

Optymalne zatrzymanie

Kiedy przestać szukać

Chociaż wszyscy chrześcijanie rozpoczynają zaproszenie na ślub od uroczystego oświadczenia, że ich małżeństwo jest wynikiem szczególnego Boskiego zarządzenia, ja, jako filozof, chciałbym omówić to bardziej szczegółowo...

—JOHANNES KEPLER

Jeśli wolisz Pana Martina od każdej innej osoby; jeśli uważasz go za najmilszego mężczyznę, z jakim kiedykolwiek byłeś w towarzystwie, dlaczego miałbyś się wahać?

—JANE AUSTEN, EMMA

Jest to tak powszechne zjawisko, że doradcy zawodowi w college'u mają na to nawet slangowe określenie: „spadek z indyka”. Zakochani ze szkoły średniej wracają do domu na Święto Dziękczynienia pierwszego roku studiów, a cztery dni później wracają do kampusu jako samotni. Ogarnięty niepokojem Brian na pierwszym roku poszedł do swojego doradcy zawodowego w college'u. Jego dziewczyna z liceum poszła do innej uczelni kilka stanów dalej i zmagali się z dystansem. Zmagali się także z dziwniejszym i bardziej filozoficznym pytaniem: jak dobry był ich związek? Nie mieli prawdziwego punktu odniesienia dla innych relacji, według którego mogliby to ocenić. Doradca Briana uznał ten problem za klasyczny dylemat pierwszego roku studiów i udzielił zaskakująco nonszalanckiej rady: „Zbierz dane”. Charakter seryjnej monogamii, ogólnie rzecz biorąc, polega na tym, że jej praktykujący stają przed zasadniczym, nieuniknionym problemem. Kiedy poznałeś wystarczającą liczbę osób, aby wiedzieć, kto jest dla Ciebie najlepszy? A co jeśli pozyskanie danych będzie Cię kosztować tyle samo? Wydaje się, że jest to ostateczny paragraf 22 serca. Jak widzieliśmy, ten paragraf 22, ten wściekły *cri de coeur* studenta pierwszego roku, jest tym, co matematycy nazywają problemem „optymalnego zatrzymania” i który w rzeczywistości może mieć odpowiedź: 37%. Oczywiście wszystko zależy od założeń, jakie jesteś skłonny przyjąć na temat miłości.

Problem sekretarza

W każdym problemie optymalnego zatrzymania zasadniczym dylematem nie jest to, którą opcję wybrać, ale ile opcji w ogóle rozważyć. Problemy te okazują się mieć konsekwencje nie tylko dla kochanków i najemców, ale także dla kierowców, właścicieli domów, włamywaczy i nie tylko. Zasada 37%* wywodzi się z najstynniejszej łamigłówki dotyczącej optymalnego zatrzymania, która stała się znana jako „problem sekretarki”. Jego konfiguracja przypomina dylemat łowcy mieszkań, który rozważaliśmy wcześniej. Wyobraź sobie, że przeprowadzasz rozmowę kwalifikacyjną z grupą kandydatów na stanowisko sekretarki, a Twoim celem jest maksymalizacja szansy na zatrudnienie najlepszego kandydata z puli. Chociaż nie masz pojęcia, jak przypisać punkty poszczególnym kandydatom, możesz łatwo ocenić, który z nich wolisz. (Matematyk mógłby powiedzieć, że masz dostęp tylko do liczb porządkowych – względnych rankingów kandydatów w porównaniu ze sobą – ale nie do liczb głównych, ich ocen na jakiejś ogólnej skali). Przeprowadzasz wywiady z kandydatami w losowej kolejności, jeden na raz. W dowolnym momencie możesz zdecydować się zaoferować pracę kandydatowi, a on ma gwarancję akceptacji, co zakończy poszukiwania. Jeśli jednak pominiesz kandydata i zdecydujesz się go nie zatrudniać, przepadnie on na zawsze. Powszechnie uważa się, że problem sekretarza po raz pierwszy pojawił się w druku – pomijając wyraźne wzmianki o sekretarkach – w wydaniu „Scientific American” z lutego 1960 r. jako jedna z kilku zagadek postawionych w uwielbianym felietonie Martina Gardnera na temat matematyki rekreacyjnej. Jednak geneza problemu jest zaskakująco tajemnicza. Nasze początkowe poszukiwania przyniosły niewiele poza spekulacjami,

