkoder musi znajdować się w stanie zerowym. Etykieta pierwszej wybranej gałęzi to 00, ponieważ symbol wejściowy to 0 w pierwszym okresie symbolu, a stan początkowy to 0. Następnie etykieta drugiej wybranej gałęzi staje się 03, aby wysłać symbol 3. Trzecia wybrana gałąź jest oznaczona przez 33, co wskazuje, że wysyła symbol 3 ze stanu 3. Ten proces powtarza się, aż cały blok symboli wejściowych zostanie przesłany. Załóżmy, że długość bloku to T, a następnie sekwencja wektorów kodu to

$$\mathbf{C} = \{\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_T\}$$
(43)

Piszemy r_t, aby oznaczyć otrzymany symbol w czasie t, metryka gałęzi dla przejścia oznaczonego jako c_t jest podana wzorem

$$\left| \boldsymbol{r}_{t} - \mathbf{h}_{t}^{T} \mathbf{c}_{t} \right|^{2}$$
(44)

z wektorem kanału pomiędzy N_t anten nadawczych i anteną odbiorczą $h_t = [h_1, h_2, ..., h_{Nt}]^T$. Następnie algorytm Viterbiego jest używany do obliczenia ścieżki z najniższą skumulowaną metryką. Rozważ prawdopodobieństwo, że dekoder błędnie zdecyduje się na korzyść prawidłowej sekwencji wektora kodu

$$\tilde{\mathbf{C}} = \{\tilde{\mathbf{c}}_1, \tilde{\mathbf{c}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{c}}_T\},$$
(45)

macierz błędów jest zdefiniowana jako

$$\mathbf{A}[\mathbf{C}, \mathbf{\tilde{C}}] = \sum_{t=1}^{T} (\mathbf{c}_t - \mathbf{\tilde{c}}_t) (\mathbf{c}_t - \mathbf{\tilde{c}}_t)^*$$
(46)

Prawdopodobieństwo transmisji C i podjęcia decyzji na korzyść Č jest ograniczone od góry dla kanału zanikającego Rayleigha przez

$$\mathbb{P}(\mathbf{C} \to \mathbf{\tilde{C}}) \le \left(\prod_{i=1}^{r} \beta_{i}\right)^{-N_{l}} \left(\frac{E_{s}}{4N_{0}}\right)^{-rN_{l}},$$
(47)

gdzie E_s jest symbolem energii, N₀ oznacza gęstość widmową szumu, r jest rzędem macierzy błędów A, a β_i , i = 1, 2,..., r oznaczają wartości własne niezerowe macierzy A

Kodowanie Alamoutiego

STTC zapewniają zysk różnorodności równy liczbie anten transmisyjnych i zysk kodowania, który zależy od złożoności kodu (tj. liczby stanów w kratownicy) bez utraty wydajności pasma. Wymaga jednak wielowymiarowego algorytmu Viterbiego w odbiorniku do dekodowania. Gdy liczba anten jest stała, złożoność dekodowania STTC (mierzona liczbą stanów kratownicy w dekoderze) rośnie wykładniczo jako funkcja poziomu różnorodności i szybkości transmisji. Rozwiązując problem złożoności

dekodowania, Siavash M. Alamouti stworzył niezwykły schemat kodowania czasoprzestrzennego do transmisji z dwiema antenami w 1998 roku. Schemat Alamoutiego obsługuje wykrywanie maksymalnego prawdopodobieństwa (ML) oparte wyłącznie na liniowym przetwarzaniu w odbiorniku. Jest to unikalny STBC ze złożonym symbolem z pełną różnorodnością transmisji przy pełnej szybkości symboli. Schemat działa w dwóch kolejnych okresach symboli, gdzie zakłada się, że zanikanie jest stałe w tym przedziale czasowym. Symbole wejściowe są dzielone na grupy po dwa symbole każda. W danym okresie symboli dwa symbole w każdej grupie s₁, s₂ są transmitowane jednocześnie z dwóch anten. Sygnał transmitowany z anteny 1 to s₁, a sygnał transmitowany z anteny 2 to s₂. W następnym okresie symboli sygnał $-s_2$ jest transmitowany z anteny 1, a sygnał s $_1$ jest transmitowany z anteny 2, jak pokazano na rysunku.



Niech h_1 i h_2 będą współczynnikami kanału z pierwszej i drugiej anteny nadawczej do pojedynczej anteny odbiorczej, odpowiednio. Następnie odebrane symbole w dwóch okresach symboli można wyrazić jako

$$\begin{cases} r_1 = h_1 s_1 + h_2 s_2 + n_1 \\ r_2 = -h_1 s_2^* + h_2 s_1^* + n_2 \end{cases}$$
(48)

Łącznik tworzy dwa połączone symbole, które są wysyłane do detektora ML:

$$\widetilde{s_1} = h_1^* r_1 + h_2 r_2^*$$

 $\widetilde{s_2} = h_2^* r_1 - h_1 r_2^*.$ (49)

Podstawiając równanie (48) do równania (49), otrzymujemy

$$\widetilde{s_1} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_1 + h_1^* n_1 + h_2 n_2^*$$

$$\widetilde{s_2} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) s_s - h_1 n_2^* + h_2^* n_1,$$
(50)

które są równoważne z tym uzyskanym z połączenia dwóch gałęzi o maksymalnym stosunku. W ten sposób natychmiastowy SNR odebranego sygnału wynosi

$$\gamma_{\text{ala}} = (|h_1|^2 + |h_2|^2) \frac{P}{\sigma_n^2}.$$
 (51)

Dlatego schemat Alamouti realizuje rząd różnorodności 2 (pełna różnorodność) bez żadnej utraty szybkości transmisji (pełna szybkość). Ponadto nie wymaga znajomości CSI w nadajniku. Alternatywnie proces kodowania i dekodowania można wyrazić w formie wektorowej. Para symboli s = $[s_1, s_2]^T$ jest wstępnie kodowana w następujący sposób:

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{Precoding}} \begin{pmatrix} s_1 & -s_2^* \\ s_2 & s_1^* \end{pmatrix}$$
(52)

Wiersz macierzy prekodowanej odpowiada domenie przestrzennej, tj. różnym antenom, natomiast kolumna reprezentuje domenie czasowej.

Budowanie wektora odebranych symboli jako r = $[r1, r_2^*]^T$, wektora szumu n = $[n1, n^*2]^T$ i macierzy kanału złożonego

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_1 & h_2 \\ h_2^* & -h_1^* \end{pmatrix}$$
(53)

Następnie równanie (48) zapisujemy w postaci macierzowej jako

$$r = Hs + n (54)$$

Przesłane symbole można wykryć, po prostu stosując dekodowanie z wymuszaniem zera (ZF)

$$\hat{\mathbf{s}} = \mathbf{H}^{H}\mathbf{r} = \mathbf{H}^{H}\mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{H}^{H}\mathbf{n},$$
(55)

dostajemy

$$\hat{\mathbf{s}} = \begin{pmatrix} |h_1|^2 + |h_2|^2 & 0\\ 0 & |h_1|^2 + |h_2|^2 \end{pmatrix} \mathbf{s} + \mathbf{H}^H \mathbf{n}.$$
(56)

W międzyczasie możemy zastosować metodę minimalnego średniego błędu kwadratowego (MMSE), aby uzyskać lepszą wydajność wykrywania

$$\hat{\mathbf{s}} = \left(\mathbf{H}^{H}\mathbf{H} + \sigma_{n}^{2}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{H}^{H}\mathbf{r},$$
(57)

gdzie σ^2_n to wariancja szumu, a I oznacza macierz jednostkową

Kody bloków czasoprzestrzennych

Schemat Alamoutiego jest atrakcyjny pod względem prostoty i wydajności, co skłoniło do opracowania podobnych technik kodowania. Poprzez zastosowanie teorii ortogonalnego projektowania, stworzono STBC dla więcej niż dwóch anten nadawczych. W STBC symbole danych są kodowane i dzielone na strumienie N_t, które są jednocześnie przesyłane za pomocą N_t anten nadawczych. Odebrany sygnał jest liniową superpozycją N_t przesyłanych sygnałów zniekształconych przez zanikanie kanału i zakłóconych przez szum. STBC są projektowane w celu osiągnięcia maksymalnego porządku różnorodności dla danej liczby anten nadawczych, z zastrzeżeniem ograniczenia posiadania prostego algorytmu dekodowania. Ortogonalność kodu umożliwia dekodowanie ML oparte wyłącznie na przetwarzaniu liniowym w odbiorniku, a nie na wspólnym wykrywaniu, jak algorytm Viterbiego. Pokazano uogólnienie metod ortogonalnych, aby zapewnić STBC dla konstelacji o wartościach rzeczywistych i zespolonych dla dowolnej liczby anten nadawczych przy użyciu dowolnej konstelacji o wartościach rzeczywistych, takiej jak modulacja amplitudy impulsu (PAM). Rzeczywisty projekt ortogonalny o rozmiarze N_t to macierz N_t × N_t z wpisami nieokreślonymi ±s₁,±s₁,...,±s_{Nt}. Najprostszy projekt ortogonalny to macierz 2 ×2

$$\mathcal{O}_2 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 \\ -s_2 & s_1 \end{pmatrix},$$
(58)

spełniający

$$\mathcal{O}_{2}^{T}\mathcal{O}_{2} = \begin{pmatrix} s_{1}^{2} + s_{2}^{2} & 0\\ 0 & s_{1}^{2} + s_{2}^{2} \end{pmatrix} = (s_{1}^{2} + s_{2}^{2})\mathbf{I}_{2}.$$
(59)

gdzie I₂ jest macierzą jednostkową o rozmiarze 2. Biorąc pod uwagę projekt ortogonalny, można zanegować pewne kolumny •, aby uzyskać inny projekt ortogonalny, w którym wszystkie wpisy pierwszego wiersza mają znaki dodatnie. Tak więc projekt ortogonalny 4 × 4 jest

$$\mathcal{O}_{4} = \begin{pmatrix} s_{1} & s_{2} & s_{3} & s_{4} \\ -s_{2} & s_{1} & -s_{4} & s_{3} \\ -s_{3} & s_{4} & s_{1} & -s_{2} \\ -s_{4} & -s_{3} & s_{2} & s_{1} \end{pmatrix}.$$
(60)

STBC może osiągnąć pełną szybkość i pełną różnorodność poprzez kodowanie Nt symboli o wartościach rzeczywistych s₁, s₂,..., s_{Nt} do • Nt (s₁, s₂,..., s_{Nt}), a następnie transmitowanie każdego rzędu • Nt przez Nt anten nadawczych jednocześnie. W przypadku dowolnej konstelacji o wartościach zespolonych, takiej jak PSK i QAM, STBC osiąga 1/2 maksymalnej możliwej szybkości transmisji dla dowolnej liczby anten nadawczych. Ponadto może osiągnąć pełną, 3/4 i 3/4 maksymalnej szybkości transmisji dla konkretnych przypadków dwóch, trzech i czterech anten nadawczych, odpowiednio, przy użyciu dowolnych konstelacji o wartościach zespolonych. Na przykład kody szybkości 1/2 dla transmisji przy użyciu czterech anten nadawczych są podane przez

$$G_4 = \begin{pmatrix} s_1 & s_2 & s_3 & s_4 \\ -s_2 & s_1 & -s_4 & s_3 \\ -s_3 & s_4 & s_1 & -s_2 \\ -s_4 & -s_3 & s_2 & s_1 \\ s_1^* & s_2^* & s_3^* & s_4^* \\ -s_2^* & s_1^* & -s_4^* & s_3^* \\ -s_3^* & s_4^* & s_1^* & -s_2^* \\ -s_4^* & -s_3^* & s_2^* & s_1^* \end{pmatrix},$$
(61)

gdzie s₁, s₂, s₃, s₄ oznaczają punkty konstelacji o wartościach zespolonych, podczas gdy s₁, s₂, s₃, s₄ w równaniu (60) są symbolami o wartościach rzeczywistych. Oznacza to, że cztery symbole zespolone są transmitowane przez cztery anteny w ciągu ośmiu okresów symboli. Pożądane jest uzyskanie wyższych szybkości niż 1/2 dla STBC ze złożonym przetwarzaniem liniowym. Istnieją tylko konkretne projekty dla N_t < 5. Schemat Alamoutiego osiąga pełną szybkość przy N_t = . Dla N_t = 3 i N_t = 4, maksymalna szybkość jest ograniczona do 3/4 poprzez ortogonalne projektowanie, takie jak

$$G_{4} = \begin{pmatrix} s_{1} & s_{2} & \frac{s_{3}}{\sqrt{2}} & \frac{s_{3}}{\sqrt{2}} \\ -s_{2}^{*} & s_{1}^{*} & \frac{s_{3}}{\sqrt{2}} & -\frac{s_{3}}{\sqrt{2}} \\ \frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{-s_{1} - s_{1}^{*} + s_{2} - s_{2}^{*}}{2} & \frac{s_{1} - s_{1}^{*} - s_{2} - s_{2}^{*}}{2} \\ \frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{s_{1} - s_{1}^{*} + s_{2} + s_{2}^{*}}{2} & -\frac{s_{1} + s_{1}^{*} + s_{2} - s_{2}^{*}}{2} \\ \frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & -\frac{s_{3}^{*}}{\sqrt{2}} & \frac{s_{1} - s_{1}^{*} + s_{2} + s_{2}^{*}}{2} & -\frac{s_{1} + s_{1}^{*} + s_{2} - s_{2}^{*}}{2} \end{pmatrix}$$

$$(62)$$

dla $N_t = 4$.

Wybór anteny nadawczej

Wysoki stopień różnorodności jest możliwy tylko wtedy, gdy kody czasoprzestrzenne są stosowane dla dużej liczby anten nadawczych. Jednak projektowanie i wdrażanie wielowymiarowych kodów czasoprzestrzennych jest trudne. STBC mogą osiągnąć pełną szybkość transmisji przy złożonych konstelacjach tylko dla dwóch anten nadawczych. W przypadku STTC projektowanie kodu dla dużej liczby anten nadawczych jest trudne obliczeniowo, a dekodowanie ML staje się bardzo złożone w skali wykładniczej. Ponadto liczba łańcuchów RF w konwencjonalnym systemie wieloantenowym jest równa liczbie anten, co narzuca wysoką złożoność, wysoki koszt sprzętu i wysokie zużycie energii. Dlatego atrakcyjna jest tania, nisko złożona i energooszczędna alternatywa w celu realizacji wysokiego stopnia różnorodności . TAS jest podobny do SC pod względem różnorodności odbioru, z wyjątkiem kanału sprzężenia zwrotnego od odbiornika do nadajnika. W dowolnym momencie wybierana jest pojedyncza (lub kilka) anten o najwyższym SNR do transmisji sygnału. Liczba wymaganych łańcuchów RF jest drastycznie zmniejszona, co przynosi znaczną korzyść pod względem kosztów i rozmiaru sprzętu, złożoności implementacji i zużycia energii. Co ciekawe, TAS może osiągnąć pełną różnorodność, która jest równa liczbie wszystkich anten nadawczych uczestniczących w wyborze, a nie liczbie anten transmitujących sygnały jednocześnie. Rysunek przedstawia zasadę TAS w systemie wieloantenowym z Nt anten nadawczych i tylko jedną anteną odbiorczą dla uproszczenia.



Wiele anten odbiorczych jest opcjonalnych dla takiego systemu, ale ma zastosowanie, gdy łączenie odbioru jest stosowane łącznie. Opierając się na symbolach pilota specyficznych dla anteny lub sygnałach odniesienia wstawionych do sygnałów nadawanych, natychmiastowy CSI można dokładnie oszacować w odbiorniku. Rozważ kanał zanikania o płaskiej częstotliwości, wektor kanału $1 \times N_t$ w czasie t oznaczony jako

$$\mathbf{h}[t] = [h_1[t], h_2[t], \cdots, h_{N_t}[t]]$$
(63)

jest dostępny w odbiorniku, gdzie $h_{nt} \in \mathbb{C}$ reprezentuje złożony współczynnik kanału pomiędzy n-tą t anteną nadawczą a anteną odbiorczą. Zakładając, że wybrano L z N_t anten nadawczych, całkowita liczba

możliwych wyborów jest kombinacją n wybierz k oznaczoną jako $\binom{N_l}{L}$. Jeśli chodzi o j-ty wybór, gdzie $1 \leq j \leq \binom{N_l}{L}$, używając h_j[t] o wymiarze 1 × L, aby wskazać wektor kanału z L potencjalnych anten nadawczych, który jest podzbiorem h[t]. Mając wiedzę o CSI, mianowicie h[t] w tym przypadku, odbiornik znajduje najlepszy wybór, który ma największy całkowity zysk kanału:

$$j_0 = \arg \max_{1 \le j \le \binom{N_l}{L}} \left\| \mathbf{h}_j[t] \right\|^2,$$

(64)

gdzie $|| \cdot ||$ oznacza normę Frobeniusa macierzy lub wektora. Odbiornik przekazuje indeks wybranego wyboru j₀ z powrotem do nadajnika poprzez kanał sprzężenia zwrotnego. Po otrzymaniu sprzężenia zwrotnego nadajnik aktywuje anteny należące do wyboru j0 w celu przesyłania sygnałów. Bez utraty ogólności, do analizy wydajności wykorzystujemy pojedynczy wybór anteny, mianowicie L = 1. Dlatego najlepsza antena jest wybierana pod względem

$$n_b = \arg \max_{1 \le n_l \le N_l} \left\{ |h_{n_l}[t]|^2 \right\}$$
(65)

Wówczas natychmiastowy SNR sygnału odbiorczego jest równy

$$\gamma_b = \max_{n_l=1,\dots,N_l} (\gamma_{n_l}),\tag{66}$$

gdzie γ_{nt} oznacza chwilowy SNR sygnału propagowanego z n-tej anteny nadawczej do anteny odbiorczej. CDF dla γ_b jest wyprowadzany jako

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = \mathbb{P}(\gamma_b < \gamma)$$

= $\mathbb{P}\left(\max_{n_l}(\gamma_{n_l}) < \gamma\right)$
= $\prod_{n_l=1}^{N_l} \mathbb{P}(\gamma_{n_l} < \gamma) = \prod_{n_l=1}^{N_l} F_{\gamma_{n_l}}(\gamma).$
(67)

Przy założeniu niezależnego zaniku Rayleigha równanie (67) można zapisać jako

$$F_{\gamma_b}(\gamma) = \left[1 - e^{-\frac{\gamma}{\gamma_n}}\right]^{N_t}$$
(68)

stosując

$$F_{\gamma_{n_l}}(\gamma) = 1 - e^{-\frac{\gamma}{\gamma_n}} \tag{69}$$

Różniczkując równanie (68) względem γ , otrzymujemy PDF dla $\gamma_{\rm b}$, tj.

$$f_{\gamma_b}(\gamma) = \frac{\partial F_{\gamma_b}(\gamma)}{\partial \gamma} = \frac{N_t}{\overline{\gamma}_n} \left[1 - e^{-\frac{\gamma}{\overline{\gamma}_n}} \right]^{N_t - 1} e^{-\frac{\gamma}{\overline{\gamma}_n}}.$$
(70)

Biorąc pod uwagę PDF otrzymanego SNR, średni BER można obliczyć za pomocą równania (5). Na przykład wyrażenie w formie zamkniętej średniego BER dla modulacji DPSK jest podane przez

$$\begin{split} \overline{P}_{b} &= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma} f_{\gamma_{b}}(\gamma) d\gamma \\ &= \int_{0}^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\gamma} \frac{N_{t}}{\overline{\gamma}_{n}} \Big[1 - e^{-\gamma/\overline{\gamma}_{n}} \Big]^{N_{t}-1} e^{-\gamma/\overline{\gamma}_{n}} d\gamma \\ &= \frac{N_{t}}{2} \sum_{n_{t}=0}^{N_{t}-1} (-1)^{n_{t}} \frac{\binom{N_{t}-1}{n_{t}}}{1+n_{t}+\overline{\gamma}_{n}}. \end{split}$$
(71)

Następnie prawdopodobieństwo awarii układu nadawczo-antenowego-wyboru przy docelowym SNR γ_0 uzyskuje się przez podstawienie $\gamma = \gamma_0$ do równania (68):

$$P_{\text{out}}^{\text{TAS}}(\gamma_0) = \mathbb{P}(\gamma_b \le \gamma_0) = F_{\gamma_b}(\gamma_0) = \left[1 - e^{-\frac{\gamma_0}{\gamma_n}}\right]^{N_t}$$
(72)

Aby zapewnić wgląd w osiągalną różnorodność, wykonano dodatkowo analizę wydajności asymptotycznej. Zastosowanie rozwinięcia szeregu Taylora daje

$$e^{-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\left(-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}\right)^m}{m!} = 1 + \left(-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}\right) + \frac{\left(-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}\right)^2}{2!} + \cdots$$
(73)

Przy wysokim SNR mamy

$$1 - e^{-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}} \approx \frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}$$

co prowadzi do asymptotycznego przybliżenia równania (72), tj.

(74)

$$P_{\text{out}}^{\text{TAS}}(\gamma_0) = \left[1 - e^{-\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}n}}\right]^{N_t} \approx \left(\frac{\gamma_0}{\overline{\gamma}_n}\right)^{N_t}$$
(75)

Oznacza to, że TAS przy użyciu pojedynczej wybranej anteny nadawczej i pojedynczej anteny odbiorczej może uzyskać pełne uporządkowanie różnorodności równe liczbie wszystkich anten nadawczych N_t.

Kształtowanie wiązki

Gdy zestaw anten ma wiele anten z małym odstępem między antenami i bez polaryzacji, ścieżki sygnału odpowiadające różnym antenom są silnie skorelowane. W rezultacie nie ma różnorodności przestrzennej i tylko kształtowanie wiązki może być stosowane w celu uzyskania wzmocnienia mocy. Kształtowanie wiązki w nadajniku nazywane jest kształtowaniem wiązki nadawczej lub kształtowaniem wiązki odbiorczej w odbiorniku. Oprócz wzmocnienia mocy kształtowanie wiązki może łagodzić sygnały zakłócające w określonych kierunkach. Wzajemna korelacja między antenami jest niska, jeśli nadajnik ma wiele anten nadawczych z dużym odstępem między antenami lub anteny spolaryzowane. Jak omówiono w poprzedniej sekcji, można użyć kodowania czasoprzestrzennego w celu wykorzystania niezależnie zanikających ścieżek w celu uzyskania różnorodności przestrzennej. Ponadto koherentne kształtowanie wiązki można również stosować w zestawie anten o niskiej korelacji, mając na celu różnorodność nadawania i wzmocnienie mocy. Ta technika jest również nazywana kształtowaniem wiązki po stronie nadajnika, kształtowaniem wiązki MIMO, kodowaniem wstępnym lub kodowaniem wstępnym pojedynczego strumienia. Aby rozróżnić te dwie formy, używamy terminu klasycznego kształtowania wiązki w odniesieniu do kształtowania wiązki w układzie anten o wysokiej korelacji, podczas gdy termin pojedynczego strumienia prekodowania w odniesieniu do kształtowania wiązki w układzie anten o niskiej korelacji. W przeciwieństwie do anten o wysokiej korelacji, które wykazują jedynie różnicę faz, zarówno fazy, jak i chwilowe wzmocnienia sygnałów odpowiadających różnym antenom o niskiej korelacji mogą się różnić. W konsekwencji klasyczne kształtowanie wiązki dostosowuje jedynie fazy sygnału, podczas gdy prekodowanie kontroluje zarówno fazy, jak i amplitudy.