zanim przekształciły się w nieoczekiwanie fizyczną pracę detektywistyczną: wycieczkę do archiwum dokumentów Gardnera na Uniwersytecie Stanforda, aby wyciągnąć pudła z jego korespondencją z połowy stulecia. Czytanie korespondencji papierowej przypomina trochę podsłuchiwanie kogoś, kto rozmawia przez telefon: słyszysz tylko jedną stronę wymiany zdań i musisz wywnioskować drugą. W naszym przypadku otrzymaliśmy jedynie odpowiedzi na poszukiwania źródła problemu, które najwyraźniej prowadził pięćdziesiąt kilka lat temu. Im więcej czytaliśmy, tym bardziej zagmatwana i niejasna stawała się historia. Matematyk z Harvardu, Frederick Mosteller, przypomniał sobie, że usłyszał o tym problemie w 1955 roku od swojego kolegi Andrew Gleasona, który słyszał o tym od kogoś innego. Leo Moser napisał z Uniwersytetu w Albercie, że przeczytał o problemie w „niektórych notatkach” R. E. Gaskella z Boeinga, który sam przypisał zasługi koledze. Roger Pinkham z Rutgers napisał, że po raz pierwszy usłyszał o tym problemie w 1955 roku od matematyka z Duke University, J. Shoenfieldea, „i wydaje mi się, że powiedział, że słyszał o tym problemie od kogoś z Michigan”. „Ktoś w Michigan” to prawie na pewno ktoś o nazwisku Merrill Flood. Chociaż jest on w dużej mierze niespotykany poza matematyką, wpływ Flooda na informatykę jest prawie niemożliwy do uniknięcia. Przypisuje mu się spopularyzowanie problemu komiwojażera, opracowanie dylematu więźnia (o którym piszemy w rozdziale 11), a nawet prawdopodobnie ukucie terminu „oprogramowanie”. To Flood dokonał pierwszego znanego odkrycia reguły 37% w 1958 roku i twierdzi, że rozważa ten problem od 1949 roku, ale sam wskazuje na kilku innych matematyków. Dość powiedzieć, że niezależnie od tego, skąd się wziął, problem sekretarza okazał się niemal idealną zagadką matematyczną: prostą do wyjaśnienia, diabelską do rozwiązania, związłą w odpowiedzi i intrygującą w swoich implikacjach. W rezultacie rozprzestrzeniła się błyskawicznie po kręgach matematycznych lat pięćdziesiątych, rozprzestrzeniła się pocztą pantoflową, a dzięki felietonowi Gardnera z 1960 r. poruszyła wyobraźnię ogółu społeczeństwa. Do lat osiemdziesiątych XX wieku problem i jego odmiany doczekały się tak wielu analiz, że zaczęto go omawiać w artykułach jako odrębną dziedzinę. Jeśli chodzi o sekretarki – uroczę jest obserwowane, jak każda kultura nadaje systemom formalnym swój własny antropologiczny charakter. Myślimy na przykład o szachach jako o średniowiecznej Europie w swoim obrazie, ale w rzeczywistości ich korzenie sięgają Indii z VIII wieku; w XV wieku został brutalnie „zeuropeizowany”, kiedy jego szachowie zostali królami, wezyrowie zwrócili się do królowych, a słońce zostały biskupami. Podobnie problemy z optymalnym zatrzymywaniem miały wiele wcieleń, a każde z nich odzwierciedlało dominujące obawy swoich czasów. W XIX wieku tego typu problemy charakteryzowały się barokowymi loteriami i kobietami wybierającymi męskich zalotników; na początku XX wieku przez wczasowiczów szukających hoteli i przez zalotników wybierających kobiety; oraz w zdominowanej przez mężczyzn połowie XX wieku przepychającej papier, gdzie szefowie płci męskiej wybierają asystentki. Pierwsza wyraźna wzmianka o tym z nazwy jako o „problemie z sekretarką” pojawia się w artykule z 1964 roku i gdzieś po drodze nazwa ta utknęła.

Skąd 37%?

W poszukiwaniu sekretarki możesz ponieść porażkę na dwa sposoby: zatrzymując się wcześniej i zatrzymując się późno. Jeśli zatrzymasz się zbyt wcześnie, najlepszy kandydat pozostanie nieodkryty. Kiedy zatrzymasz się za późno, będziesz szukać lepszego kandydata, który nie istnieje. Optymalna strategia z pewnością będzie wymagała znalezienia właściwej równowagi między nimi, chodzenia po linii między patrzeniem za dużo a za mało. Jeśli Twoim celem jest znalezienie najlepszego kandydata i nie zadowalanie się niczym innym, jasne jest, że podczas rozmowy kwalifikacyjnej nie powinieneś nawet rozważać zatrudnienia kogoś, kto nie jest najlepszym kandydatem, jakiego do tej pory spotkałeś. Jednak samo bycie najlepszym nie wystarczy, aby otrzymać ofertę; na przykład pierwszy kandydat będzie oczywiście z definicji najlepszy. Mówiąc bardziej ogólnie, oczywiste jest, że częstotliwość napotykania „najlepszych” kandydatów będzie spadać w miarę postępów w rozmowach kwalifikacyjnych. Na przykład drugi kandydat ma 50/50 szans na bycie najlepszym, jakiego