Klasyczne kształtowanie wiązki

Termin kształtowanie wiązki pochodzi od wczesnych filtrów przestrzennych zaprojektowanych do formowania wiązek ołówkowych w celu odbioru sygnału promieniującego z określonego kierunku i tłumienia sygnałów z innych kierunków. Formowanie wiązki wydaje się wskazywać na promieniowanie energii w nadajniku; jednak kształtowanie wiązki można stosować do dowolnych wiązek kierunkowych zarówno do promieniowania, jak i odbioru sygnałów. Kierunkowość może koncentrować energię sygnału w wąskim kierunku, co skutkuje wysoką mocą sygnału, tłumionymi zakłóceniami współkanałowymi dla innych i zmniejszonym rozprzestrzenianiem się opóźnienia wielościeżkowego. Systemy bezprzewodowe zaprojektowane do odbioru sygnałów rozprzestrzeniających się przestrzennie często napotykają obecność sygnałów zakłócających. Pożądany sygnał i zakłócenia zwykle pochodzą z różnych lokalizacji przestrzennych. To rozdzielenie przestrzenne można wykorzystać do utworzenia wiązki o wysokim wzmocnieniu (formowanie wiązki) w kierunku pożądanego sygnału, podczas gdy zero o wysokim tłumieniu (formowanie zerowe) w kierunku zakłóceń. Konwencjonalne formowanie wiązki jest w pełni cyfrowe, gdzie pożądana wiązka jest formowana przez proste pomnożenie sygnału pasma podstawowego przez wektor ważenia. Jednak cyfrowe formowanie wiązki

wymaga łańcucha RF dla każdego elementu anteny, co prowadzi do nieopłacalnego zużycia energii i kosztów sprzętu dla dużej macierzy. Dlatego przyjęto inną formę, która może obniżyć złożoność implementacji, zwaną analogowym formowaniem wiązki. Dzięki zastosowaniu analogowych przesuwników fazowych do regulacji faz sygnałów, analogowe formowanie wiązki wymaga tylko jednego łańcucha RF do sterowania wiązką, co prowadzi do niskich kosztów sprzętu i zużycia energii. Jednak ponieważ obwód analogowy może tylko częściowo regulować fazy sygnałów, trudno jest odpowiednio dostosować wiązkę do konkretnych warunków kanału, co prowadzi do znacznej utraty wydajności. W rezultacie rozpoznano hybrydowe analogowo-cyfrowe formowanie wiązki, szczególnie w przypadku transmisji mmWave . Hybrydowe formowanie wiązki może znacznie zmniejszyć liczbę łańcuchów RF, co skutkuje niższymi kosztami sprzętu i zużyciem energii, przy jednoczesnym osiągnięciu porównywalnej wydajności w porównaniu z cyfrowym formowaniem wiązki. Rozważmy tablicę N elementów dookólnych (zaniedbując różnicę N_t w nadajniku i N_r w odbiorniku), indeksowaną przez n = 1,...,N, promieniującą (lub odbierającą) sygnały do jednorodnego ośrodka w dalekim polu nieskorelowanych sinusoidalnych źródeł punktowych o częstotliwości f₀. Jak pokazano na rysunku,



czas potrzebny fali płaskiej do rozchodzenia się od n-tego elementu nadawczego do anteny odbiorczej znajdującej się w kierunku wskazanym przez kąt wyjścia θ wynosi

$$\tau_n(\theta) = \frac{\mathbf{r}_n \cdot \mathbf{u}(\theta)}{c},$$
(76)

gdzie r_n oznacza wektor położenia n-tego elementu względem punktu odniesienia, u(θ) jest wektorem jednostkowym w kącie θ , c jest prędkością propagacji czoła fali płaskiej, a \cdot oznacza iloczyn skalarny. Odbiornik obserwuje sygnał transmitowany przez element odniesienia wyrażony w notacji zespolonej jako

 $s(t)e^{j2\pi f_0 t}$ (77)

gdzie s(t) oznacza złożony sygnał pasma podstawowego. Front fali na n-tym elemencie przybywa z różnicą czasu $\tau_n(\theta)$ w porównaniu z elementem odniesienia. Tak więc sygnał indukowany w antenie odbiorczej z powodu n-tego elementu można wyrazić jako

 $s(t)e^{j2\pi f_0[t-\tau_n(\theta)]}$

. (78)

To wyrażenie opiera się na założeniu wąskiego pasma dla przetwarzania sygnału tablicowego, zakładając, że szerokość pasma sygnału jest wystarczająco wąska, a wymiar tablicy jest wystarczająco mały, tak aby sygnał pasma podstawowego pozostawał niemal stały w przedziale $\tau_n(\theta)$, tj. aproksymacja s(t) \approx s(t – $\tau_n(\theta)$) jest prawdziwa. Całkowity odebrany sygnał indukowany przez wszystkie N elementów to

$$y(t) = \sum_{n=1}^{N} s(t) e^{j2\pi f_0[t - \tau_n(\theta)]} + n(t),$$
(79)

gdzie n(t) oznacza biały szum gaussowski w antenie odbiorczej. Zasada wąskopasmowego kształtowania wiązki polega na narzuceniu przesunięcia fazowego sygnału na każdy element poprzez multipleksowanie złożonej wagi wn(t) z sygnałem pasma podstawowego lub alternatywnie bezpośrednie przesuwanie faz sygnału $w_n(t) = e^{jgn(t)}$. W ten sposób odebrany sygnał z kształtowaniem wiązki staje się

$$y(t) = \sum_{n=1}^{N} w_n^*(t) s(t) e^{j2\pi f_0[t - \tau_n(\theta)]} + n(t).$$
(80)

W przypadku jednorodnej tablicy liniowej (ULA) z równymi odstępami między elementami d, wyrównanymi w kierunku, w którym pierwszy element znajduje się w początku układu współrzędnych, równanie (76) można zapisać w postaci

$$\tau_n(\theta) = \frac{d}{c}(n-1)\sin\theta.$$
(81)

W kanale AWGN odebrany sygnał uzyskuje się przez podstawienie równania (81) do równania (80), co daje

$$y(t) = \sum_{n=1}^{N} w_n^*(t) s(t) e^{j2\pi f_0 t} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d\sin\theta} + n(t)$$

= $\left(\sum_{n=1}^{N} w_n^*(t) e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)d\sin\theta}\right) s(t) e^{j2\pi f_0 t} + n(t)$
= $g(\theta, t) s(t) e^{j2\pi f_0 t} + n(t),$ (82)

gdzie g(θ , t) to efekt formowania wiązki, nazywany wzorem wiązki. Definiowanie wektora ważenia

$$\mathbf{w}(t) = \left[w_1(t), w_2(t), \dots, w_N(t)\right]^T$$
 (83)

i wektor sterujący ULA

$$\mathbf{a}(\theta) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta}, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}2d\sin\theta}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)d\sin\theta}\right]^T$$
(84)

wzór wiązki ULA można obliczyć za pomocą

$$g(\boldsymbol{\theta},t) = \mathbf{w}^{H}(t)\mathbf{a}(\boldsymbol{\theta}).$$

<mark>-</mark> (85)

Rysunek powyższy ilustruje dwa uformowane wzory wiązki ponad ośmioelementowym ULA. Energia promieniowana może być skoncentrowana w określonym kierunku ze wzmocnieniem mocy równym liczbie elementów anteny. Innymi słowy, ośmioelementowy ULA przynosi wzmocnienie mocy wynoszące 8 (w 0° i 180° wiązki odbiorczej, a 90° i 270° wiązki nadawczej) w stosunku do anteny dookólnej o tej samej mocy. Poprzez zmianę wektorów ważenia lub dostosowanie faz, wiązkę można skierować w dowolnym określonym kierunku pod względem informacji kątowych użytkownika mobilnego, które można oszacować przy użyciu niektórych klasycznych algorytmów, takich jak MUltiple SIgnal Classification (MUSIC) i Estimation of Signal Parameters via Rational Invariance Techniques (ESPRIT). Załóżmy, że kąt użytkownika mobilnego wynosi θ 0, pozwalając

$$\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta_0) = \left[1, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}d\sin\theta_0}, \dots, e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(N-1)d\sin\theta_0}\right]^T$$

. (86)

utworzy wiązkę skierowaną pod żądanym kątem. Następnie wzór wiązki jest

$$g(\theta) = \mathbf{w}^{H}(t)\mathbf{a}(\theta) = \sum_{n=1}^{N} e^{-j\frac{2\pi d}{\lambda}(n-1)\left[\sin\theta - \sin\theta_{0}\right]},$$
(87)

które osiągają szczytową amplitudę

$$g(\theta_0) = \sum_{n=1}^{N} e^{i0} = N$$
(88)

pod żądanym kątem θ_0 , co odpowiada wzmocnieniu mocy $|g(\theta_0)|^2/N = N$. W skrócie, kształtowanie wiązki przynosi wzmocnienie mocy równe liczbie elementów w układzie antenowym N. Zasada kształtowania wiązki odbiorczej w odbiorniku jest równoważna z kształtowaniem wiązki nadawczej. Nadajnik i odbiornik mogą wspólnie stosować kształtowanie wiązki nadawczej i odbiorczej w celu uzyskania większego wzmocnienia mocy.

Prekodowanie pojedynczego strumienia

Niska wzajemna korelacja zwykle oznacza albo wystarczająco dużą separację anten, albo różne kierunki polaryzacji. Zasada prekodowania pojedynczego strumienia przy niskiej korelacji jest podobna do zasady klasycznego kształtowania wiązki przy wysokiej korelacji. Każdy sygnał, który ma być przesłany na odpowiedniej antenie, jest mnożony przez zespoloną wagę. Jednak w przeciwieństwie do klasycznego kształtowania wiązki, które dostosowuje tylko fazy sygnału, prekodowanie powinno uwzględniać zarówno fazy, jak i amplitudy przesyłanych sygnałów. Odzwierciedla to fakt, że zarówno fazy, jak i chwilowe wzmocnienia różnych kanałów różnią się z powodu niskiej korelacji. Inną kluczową różnicą między klasycznym kształtowaniem wiązki a prekodowaniem jest to, że to drugie wymaga wiedzy o kanałach, tj. CSIT. Dostosowanie wag prekodowania jest zatem zazwyczaj wykonywane w

stosunkowo krótkiej skali czasowej, aby śledzić zmiany zanikania, szczególnie w środowisku szybko zanikającym. Na przykład w przypadku dupleksu z podziałem częstotliwości (FDD), gdzie transmisja w górę i w dół odbywa się na różnych nośnych częstotliwości, ich zanikanie jest na ogół nieskorelowane między kanałami łącza w dół i łącza w górę. W tym kontekście odbiornik musi zdobyć wiedzę o kanale downlink, a następnie przekazać ją do swojego nadajnika za pośrednictwem kanału sprzężenia zwrotnego. Alternatywnie odbiornik może wybrać najlepszy wektor prekodowania z ograniczonego zestawu możliwych wektorów w zdefiniowanym wcześniej zbiorze kodów. Jest to wydajne, ponieważ przesyłany jest tylko indeks wybranego wektora. Nadal jednak występuje spadek wydajności z powodu różnicy między zdefiniowanym wektorem a optymalnym wektorem prekodowania. Z drugiej strony, zazwyczaj występuje wysoka korelacja między downlink i uplink w trybie Time-Division Duplex (TDD), gdzie transmisja uplink i downlink odbywa się na tej samej częstotliwości nośnej, ale oddzielnie w nienakładających się przedziałach czasowych. W takim przypadku nadajnik mógłby, przynajmniej w teorii, określić natychmiastowe zanikanie downlink na podstawie pomiarów na uplink, unikając w ten sposób potrzeby jakiegokolwiek sprzężenia zwrotnego. Załóżmy, że nadajnik ma Nt anten, złożona waga dla n-tej t anteny nadawczej jest oznaczona jako v_{nt} , $n_t = 1$, 2,..., N_t . Prekoder koduje symbol transmisji s do serii symboli zakodowanych N_t

$$s_{n_t} = v_{n_t} s, \quad n_t = 1, 2, \dots, N_t,$$
 (89)

które są przesyłane jednocześnie przez anteny $N_{t\!\!,}$ jak pokazano na rysunku .



Prekodowanie można również wyrazić w notacji wektorowej, używając wektora prekodowania v = $[v_1, v_2, ..., v_{Nt}]^T$

s = vs (90)

z wektorem symboli transmisji s = $[s_1, s_2, ..., s_{Nt}]$ T. Zakładając, że sygnały przesyłane z różnych anten podlegają jedynie zanikaniu częstotliwościowemu h_{nt}, n_t = 1,...,N_t. Aby zmaksymalizować moc odbieranego sygnału, wagi prekodowania powinny być dobierane zgodnie z

$$v_{n_t} = \frac{h_{n_t}^*}{\sqrt{\sum_{n_t=1}^{N_t} |h_{n_t}|^2}},$$
(91)

który jest sprzężeniem zespolonym odpowiedniego współczynnika kanału z normalizacją w celu zapewnienia stałej ogólnej mocy transmisji. Cel wektora prekodowania jest potrójny:

• Faza obraca przesyłane sygnały, aby skompensować chwilową fazę kanału i zapewnić, że odbierane sygnały są odbierane w sposób zgodny z fazą;

• Przydziela moc różnym antenom proporcjonalnie do chwilowego wzmocnienia mocy kanału, mianowicie więcej mocy jest przydzielane antenom o dobrych warunkach kanałowych;

• Utrzymuje ogólną stałą moc transmisji.

Załóżmy, że odbiornik ma jedną antenę, odebrany sygnał można wyrazić wzorem

$$\begin{split} r_{\text{pre}} &= \sum_{n_{l}=1}^{N_{l}} h_{n_{l}} v_{n_{l}} s + n = \sum_{n_{l}=1}^{N_{l}} \frac{h_{n_{l}}^{*} h_{n_{l}} s}{\sqrt{\sum_{n_{l}=1}^{N_{l}} |h_{n_{l}}|^{2}}} + n \\ &= \left(\sqrt{\sum_{n_{l}=1}^{N_{l}} |h_{n_{l}}|^{2}}\right) s + n, \end{split}$$

przez który odbiornik może bezpośrednio otrzymać symbol transmisji. Natychmiastowy SNR odebranego sygnału wynosi

$$\gamma_{\text{pre}} = \sum_{n_t=1}^{N_t} |h_{n_t}|^2 \frac{P}{\sigma_n^2} = \left(\sum_{n_t=1}^{N_t} |h_{n_t}|^2\right) \overline{\gamma}_n.$$
(92)

co jest równoważne z odebranym SNR maksymalnego współczynnika łączenia, patrz równanie (19). Oznacza to, że prekodowanie w kategoriach natychmiastowego CSI przez wiele anten o niskiej korelacji może osiągnąć pełne zróżnicowanie rzędu równe liczbie anten nadawczych. Jego wydajność jest porównywalna z wydajnością MRC w odbiorniku. Należy zauważyć, że klasyczne formowanie wiązki można również modelować zgodnie z równaniem (90) z ograniczeniem, że wagi są ograniczone do wzmocnienia jednostkowego i zapewniają tylko przesunięcia fazowe. Piszemy h₁, aby oznaczyć odpowiedź kanałową anteny odniesienia. Następnie odpowiedź kanałowa dla macierzy antenowej

wynosi h₁a(θ_0), mianowicie $h_{n_l} = h_1 e^{-j\frac{ds}{\lambda}(n_l-1)d\sin\theta_0}$ dla anteny n_t. Stosując równanie (91) otrzymujemy wagę prekodowania

$$v_{n_{t}} = \frac{h_{n_{t}}^{*}}{\sqrt{\sum_{n_{t}=1}^{N_{t}} |h_{n_{t}}|^{2}}} = \frac{h_{1}^{*} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(n_{t}-1)d\sin\theta_{0}}}{\sqrt{N_{t}|h_{1}|^{2}}}$$
(93)

co skutkuje otrzymaniem sygnału

$$\begin{aligned} r_{bf} &= \sum_{n_{t}=1}^{N_{t}} h_{n_{t}} v_{n_{t}} s + n \\ &= \sum_{n_{t}=1}^{N_{t}} \frac{\left(h_{1}^{*} e^{j\frac{2\pi}{\lambda}(n_{t}-1)d\sin\theta_{0}}\right) \left(h_{1} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda}(n_{t}-1)d\sin\theta_{0}}\right)}{\sqrt{N_{t}}|h_{1}|^{2}} s + n \\ &= \sqrt{N_{t}}|h_{1}|^{2} s + n. \end{aligned}$$
(94)

Otrzymany SNR dla formowania wiązki wynosi

$$\gamma_{bf} = N_t |h_1|^2 \frac{P}{\sigma_n^2}.$$

. (95)

W porównaniu z pojedynczą anteną (anteną odniesienia) o takiej samej mocy całkowitej, która ma odebrany SNR

$$\gamma_1 = |h_1|^2 \frac{P}{\sigma_n^2}$$
 (96)

kształtowanie wiązki osiąga wzmocnienie mocy N_t. Rozważmy wiele anten w odbiorniku, odpowiedź kanału jest następnie modelowana przez macierz kanału H. Metodologia wstępnego kodowania jest podobna, ale staje się bardziej złożona, zwłaszcza gdy wiele równoległych strumieni danych jest transmitowanych jednocześnie. Należy ona do wstępnego kodowania multipleksowania przestrzennego w celu uzyskania większej pojemności kanału, a nie różnorodności przestrzennej, która zostanie przedstawiona w następnej sekcji.

Multipleksowanie przestrzenne

W poprzednich dwóch sekcjach badano wykorzystanie wielu anten nadawczych lub odbiorczych w celu uzyskania różnorodności przestrzennej lub zysków mocy (czasami nazywanych zyskami macierzy) poprzez koherentne łączenie, kodowanie przestrzenno-czasowe, wybór anteny lub kształtowanie wiązki. Różnorodność wyższego rzędu i zyski mocy są dostępne poprzez jednoczesne zastosowanie wielu anten nadawczych i odbiorczych odpowiednio w nadajniku i odbiorniku. Różnorodność przestrzenna może być postrzegana jako podejście do poprawy SNR w stosunku do zaniku kanału. Ten zysk jest bardziej znaczący w reżimie niskiego SNR, w którym system bezprzewodowy jest ograniczony mocą, ale staje się marginalny w reżimie wysokiego SNR, który wykazuje ograniczenie przepustowości. W tej sekcji zbadamy nowe podejście do wykorzystania kanału MIMO mającego wiele anten nadawczych i wiele anten odbiorczych. W środowiskach o bogatym rozpraszaniu kanał MIMO umożliwia dodatkowy wymiar przestrzenny dla transmisji sygnału, dając zysk stopnia swobody. Te stopnie swobody można wykorzystać poprzez multipleksowanie przestrzenne równoległych strumieni danych, co skutkuje liniowym wzrostem przepustowości kanału. Innymi słowy, pojemność takiego kanału MIMO jest proporcjonalna do liczby anten. Natomiast pojemność kanału różnorodności przestrzennej lub kształtowania wiązki wzrasta tylko w skali logarytmicznej wraz z liczbą anten (kolejność różnorodności). Ta sekcja przedstawi podstawową zasadę multipleksowania przestrzennego w systemie MIMO typu punkt-punkt, znanym również jako system SU-MIMO (Single-User Multi-Input Multi-Output), a następnie omówi jej praktyczną implementację za pomocą wstępnego kodowania i wykrywania MIMO.

MIMO pojedynczego użytkownika

Rozważmy wąskopasmowy kanał bezprzewodowy z N_t anten nadawczych i N_r anten odbiorczych, które można opisać macierzą N_r × N_t H. Jak omówiono w poprzedniej sekcji, wykorzystanie różnorodności przestrzennej i kształtowania wiązki może poprawić jakość odbieranego sygnału przy maksymalnym dostępnym wzmocnieniu SNR proporcjonalnie do N_t × N_r. Pojemność kanału można wyrazić za pomocą

$$C = \log_2 \left(1 + N_t N_r \frac{P}{\sigma_n^2} \right)$$
(97)

Zauważ, że

 $\log_2(1+\gamma) \approx \gamma \log_2(e),$ (98)

gdy SNR jest mały ($\gamma \rightarrow 0$), co oznacza, że pojemność rośnie w przybliżeniu liniowo wraz z rzędem różnorodności w reżimie niskiej mocy. Jeśli system jest ograniczony mocą, każdy 3 dB decybelowy wzrost (lub podwojenie) mocy podwaja pojemność . Jednak wzmocnienie różnorodności przestrzennej szybko maleje i nasyca się, jeśli odebrany SNR wpada w obszar ograniczony szerokością pasma. Przy wysokim SNR $\gamma \gg 1$ mamy

$$\log_2(1+\gamma) \approx \log_2(\gamma)$$
(99)

co oznacza, że pojemność kanału rośnie tylko logarytmicznie wraz z kolejnością różnorodności. Innymi słowy, każdy wzrost mocy o 3 dB decybele daje tylko jeden dodatkowy bit pojemności kanału. Model kanału równoważnego pasmu podstawowemu dla kanału MIMO pojedynczego użytkownika można wyrazić za pomocą

r= Hs+n (100)

gdzie r =[r₁, r₂,..., r_{Nr}^{]T} $\in C^{Nr\times 1}$ oznacza wektor sygnału odebranego, a s = [s₁, s₂,..., s_{Nt}]^T $\in C^{Nt\times 1}$ oznacza wektor sygnału przesłanego, z ograniczeniem całkowitej mocy P, tj. $\mathbb{E}[s^{H}s] \leq P$. Równoważnie, ponieważ s^Hs = tr(ss^H) i komutując oczekiwanie i ślad, otrzymujemy

$$\operatorname{tr}\left(\mathbb{E}\left[\mathbf{ss}^{H}\right]\right) \leqslant P.$$
(101)

Ta druga forma ograniczenia mocy jest bardziej użyteczna w niektórych dyskusjach. Używamy n = [n₁, n₂,..., n_{Nr}]^T $\in C^{Nr\times 1}$ do przedstawienia wektora addytywnego zespolonego szumu Gaussa. Szum psujący różne otrzymane sygnały jest zwykle niezależny, ma zerową średnią i równą wariancję σ^2_n , tj. $\mathbb{E}[nn^H] = \sigma^2_n I_{Nr}$, co można zamiennie wyrazić jako $\mathbf{n} \in C\mathcal{N}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_{Nr})$. Przy założeniu płaskiego zaniku, kanał MIMO można modelować w macierzy N_r × N_t, tj.

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{N_t 1} & h_{N_t 2} & \dots & h_{N_t N_t} \end{pmatrix}$$
(102)

z typowym wpisem hnrnt w n-tym wierszu r i n-tej kolumnie t, oznaczającym współczynnik kanału między anteną nadawczą nt i anteną odbiorczą nr, gdzie n_r = 1, 2,...,N_r i n_t = 1, 2,...,N_t, jak pokazano na rysunku.



H jest macierzą losową o wartościach zespolonych, która podąża za określonym rozkładem prawdopodobieństwa, a każde użycie kanału odpowiada niezależnej realizacji H. Ogólnie rzecz biorąc, każdy wpis jest zespoloną kołowo symetryczną zmienną losową Gaussa z zerową średnią, niezależnymi częściami rzeczywistymi i urojonymi o wariancji 1/2, oznaczoną jako $h \sim C\mathcal{N}(0, 1)$. Ten wybór modeluje środowisko zaniku Rayleigha z wystarczającym rozdzieleniem wewnątrz anten odbiorczych i anten nadawczych, tak że zaniki dla każdej pary anten nadawczych i odbiorczych są niezależne. We wszystkich przypadkach realizacja H jest deterministyczna, a odbiornik otrzymuje wyjście kanału składające się z pary (r,H). W całym tym rozdziale i całej książce pogrubione małe i duże litery oznaczają odpowiednio wektory i macierze. W przypadku ich działania $(\cdot)^*$, $(\cdot)^T$ i $(\cdot)^H$ oznaczają odpowiednio sprzężenie, transpozycję i transpozycję hermitowską. ak wiemy, pojemność Shannona dla systemu pojedynczej anteny w kanale o płaskim zaniku wyrażona w bps/Hz jest dana wzorem

$$C = \log_2 \left(1 + |h|^2 \frac{P}{\sigma_n^2} \right)$$
(103)

Dzięki zastosowaniu wielu anten odbiorczych mamy system SIMO o zwiększonej pojemności

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P}{\sigma_n^2} \sum_{n_r=1}^{N_r} |h_{n_r}|^2 \right)$$
(104)

Podobnie, jeśli zdecydujemy się na różnorodność transmisji bez CSI w nadajniku, będziemy mieli system MISO o pojemności

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \sum_{n_t=1}^{N_t} |h_{n_t}|^2 \right)$$
(105)

gdzie normalizacja przez N_t zapewnia stałą całkowitą moc nadawania i implikuje brak wzmocnienia tablicy (mocy) w przeciwieństwie do przypadku wielu anten odbiorczych. Pojemność kanału SIMO lub MISO, jak podano w równaniach (104) lub (105), wykazuje logarytmiczną zależność w odniesieniu do liczby anten. Telatar oraz Foschini i Gans wykazali, że pojemność kanału MIMO może rosnąć liniowo wraz

$$N_m = \min\left(N_t, N_r\right) \tag{106}$$

a nie logarytmicznie. Wzór na uogólnioną pojemność jest podany przez

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right]$$
(107)

gdzie operator det [·] oznacza wyznacznik macierzy. Jest to wektorowy kanał Gaussa, a zatem jego pojemność można obliczyć, rozkładając kanał wektorowy na zbiór równoległych, niezależnych skalarnych podkanałów Gaussa. Z podstawowej algebry liniowej, transformację liniową można wyrazić jako kompozycję trzech operatorów, tj. operacji obrotu, operacji skalowania i innej operacji obrotu. W konsekwencji, dowolną macierz można rozłożyć za pomocą rozkładu wartości osobliwych (SVD) jako

$$\mathbf{H} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^{H}_{(108)}$$

gdzie $U \in C^{Nr \times Nr}$ i $V \in C^{Nt \times Nt}$ są unitarne, spełniając

$$\mathbf{U}^{H}\mathbf{U} = \mathbf{U}\mathbf{U}^{H} = \mathbf{I}_{N_{e}}$$

$$\mathbf{V}^{H}\mathbf{V} = \mathbf{V}\mathbf{V}^{H} = \mathbf{I}_{N_{l}},$$
(110)

i $\Sigma \in \mathbb{R}^{Nr \times Nt}$ jest macierzą prostokątną, której elementy diagonalne są nieujemnymi liczbami rzeczywistymi, podczas gdy elementy poza przekątną są zerami. Elementy diagonalne są na ogół uporządkowanymi wartościami osobliwymi H, oznaczanymi jako $\lambda_1 \ge \lambda_2 \ge ... \ge \lambda_{Nm}$. Ta macierz jak

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N_m} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$
(111)

gdy $N_r < N_t$ lub

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N_m} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$
(112)

gdy N_r > N_t. Zdefiniuj macierz

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \mathbf{H}\mathbf{H}^{H}, & N_{r} \leq N_{t} \\ \mathbf{H}^{H}\mathbf{H}, & N_{r} > N_{t} \end{cases}$$
(113)

Te osobliwe wartości są również niezerowymi wartościami własnymi W, kolumny U są wektorami własnymi HH^H, a kolumny V są wektorami własnymi HHH. Zatem możemy przepisać równanie (100) jako

$$\mathbf{r} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H \mathbf{s} + \mathbf{n}.$$
 (114)

Jeżeli nadajnik zna r, może wstępnie zakodować wektor symboli informacyjnych x = $[x_1, x_2, ..., x_{Nt}]^T$ jako

s = Vx (115)

powodując

 $\mathbf{r} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{V}^{H}\mathbf{V}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{U}\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{x} + \mathbf{n},$ (116)

ponieważ V^HV = I_{Nt}. Jak pokazano na rysunku ,



jeśli odbiornik wykorzystuje UH do dekodowania odebranego sygnału, mamy

$$\mathbf{y} = \mathbf{U}^{H}\mathbf{r} = \mathbf{U}^{H}\mathbf{U}\Sigma\mathbf{x} + \mathbf{U}^{H}\mathbf{n} = \Sigma\mathbf{x} + \mathbf{z}.$$
(117)

Wstępne kodowanie nie zmienia ograniczenia mocy, ponieważ

$$\mathbb{E}[\mathbf{x}^{H}\mathbf{x}] = \mathbb{E}[\mathbf{s}^{H}\mathbf{V}^{H}\mathbf{V}\mathbf{s}] = \mathbb{E}[\mathbf{s}^{H}\mathbf{s}] \leq P.$$
(118)

Podobnie wiemy, że z = U^Hn ma taki sam rozkład jak n, tj. $z \sim C\mathcal{N}(0, \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r})$. Rozwijając y = $\Sigma x + z$, otrzymujemy (tylko dla przypadku N_r < N_t)

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{N_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N_m} & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{N_t} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{N_r} \end{pmatrix},$$
(119)

co oznacza, że otrzymujemy N_m równoległych kanałów Gaussa:

 $y_n = \lambda_n x_n + z_n$, for $n = 1, ..., N_m$ (120)

Jego pojemność oblicza się poprzez bezpośrednie zsumowanie pojemności poszczególnych kanałów równoległych, co wyraża się wzorem

$$C = \sum_{n=1}^{N_m} \log_2 \left(1 + \lambda_n^2 \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \right),$$
(121)

zakładając równy podział mocy pomiędzy antenami nadawczymi

Alternatywnie, pojemność można wyznaczyć podstawiając H = $U\Sigma V^{H}$ do równania (107):

$$C = \log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^H \mathbf{V} \Sigma^H \mathbf{U}^H \right]$$

= $\log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \mathbf{U} \Sigma \Sigma^H \mathbf{U}^H \right]$
= $\log_2 \det \left[\mathbf{U} \left(\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \Sigma \Sigma^H \right) \mathbf{U}^H \right]$
= $\log_2 \det \left[\mathbf{I}_{N_r} + \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \Sigma \Sigma^H \right].$ (122)

Zastosowanie równania (112) daje

$$\Sigma \Sigma^{H} = \begin{pmatrix} \lambda_{1}^{2} & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{2}^{2} & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N_{m}}^{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix},$$
(123)

W ten sposób równanie (122) można dalej zapisać jako

$$C = \sum_{n=1}^{N_m} \log_2 \left(1 + \lambda_n^2 \frac{P}{N_t \sigma_n^2} \right)$$
(124)

co jest dokładnie identyczne z równaniem (121). Każdy podkanał z wartością własną różną od zera może obsługiwać strumień danych, więc kanał MIMO może obsługiwać multipleksowanie przestrzenne wielu strumieni. Pojemność kanału rośnie teraz liniowo wraz z liczbą anten, a maksymalna liczba równoległych podkanałów jest równa minimalnej liczbie anten nadawczych i odbiorczych. Istnieją dwa kluczowe parametry do określania wydajności. Ranga oznacza liczbę niezerowych wartości osobliwych macierzy kanału, mamy

$r \leq \min(N_t, N_r)$. (125)

Wskazuje, ile równoległych podkanałów zapewnia kanał MIMO, a przy pełnej randze kanał MIMO zapewnia $N_m = \min (N_t, N_r)$ stopni swobody przestrzennej. Innym parametrem jest liczba warunków H, która jest zdefiniowana jako stosunek maksymalnej wartości osobliwej do minimalnej wartości osobliwej

$$c = \frac{\max_{n=1,2,\dots,N_m} (\lambda_n)}{\min_{n=1,2,\dots,N_m} (\lambda_n)}.$$
(126)

Mówi się, że macierz kanałów jest dobrze uwarunkowana, jeżeli liczba warunków zbliża się do 1; w przeciwnym razie jest źle uwarunkowana

Wstępne kodowanie MIMO

Chociaż korzyści z MIMO są możliwe do zrealizowania, gdy sam odbiornik ma wiedzę o kanałach, lepszą wydajność można osiągnąć, gdy nadajnik zna CSI, znany jako CSIT. Na przykład w czteronadawczym systemie antenowym z dwoma odbiorczymi kanałami zanikającymi Rayleigha, wykorzystanie CSI w nadajniku może podwoić pojemność przy SNR –5 dB i zwiększyć dodatkową pojemność o 1,5 bps/Hz przy SNR 5 dB . W tym celu nadajnik musi wstępnie zakodować sygnały nadawcze w kategoriach natychmiastowego CSI przed transmisją. W tej podsekcji badane jest wstępne kodowanie w systemie MIMO dla pojedynczego użytkownika z pełnym CSIT lub ograniczonym CSIT.

Pełne CSI w nadajniku

W systemie TDD, w którym wykorzystywana jest wzajemność kanałów, lub w systemie FDD z powolnym zanikaniem, możliwe jest śledzenie zmian kanału w nadajniku. Pomimo niedokładności CSI, wstępne kodowanie z idealnym CSIT jest również niezbędne teoretycznie. Jak omówiono w poprzedniej sekcji, wstępne kodowanie SVD może zrealizować wydajność osiągania pojemności, zakładając, że macierz kanałów jest pełnej rangi. Wstępnym kodowaniem jest po prostu V, a strategia wypełniania wodą jest stosowana do przydzielania mocy między podkanały, tj.

$$P_n = \left(\mu - \frac{N_0}{\lambda_n^2}\right)^+,\tag{127}$$

z μ wybranym tak, aby spełnione było ograniczenie całkowitej mocy

$$\mathbb{E}\left[\sum_{n=1}^{N_m} \left(\mu - \frac{N_0}{\lambda_n^2}\right)^+\right] \leqslant P.$$
(128)

Jednak H nie zawsze jest macierzą pełnego rzędu, a liczba stopni swobody przestrzennej jest równa rzędowi H. Piszemy N_L, aby oznaczyć liczbę warstw transmisyjnych, zwanych również rzędem

transmisji, który nie powinien być większy od rzędu macierzy kanału chwilowego, tj. $N_{L} \leq r \leq N_{m}$. Należy zauważyć, że rząd transmisji nie jest koniecznie wybierany tak, aby był równy rzędowi macierzy. Na przykład można przesłać dwa strumienie danych przez kanał czterorzędowy. Jeśli $N_{L} = r \leq N_{m}$, macierz kanału zawiera $N_{L} \leq N_{m}$ niezerowych wartości osobliwych. Wykorzystując efekt wierszy lub kolumn ze wszystkimi zerami w Σ , wzór SVD podany w równaniu (108) można zapisać w równoważnej formie.

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\Sigma\mathbf{V}^{H} = \mathbf{\tilde{U}}\boldsymbol{\tilde{\Sigma}}\mathbf{\tilde{V}}^{H}, (129)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{U}} \in C^{N_r \times N_L}$ oznacza pierwsze N_L kolumny U $\in C^{Nr \times Nr}$ (ponieważ pozostałe kolumny N_r – N_L będą multipleksowane z zerami w ostatnich wierszach Σ), $\tilde{\mathbf{V}}^H \in C^{N_L \times N_L}$ oznacza pierwsze N_L wierszy V^H $\in \mathbb{C}^{N_L \times N_L}$ oznacza pierwsze N_L wierszy V^H $\in \mathbb{C}^{N_L \times N_L}$

$$\bar{\Sigma} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{N_L} \end{pmatrix}.$$
(130)

Jak pokazano na rysunku,



symbole informacji kodowanej kanałowo są demultipleksowane do strumieni NL, oznaczonych jako x = $[x_1, x_2,..., x_{NL}]^T$, a każdy strumień jest mapowany na jedną warstwę prekodera. W przypadku prekodowania SVD z częściowym rangą macierz prekodowania $\mathbf{P} = \tilde{\mathbf{V}}$. Następnie wektor przesłanych symboli s = $[s_1, s_2,..., s_{Nt}]^T$ jest tworzony przez

s = Px. (131)

Stosując detektor liniowy $\mathbf{D} = \mathbf{\bar{U}}^{H}$, odbiornik oblicza

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{r} = \mathbf{\tilde{U}}^{H}\mathbf{r} = \mathbf{\tilde{U}}^{H}(\mathbf{\tilde{U}}\mathbf{\tilde{\Sigma}}\mathbf{\tilde{V}}^{H}\mathbf{\tilde{V}}\mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbf{\tilde{\Sigma}}\mathbf{x} + \mathbf{\tilde{n}},$$
(132)

który jest przekształcany w ogólny problem wykrywania w kanale AWGN. Rysunek ilustruje typową strukturę liniowego prekodowania w systemie MIMO pojedynczego użytkownika.

Oznacza to, że liniowe przetwarzanie za pomocą macierzy prekodowania o rozmiarze N_t × N_L stosowanej w nadajniku. W przypadku pojedynczej warstwy liniowe prekodowanie dla multipleksowania przestrzennego powraca do formowania wiązki opartego na prekodowaniu. W prekodowaniu pojedynczego strumienia (lub formowaniu wiązki transmisji przez układy anten o niskiej korelacji), identyczny sygnał jest emitowany z każdej z anten transmisyjnych z odpowiednim ważeniem, dostosowując zarówno fazę, jak i wzmocnienie, aby zmaksymalizować SNR w odbiorniku. W systemie SU-MIMO prekodowanie oznacza, że wiele strumieni danych jest jednocześnie emitowanych z anten nadawczych z niezależnym i odpowiednim ważeniem, tak aby zmaksymalizować przepustowość łącza. Prekodowanie służy dwóm celom:

• Gdy liczba warstw transmisyjnych, które mają być multipleksowane przestrzennie, jest równa liczbie anten nadawczych ($N_L = N_t$), można go użyć do ortogonalizowania sygnałów równoległych, co pozwala na lepszą izolację sygnału w odbiorniku.

• Gdy liczba warstw transmisyjnych, które mają być multipleksowane przestrzennie, jest mniejsza niż liczba anten nadawczych ($N_L < N_t$), zapewnia również mapowanie sygnałów NL multipleksowanych przestrzennie na N_t anten nadawczych, w tym połączenie multipleksowania przestrzennego i formowania wiązki.

Prekodowanie SVD może skutecznie przekształcić kanał MIMO w zestaw równoległych podkanałów. Jednak wydajność błędów jest zdominowana przez ten podkanał o najmniejszej wartości osobliwej. Znaczną poprawę można osiągnąć, wspólnie kodując pary podkanałów, o ile pary te są odpowiednio dobrane. Motywacja do parowania podkanałów wynika z idei kodowania rotacyjnego, która jest przedstawiona za pomocą macierzy rotacyjnej

$$\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}_{(133)}$$

Generuje obrót oryginalnych punktów konstelacji o kąt θ , jak pokazano na rysunku.



Parowanie podkanałów jest osiągane za pomocą kodów X i kodów Y , gdzie macierz parowania G jest stosowana do parowania różnych podkanałów w celu poprawy ogólnego porządku różnorodności. Na przykład struktura kodu X dla N_L = 6 jest podana przez

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & & \sin \theta_1 \\ & \cos \theta_2 & & \sin \theta_2 \\ & & \cos \theta_3 & \sin \theta_3 & & \\ & & -\sin \theta_3 & \cos \theta_3 & & \\ & & -\sin \theta_2 & & \cos \theta_2 \\ -\sin \theta_1 & & & \cos \theta_1 \end{pmatrix}.$$
(134)

Następnie macierz prekodowania staje się

$$\mathbf{P} = \mathbf{\tilde{V}G}_{(135)}$$

Kody X mają lepszą wydajność błędów niż standardowe prekodowanie SVD. Niemniej jednak jego wydajność pogarsza się, gdy pary podkanałów są źle uwarunkowane. Ta degradacja wraz z motywacją dalszego obniżania złożoności skutkuje kodami Y.

Ograniczone CSI w nadajniku

W praktyce, niestety, zmienna w czasie odpowiedź kanału, zwłaszcza w środowiskach o szybkim zaniku sygnału, utrudnia i często kosztuje dokładne i terminowe uzyskanie CSI w nadajniku. Ograniczone zasoby sprzężenia zwrotnego, powiązane opóźnienia sprzężenia zwrotnego, błędy transmisji i opóźnienia harmonogramowania pogarszają wydajność systemu CSIT przy krótkim czasie koherencji kanału w systemach FDD. W formach TDD błędy kalibracji anteny i opóźnienia czasowe przełączania między transmisją w dół i w górę ponownie ograniczają dokładność CSIT. Dlatego często mamy tylko niedoskonałe, częściowe natychmiastowe CSI do wstępnego kodowania w nadajniku. W kontekście ograniczonego sprzężenia zwrotnego skutecznym rozwiązaniem jest zdefiniowanie ograniczonego zestawu macierzy wstępnego kodowania, nazywanych księgą kodów, które są znane zarówno nadajnikowi, jak i odbiornikowi. Wstępne kodowanie oparte na księdze kodów pozwala systemowi bezprzewodowemu zrezygnować z pełnego CSIT, znacznie zmniejszając narzut sprzężenia zwrotnego. Na podstawie pomiarów sygnałów odniesienia odbiornik wybiera odpowiednią rangę transmisji i odpowiadającą jej macierz wstępnego kodowania. Informacje zawierające wybraną rangę i macierz prekodowania są następnie przekazywane do nadajnika w formie np. wskaźnika rangi (RI) i wskaźnika macierzy prekodowania (PMI) zgodnie ze specyfikacjami 3GPP LTE. RI i PMI są jedynie zaleceniami, a nadajnik niekoniecznie stosuje się do RI/PMI dostarczonych przez odbiornik podczas wybierania rzeczywistej rangi transmisji i macierzy prekodowania. Jeśli nie stosuje się do zalecenia, nadajnik musi wyraźnie poinformować odbiornik, jaka macierz prekodowania jest używana. Z drugiej strony, jeśli nadajnik używa zalecanej macierzy prekodowania, sygnalizowane jest tylko potwierdzenie. Aby ułatwić czytelnikom konkretny widok, niniejszym używamy jako przykładu książki kodowej prekodowania określonej przez LTE. System obsługuje transmisję wieloantenową przy użyciu dwóch i czterech portów antenowych. Książki kodowe są definiowane dla

 Dwóch portów antenowych dla jednej i dwóch warstw, odpowiadających macierzom prekodowania o rozmiarze odpowiednio 2 × 1 i 2 × 2, jak wymieniono w Tabeli 2.

Number of layers	Codebook index					
	0	1	2	3	4	5
One layer	$\begin{bmatrix} 1\\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0\\1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1\\ j \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\-j\end{bmatrix}$
Two layers	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&1\\1&-1\end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&1\\j&-j\end{bmatrix}$			•

• Cztery porty antenowe dla jednej, dwóch, trzech i czterech warstw, odpowiadające macierzom kodowania wstępnego o rozmiarach 4 × 1, 4 × 2, 4 × 3 i 4 × 4, jak podano w tabeli 3.

Codebook		Number of layers N _L				
Index	u"	1	2	3	4	
0	$\mathbf{u}_0 = [1, -1, -1, 1]^T$	${\bf W}_{0}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_0^{(14)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{0}^{(124)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{0}^{(1234)}$	
1	$\mathbf{u}_1 = [1,-j,1,j]^T$	$W_{1}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{W}_{1}^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{1}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{1}^{(1234)}$	
2	$\mathbf{u}_2 = [1, 1, -1, 1]^T$	W ⁽¹⁾ ₂	$\frac{1}{\sqrt{2}} W_2^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_2^{(123)}$	$\frac{1}{2}W_{2}^{(3214)}$	
3	$\mathbf{u}_3 = [1,j,1,-j]^T$	$W_{3}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_{3}^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_{3}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{3}^{(3214)}$	
4	$\mathbf{u}_4 = \left[1, \frac{-1-j}{\sqrt{2}}, -j, \frac{1-j}{\sqrt{2}}\right]^T$	$\mathbf{W}_4^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_4^{(14)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{4}^{(124)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{4}^{(1234)}$	
5	$\mathbf{u}_{5} = \left[1, \frac{1-j}{\sqrt{2}}, j, \frac{-1-j}{\sqrt{2}}\right]^{T}$	${f W}_{5}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_{5}^{(14)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_{5}^{(124)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{5}^{(1234)}$	
6	$\mathbf{u}_6 = \left[1, \frac{1+j}{\sqrt{2}}, -j, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}\right]^T$	$W_{6}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_{6}^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_{6}^{(134)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{6}^{(1324)}$	
7	$\mathbf{u}_7 = \left[1, \frac{-1+j}{\sqrt{2}}, j, \frac{1+j}{\sqrt{2}}\right]^T$	$W_{7}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} W_7^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_7^{(134)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{7}^{(1324)}$	
8	$\mathbf{u}_{\mathrm{g}} = [1, -1, 1, 1]^T$	W ⁽¹⁾ ₈	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_{8}^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_{8}^{(124)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{8}^{(1234)}$	
9	$\mathbf{u}_9 = [1,-j,-1,-j]^T$	$W_{9}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}W_{9}^{(14)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}W_{9}^{(134)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{9}^{(1234)}$	
10	$\mathbf{u}_{10} = [1, 1, 1, -1]^T$	$W_{10}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{W}_{10}^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{10}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{10}^{(1324)}$	
11	$\mathbf{u}_{11}=[1,j,-1,j]^T$	$W_{11}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{W}_{11}^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$ W ⁽¹³⁴⁾ ₁₁	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{11}^{(1324)}$	
12	$\mathbf{u}_{12} = [1, -1, -1, 1]^T$	W ⁽¹⁾ ₁₂	$\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{W}_{12}^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{12}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{12}^{(1234)}$	
13	$\mathbf{u}_{13} = [1, -1, 1, -1]^T$	W ⁽¹⁾ ₁₃	$\frac{1}{\sqrt{2}} W_{13}^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} W_{13}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{13}^{(1324)}$	
14	$\mathbf{u}_{14} = [1, 1, -1, -1]^T$	W ⁽¹⁾ ₁₄	$\frac{1}{\sqrt{2}} \mathbf{W}_{14}^{(13)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \mathbf{W}_{14}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{14}^{(3214)}$	
15	$\mathbf{u}_{15} = [1, 1, 1, 1]^T$	$W_{15}^{(1)}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{W}_{15}^{(12)}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}\mathbf{W}_{15}^{(123)}$	$\frac{1}{2}\mathbf{W}_{15}^{(1234)}$	

W przeciwieństwie do tabeli 2, która wyraźnie podaje macierze prekodowania dla dwóch portów antenowych, macierze prekodowania w tabeli 3 wymagają interpretacji. Dla typowego wiersza n, n = 0, 1,..., 15 odpowiedni W_n jest obliczany przez

$$\mathbf{W}_n = \mathbf{I} - \frac{2\mathbf{u}_n \mathbf{u}_n^H}{\mathbf{u}_n^H \mathbf{u}_n},$$
(136)

a $W^{(iaib)}_n$ oznacza podmacierz W_n składającą się z kolumn i_a i i_b. Na przykład,

i

$$\mathbf{W}_{0}^{(1)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1\\1\\1\\1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W}_{0}^{(14)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1\\1 & -1\\1 & -1\\1 & 1 \end{bmatrix}.$$
(138)

Wspomniany mechanizm jest również znany jako prekodowanie oparte na zamkniętej pętli kodowej dla transmisji wieloantenowej. Wariant nazywa się prekodowaniem w otwartej pętli, który nie polega na żadnych szczegółowych zaleceniach dotyczących macierzy prekodowania od odbiornika i nie wymaga żadnej wyraźnej sygnalizacji rzeczywistej macierzy prekodowania używanej do transmisji. Zamiast tego, macierz prekodowania jest wybierana w sposób wstępnie zdefiniowany i deterministyczny, znany z góry zarówno nadajnikowi, jak i odbiornikowi. Jednym z zastosowań prekodowania w otwartej pętli są scenariusze o wysokiej mobilności, w których trudno jest uzyskać dokładne sprzężenie zwrotne ze względu na opóźnienie w raportowaniu PMI. Oprócz prekodowania opartego na książce kodowej, w wydaniu LTE Release 9 wprowadzono inny wariant określany jako prekodowanie nieoparte na książce kodowej. Pomimo niejednoznaczności wywołanej przez ten termin, nadal może on używać macierzy prekodowania podanych przez wstępnie zdefiniowaną książkę kodową. Główną różnicą w porównaniu z prekodowaniem opartym na książce kodowej jest obecność sygnałów referencyjnych demodulacji przed prekodowaniem. Transmisja wstępnie zakodowanych sygnałów odniesienia umożliwia demodulację i odzyskiwanie przesyłanych warstw w odbiorniku bez wyraźnej wiedzy o prekodowaniu zastosowanym w nadajniku. Oszacowanie kanału na podstawie wstępnie zakodowanych sygnałów odniesienia odzwierciedli doświadczony kanał, w tym efekt prekodowania, i dlatego może być używane bezpośrednio do spójnej demodulacji. Nie ma zatem potrzeby sygnalizowania żadnych informacji o macierzy prekodowania do odbiornika, który musi jedynie znać rangę transmisji. W konsekwencji nadajnik może zastosować dowolną macierz prekodowania i nie ma potrzeby wyraźnego sygnalizowania

Detekcja MIMO

Gdy nadajnik zna kanał, architektura SVD umożliwia nadajnikowi wysyłanie równoległych strumieni danych przez kanał, aby docierały one ortogonalnie do odbiornika bez zakłóceń między strumieniami. Osiąga się to poprzez wstępne obrócenie danych, tak aby równoległe strumienie mogły być wysyłane wzdłuż modów własnych kanału. Gdy nadajnik nie zna kanału, wstępne kodowanie nie jest możliwe. Jednak pełne stopnie swobody można osiągnąć, jeśli zostaną zastosowane odpowiednie algorytmy wykrywania MIMO. Wykrywanie sygnałów multipleksowanych przestrzennie jest jedną z kluczowych funkcji odbiornika w bezprzewodowym systemie komunikacyjnym MIMO. Dzieje się tak, ponieważ oprócz szumu addytywnego i zaniku kanału, odebrany sygnał zawiera zakłócenia przestrzenne spowodowane jednoczesną transmisją z wielu anten nadawczych. W związku z tym projektowanie, analiza i wdrażanie wydajnych algorytmów pojedynczego przetwarzania w celu wykrywania odebranych sygnałów w obecności tych zakłóceń przestrzennych są atrakcyjne. Zaczynamy od modelu systemu

r = Hs + n, (139)

gdzie macierz kanału H jest doskonale znana odbiornikowi, ale nieznana nadajnikowi. Nie ma prekodowania w nadajniku, tj. P = I, co oznacza, że niezależne strumienie danych są przesyłane na różnych antenach nadawczych. Należy zauważyć, że zarówno odbiornik, jak i nadajnik znają macierz prekodowania w przypadku CSIT, a efekt P można uznać za część ogólnej odpowiedzi kanału. Wykrywanie wstępnie zakodowanych sygnałów ze znaną macierzą prekodowania w odbiorniku jest podobne do wykrywania niezależnie przesyłanych sygnałów. Dlatego ta część koncentruje się na

wykrywaniu MIMO bez CSIT, ale jest stosowana do tego drugiego. W pozostałej części tej części przedstawiono kilka dobrze znanych algorytmów wykrywania MIMO, w tym optymalne wykrywanie ML, wykrywanie liniowe (filtr dopasowany, ZF i MMSE) i wykrywanie nieliniowe (kolejne usuwanie zakłóceń, SIC).

Wykrywanie maksymalnego prawdopodobieństwa

Odbiornik generuje oszacowanie s przesyłanego wektora symboli s, w oparciu o swoją wiedzę na temat macierzy kanału H i obserwacji r, tj.

 $\hat{s} = f(H, r).$ (140)

Optymalny detektor z punktu widzenia minimalizacji średniego prawdopodobieństwa błędu jest realizowany przez algorytm ML. Detektor ML rozwiązuje nieliniowy problem optymalizacji minimalizacji kwadratu odległości euklidesowej między obserwacją r a hipotetycznym odebranym sygnałem Hs. W ten sposób równanie (140) staje się

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg\min_{\mathbf{s}\in\mathcal{X}^{N_{t}}} \|\mathbf{r} - \mathbf{Hs}\|^{2},$$
(141)

stosując normę euklidesową || · ||, która jest zdefiniowana jako

$$\|\mathbf{x}\| = \sqrt{|x_1|^2 + |x_2|^2 + \dots + |x_N|^2}$$
(142)

dla N-wymiarowej przestrzeni zespolonej \mathbb{C}^{N} . Minimalizacja zachodzi w s $\in X^{Nt}$, który jest zbiorem wszystkich możliwych wektorów transmitowanych. Mówiąc konkretnie, w przestrzeni próby jest łącznie $|X|^{Nt}$ wektorów, gdzie X jest zbiorem wszystkich punktów konstelacji, a $|\cdot|$ oznacza kardynalność zbioru. Obliczenie dokładnego rozwiązania tego problemu optymalizacji poprzez wyczerpujące wyszukiwanie narzuca wykładniczą złożoność dotyczącą liczby anten transmisyjnych. Jest to możliwe tylko dla małego N_t, ale jest niewskazane, gdy N_t staje się duże. Znajomość dokładnego rozwiązania ML jest pożądana, ponieważ stanowi punkt odniesienia do oceny różnych algorytmów wykrywania. W tym celu zwykle stosuje się ograniczenia niskiej złożoności wydajności ML.

Detekcja liniowa

Detekcja liniowa polega na uzyskaniu miękkiej estymacji (oznaczonej operatorem tyldy) przesłanego wektora symboli za pomocą liniowej transformacji odebranego wektora symboli, tj.

$$\mathbf{\tilde{s}} = \boldsymbol{\phi}(\mathbf{r}) = \mathbf{D}\mathbf{r}$$
(143)

z macierzą detekcji D. Przestrzennie oddziela ona efekt kanału, znany również jako wyrównanie MIMO. Złożoność detektorów liniowych jest tego samego rzędu wielkości, co odwrócenie lub faktoryzacja macierzy o wymiarach N_r × N_t, co jest zatem bardzo atrakcyjne. Twardy szacunek (oznaczony operatorem kapelusza) jest następnie uzyskiwany przez mapowanie każdego wpisu[°]s do najbliższego punktu konstelacji, zgodnie z

$$\begin{split} \hat{s}_n &= \arg\min_{s\in\mathcal{X}} |\tilde{s}_n - s| \\ (144) \\ \mathbf{z} \ \hat{\mathbf{s}}_n &= [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_{N_l}]^T. \end{split}$$

Dopasowany filtr. Piszemy h_n , $n = 1, 2, ..., N_t$, aby oznaczyć n-tą kolumnę macierzy kanału H. Równanie (139) można zapisać jako

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} = \sum_{n=1}^{N_t} \mathbf{h}_n s_n + \mathbf{n}.$$
(145)

Używamy sm do oznaczenia pożądanego symbolu wysyłanego z anteny nadawczejm. Aby wykryć s_m, detektor może skupić się tylko na antenie nadawczejm i po prostu traktować sygnały z innych anten (interferencje międzyantenowe) jako szum. W ten sposób detektor ma widok

$$\mathbf{r} = \underbrace{\mathbf{h}_m s_m}_{\text{the desired signal}} + \underbrace{\sum_{n=1, n \neq m}^{N_l} \mathbf{h}_n s_n + \mathbf{n}}_{\text{noise}},$$
(146)

gdzie pierwszy człon jest pożądanym składnikiem do wykrywania sm, a drugi człon jest szumem. Ignorując inne anteny transmisyjne, kanał MIMO jest przekształcany w kanał SIMO, zgodnie z modelem

r = hs + n (147)

Podobnie jak w przypadku filtra dopasowanego w kanale SIMO, odbiornik stosuje następnie maksymalny współczynnik łączący, aby utworzyć miękką estymację sm, jak pokazano na rysunku.



Łącznie N_t równoległych, niezależnych dekorelatorów wykrywa N_t transmitowanych symboli indywidualnie, tworząc detektor filtra dopasowanego (MF) dla kanału MIMO. Miękką estymację s_m uzyskuje się przez

$$\overline{s}_m = \frac{\mathbf{h}_m^H}{\|\mathbf{h}_m\|^2} \mathbf{r} = s_m + \frac{\sum_{n=1,n\neq m}^{N_t} \mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_n s_n + \mathbf{n}}{\|\mathbf{h}_m\|^2}.$$
(148)

Następnie uzyskuje się twardą ocenę sm poprzez odwzorowanie na najbliższy punkt konstelacji w kategoriach odległości euklidesowej zgodnie z równaniem (144). Wykrycie MF można również wyrazić w formie wektorowej

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{H}^H \mathbf{r},$$
 (149)

sugerując macierz detekcji

$$D = H^{H} (150)$$

Osiąga suboptymalną wydajność, gdy $N_t \ll N_r$, podczas gdy jej wydajność znacznie się pogarsza wraz ze wzrostem liczby anten nadawczych z powodu podwyższonego poziomu zakłóceń międzyantenowych.

Zero Forcing. W przeciwieństwie do maksymalizacji siły pożądanego pojedynczego sygnału w detekcji MF, ZF ma na celu całkowite anulowanie zakłóceń z innych strumieni (znane również jako zerowanie zakłóceń) poprzez liniową transformację odebranego wektora sygnału. Na podstawie obserwacji i wiedzy o kanale (r, H) rozwiąż problem optymalizacji

$$\bar{\mathbf{s}} = \arg\min_{\mathbf{s}} \left\| \mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s} \right\|^2$$
(151)

co usuwa ograniczenia konstelacji na s w porównaniu z równaniem (141), ponieważ wynik jest miękkim szacunkiem, a nie twardym szacunkiem. Może to znacznie obniżyć złożoność. Gdy H jest kwadratową macierzą odwracalną, rozwiązanie jest podane przez

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{r},$$
(152)

gdzie $(\cdot)^{-1}$ oznacza odwrotność macierzy. Jeśli H jest macierzą kwadratową, ale nieodwracalną lub H nie jest kwadratowa, pseudoodwrotność (znana również jako pseudoodwrotność Moore'a–Penrose'a)

$$\mathbf{H}^{\dagger} = (\mathbf{H}^{H}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{H}$$
(153)

jest zatrudniona. Piszemy h^{\dagger}_{k} , $k = 1, 2, ..., N_{t}$ aby oznaczyć k-ty wiersz $H^{\dagger} \in \mathbb{C}^{Nt \times Nr}$. Ponieważ $H^{\dagger}H = I \in \mathbb{C}^{Nt \times Nt}$, wiemy, że $h^{\dagger}_{k}H$ jest wektorem wierszowym $1 \times N_{t}$ ze wszystkimi zerami z wyjątkiem jednostki w k-tym wpisie. Przepisując równanie (152) symbolicznie, miękka ocena typowego symbolu s_k jest podana przez

$$\tilde{s}_k = \mathbf{h}_k^{\dagger} \mathbf{r} = \mathbf{h}_k^{\dagger} \mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{h}_k^{\dagger} \mathbf{n} = s_k + \mathbf{h}_k^{\dagger} \mathbf{n}.$$
(154)

Następnie uzyskuje się twardą ocenę $\stackrel{: \hat{s}_k}{\stackrel{\cdot}{}}$ poprzez odwzorowanie $\stackrel{: \hat{s}_k}{\stackrel{\cdot}{}}$ na najbliższy punkt konstelacji w kategoriach odległości euklidesowej zgodnie z równaniem (144). ZF może wzmacniać szum, jeśli minimalna osobliwa wartość H jest zbyt mała, co pokazuje SNR $\stackrel{: \hat{s}_k}{\stackrel{\cdot}{}}$

$$\gamma_{\tilde{s}_k} = \frac{|s_k|^2}{\left\|\mathbf{h}_k^{\dagger}\right\|^2 \sigma_n^2}$$
(155)

gdzie wariancja szumu jest wzmocniona o współczynnik $||h_{k}^{\dagger}||^{2}$. Przy niskich wartościach SNR, wzmocniony szum jest dominujący, a wydajność detektora ZF może być gorsza niż detektora MF. Wyrażając detekcję ZF w formie wektorowej, macierz detekcji jest wtedy

$$\mathbf{D} = \mathbf{H}^{\dagger} = (\mathbf{H}^{H}\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^{H},$$
(156)

lub po prostu

 $D = H^{-1_1}$ (157)

jeśli H jest macierzą odwracalną. Miękka ocena przekazanego wektora jest równa

$$\tilde{\mathbf{s}} = \mathbf{H}^{\dagger} \mathbf{r} = (\mathbf{H}^{H} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^{H} (\mathbf{H} \mathbf{s} + \mathbf{n})$$
$$= \mathbf{s} + (\mathbf{H}^{H} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^{H} \mathbf{n}$$
$$= \mathbf{s} + \tilde{\mathbf{n}},$$
(158)

gdzie interferencja międzystrumieniowa jest całkowicie anulowana, stąd nazwa ZF. Złożoność obliczeń H⁺ jest mniej więcej sześcienna w N_t, co jest o rząd wielkości większe niż w przypadku detektora MF. Minimalny średni błąd kwadratowy Aby zmniejszyć efekt wzmocnienia szumu w detekcji ZF, stosuje się liniowy detektor, który minimalizuje średni błąd kwadratowy między przesłanym wektorem symboli a szacowanym wektorem. Oznacza to, że wybiera się optymalną macierz detekcji D, aby spełnić

$$\min_{\mathbf{D}} \mathbb{E} \left[\left\| \mathbf{s} - \mathbf{Dr} \right\|^2 \right]$$
(159)

Równoważnie rozwiązuje równanie optymalizacyjne wyrażone wzorem

$$\tilde{\mathbf{s}} = \arg\min_{\mathbf{s}} \left\| \mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s} \right\|^2 + \lambda \|\mathbf{s}\|^2, \quad \text{for } \lambda > 0,$$
(160)

który dodaje termin regularyzacji w równaniu (151) w celu złagodzenia efektu wzmocnienia szumu. Rozwiązanie jest podane przez

$$\mathbf{D} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma_n^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H.$$
(161)

Detektor MMSE przewyższa zarówno detektory MF, jak i ZF. Przy wysokich SNR-ach zbliża się do detektora ZF, ponieważ wpływ drugiego członu wewnątrz operacji odwrotnej jest pomijalny, gdy σ_n^2 jest małe. Przy niskich SNR-ach zachowuje się jak detektor MF ze względu na wyeksponowanie elementów diagonalnych H^HH.

Sukcesywne usuwanie zakłóceń

W porównaniu z optymalną detekcją ML, detektory liniowe (MF, ZF i MMSE) są prostsze do wdrożenia, ale ich wydajność błędów jest znacznie gorsza. Klasa nieliniowych detektorów oparta na usuwaniu zakłóceń, która iteracyjnie usuwa zakłócenia wykrytych strumieni, może znacznie poprawić wydajność wykrywania pozostałych strumieni. Typowe techniki usuwania zakłóceń obejmują SIC i równoległe usuwanie zakłóceń (PIC). Pierwsza z nich jest bardziej atrakcyjna ze względu na niską złożoność. Początkowo symbol w najsilniejszym strumieniu danych jest najpierw wykrywany przy użyciu detektora liniowego. Stąd ta technika jest również nazywana MF-SIC, ZF-SIC i MMSE-SIC, jeśli zastosowanym detektorem jest odpowiednio MF, ZF i MMSE. Po pomyślnym pobraniu strumienia danych możemy użyć wykrytego symbolu i znanej macierzy kanału do oszacowania odpowiadającej mu interferencji. Następnie ta interferencja jest odejmowana od odebranego wektora sygnału w celu zmniejszenia ogólnej interferencji pozostałych strumieni danych. Jeśli pierwszy strumień zostanie pomyślnie zdekodowany, z punktu widzenia drugiego detektora istnieje tylko N_t – 1 strumieni. Proces ten powtarza się, aż ostatni detektor nie napotka żadnych zakłóceń z innych strumieni danych (zakładając pomyślne odejmowanie w każdym poprzednim etapie). Wczesny przełom dla technik MIMO nastąpił dzięki udanej demonstracji architektury Vertical Bell Laboratories Layered Space-Time (V-BLAST) . W V-BLAST zademonstrowano detekcję ZF-SIC, którą podsumowano następująco:

1. Detekcja symboli: Zbuduj H⁺ = (H^HH)⁻¹H^H i określenie najsilniejszego strumienia w kategoriach ||h⁺_k ||², gdzie h⁺_k, k = 1, 2,...,N_t oznacza k-ty wiersz H⁺. Zapisujemy k_b, aby oznaczyć indeks najsilniejszego strumienia, i otrzymujemy miękkie oszacowanie stosując $\mathbf{\tilde{s}}_{k_b} = \mathbf{h}_{k_b}^{\dagger}\mathbf{r}$. Następnie twarde oszacowanie $\mathbf{\hat{s}}_{k_b}$ jest uzyskiwane z $\mathbf{\hat{s}}_{k_b}$, jak pokazano na rysunku .



2. Oszacowanie zakłóceń: Oszacowanie wektora zakłóceń międzystrumieniowych spowodowanych przez symbol $k^{\text{-ty}}_{\rm b}$

 $\mathbf{\hat{i}}_{k_b} = \mathbf{h}_{k_b} \hat{s}_{k_b},$ (162)

gdzie h_{kb} oznacza k-tą kolumnę b kanału macierzy H.

3. Kasowanie zakłóceń: Odejmij te zakłócenia, aby utworzyć nowy odebrany wektor

$$\mathbf{r}_{-1} = \mathbf{r} - \mathbf{\hat{i}}_{k_b},$$
(163)

gdzie $r_{-1} \in \mathbb{C}^{Nr \times 1}$. Tymczasem usunięcie k^{-tej}_b kolumny z H daje podmacierz $H_{-1} \in \mathbb{C}^{Nr \times (Nt-1)}$, a usunięcie k^{-tego}_b wpisu z s daje $s_{-1} \in \mathbb{C}^{(Nt-1) \times 1}$, otrzymujemy

$$\mathbf{r}_{-1} = \mathbf{H}_{-1}\mathbf{s}_{-1} + \mathbf{n}.$$
 (164)

Jest to równoważne systemowi MIMO z N_t – 1 antenami nadawczymi i Nr antenami odbiorczymi, bez anteny nadawczej kth_b.

4. Kolejne działanie: Niech r = r_{-1} i H = H_{-1} , i przejdź do kroku 1, aż wszystkie symbole zostaną pomyślnie wykryte.

Dla MMSE-SIC i MF-SIC odpowiednia macierz wykrywania w kroku 1 staje się odpowiednio (H^HH + $\sigma^2_n I$)⁻¹H^H i H^H, podczas gdy inne przetwarzanie pozostaje identyczne. Wykorzystajmy prosty system MIMO z trzema antenami nadawczymi i dwiema antenami odbiorczymi jako przykład, aby zapewnić czytelnikom głębokie zrozumienie. Przesyłanie wektora symboli s = [s₁, s₂, s₃]^T przez kanał

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \end{bmatrix}$$
(165)

generuje otrzymany wektor symboli

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11}s_1 + h_{12}s_2 + h_{13}s_3 \\ h_{21}s_1 + h_{22}s_2 + h_{23}s_3 \end{bmatrix}$$
(166)

Załóżmy, że s₃ zostanie najpierw poprawnie wykryte, a mianowicie $\hat{s}_3 = s_3$, wówczas jego odpowiednia interferencja zostanie oszacowana na podstawie

$$\hat{\mathbf{i}}_3 = \mathbf{h}_3 \hat{s}_3 = \begin{bmatrix} h_{13} s_3 \\ h_{23} s_3 \end{bmatrix}$$
(167)

Anulu z r, aby uzyskać

$$\mathbf{r}_{-1} = \mathbf{r} - \hat{\mathbf{i}}_3 = \begin{bmatrix} h_{11}s_1 + h_{12}s_2 \\ h_{21}s_1 + h_{22}s_2 \end{bmatrix}$$
(168)

Jest to odpowiednik systemu MIMO z dwiema antenami nadawczymi i dwiema antenami odbiorczymi, transmitującymi s = $[s_1, s_2]^T$ przez kanał MIMO 2 × 2

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}$$
(169)

Podsumowanie

W tym rozdziale omówiono podstawy transmisji wieloantenowej, w tym różnorodność przestrzenną, kształtowanie wiązki i multipleksowanie przestrzenne. Różnorodność przestrzenna może skutecznie zwalczać głębokie zaniki w kanałach bezprzewodowych poprzez łączenie odbioru (np. MRC, EGC i SC), kodowanie przestrzenno-czasowe (np. STTC, Alamouti i STBC) i TAS. Konwencjonalne kształtowanie wiązki w tablicach o wysokiej skorelowanej częstotliwości i kształtowanie wiązki pojedynczego strumienia (znane również jako wstępne kodowanie transmisji) w tablicach o niskiej skorelowanej częstotliwości przynoszą zysk mocy. Ponadto sterowanie wiązką umożliwia tłumienie zakłóceń w określonych kierunkach. Bardziej atrakcyjną techniką wieloantenową jest MIMO, która wykorzystuje wiele anten zarówno w nadajniku, jak i odbiorniku, aby uzyskać dodatkowy stopień swobody poprzez przestrzenne multipleksowanie równoległych strumieni danych. Pojemność kanału MIMO wzrasta liniowo wraz z liczbą anten w środowiskach o bogatym rozpraszaniu, podczas gdy różnorodność przestrzenna i kształtowanie wiązki przynoszą jedynie logarytmiczny wzrost. Jednak implementacja multipleksowania przestrzennego w systemie MIMO dla pojedynczego użytkownika jest ograniczona możliwościami sprzętowymi terminali i podatna na warunki kanału.