kiedykolwiek widzieliśmy, ale piąty kandydat ma tylko 1 na 5 szans na bycie najlepszym jak dotąd, szósty ma 1 na 5 6 szans i tak dalej. W rezultacie najlepsi kandydaci będą robić coraz większe wrażenie w miarę kontynuowania poszukiwań (z definicji są lepsi od wszystkich, którzy przyszli wcześniej), ale będą też coraz rzadsi. OK, więc wiemy, że przyjmowanie pierwszego najlepszego kandydata, jakiego napotkamy (czyli pierwszego kandydata, kropka) jest pochopte. Jeśli jest stu kandydatów, pochoptym wydaje się także złożenie oferty następnej, która jest jak dotąd najlepsza tylko dlatego, że była lepsza od pierwszej. Jak więc postępować? Intuicyjnie istnieje kilka potencjalnych strategii. Na przykład złożenie oferty przez kandydata po raz trzeci przebija wszystkie oferty, które widziano do tej pory – a może za czwartym razem. A może po długiej „suszy” – długiej serii biednych kandydatów, pojawi się kolejny najlepszy jak dotąd kandydat. Ale tak się składa, że żadna z tych stosunkowo rozsądnych strategii nie okazuje się skuteczna. Zamiast tego optymalne rozwiązanie przybiera formę tego, co nazwiemy zasadą „spojrz, a potem przeskocz”: wyznaczasz z góry określoną ilość czasu na „szukanie” – to znaczy badanie dostępnych opcji i zbieranie danych – podczas którego kategorycznie tego nie robisz. Nie wybieraj nikogo, bez względu na to, jak imponujący. Po tym momencie wchodzisz w fazę „przeskoku”, gotowy natychmiast zaangażować się w współpracę z każdym, kto przyćmiewa najlepszego kandydata, jakiego widziałeś w fazie wyglądu. Możemy zobaczyć, jak wyłania się zasada „obserwuj, a potem przeskocz”, rozważając, jak problem sekretarki występuje w najmniejszych grupach kandydatów. Mając tylko jedną kandydatkę, problem jest łatwy do rozwiązania – zatrudnij ją! Mając dwóch kandydatów, masz 50/50 szans na sukces, niezależnie od tego, co zrobisz. Możesz zatrudnić pierwszego kandydata (który w połowie przypadków okaże się najlepszy) lub zwolnić pierwszego i domyślnie zatrudnić drugiego (który również jest najlepszy w połowie przypadków). Dodaj trzeciego kandydata i nagle wszystko stanie się interesujące. Szansa, że zatrudnimy losowo, wynosi jedną trzecią, czyli 33%. Przy dwóch kandydatach nie mogliśmy trafić lepiej niż przypadek; z trzema, możemy? Okazuje się, że można, a wszystko zależy od tego, co zrobimy z drugim rozmówcą. Kiedy widzimy pierwszą kandydatkę, nie mamy żadnych informacji – ona zawsze wydaje się najlepsza. Kiedy widzimy trzeciego wnioskodawcę, nie mamy agencji – musimy złożyć ofertę ostatecznemu wnioskodawcy, ponieważ pozostałych odrzuciliśmy. Ale kiedy widzimy drugą skarżącą, mamy po trochu jedno i drugie: wiemy, czy jest lepsza, czy gorsza od pierwszej, i mamy swobodę jej zatrudnienia lub zwolnienia. Co się stanie, jeśli po prostu ją zatrudnimy, jeśli będzie lepsza od pierwszej kandydatki, i zwolnimy, jeśli nie będzie? Okazuje się to najlepszą możliwą strategią w przypadku trzech kandydatów; Stosując to podejście, zaskakująco można poradzić sobie równie dobrze w przypadku problemu trzech kandydatów, jak i dwóch, wybierając najlepszego wnioskodawcę dokładnie w połowie przypadków. Wyliczenie tych scenariuszy dla czterech kandydatów mówi nam, że powinniśmy zacząć skakać już od drugiego wnioskodawcy; mając w grupie pięciu kandydatów, nie powinniśmy przeskakiwać przed trzecim. W miarę powiększania się puli kandydatów, dokładne miejsce, w którym należy wytyczyć granicę między patrzeniem a skokiem, ustala się na 37% puli, co skutkuje zasadą 37%: spójrz na pierwsze 37% kandydatów*, nie wybierając żadnego, a następnie bądź gotowy do skoku dla każdego lepszego niż wszyscy, których widziałeś do tej pory.

Number of Applicants	Take the Best Applicant After	Chance of Getting the Best
3	1 (33.33%)	50%
4	1 (25%)	45.83%
5	2 (40%)	43.33%
6	2 (33.33%)	42.78%
7	2 (28.57%)	41.43%
8	3 (37.5%)	40.98%
9	3 (33.33%)	40.59%
10	3 (30%)	39.87%
20	7 (35%)	38.42%
30	11 (36.67%)	37.86%
40	15 (37.5%)	37.57%
50	18 (36%)	37.43%
100	37 (37%)	37.10%
1000	369 (36.9%)	36.81%

Jak się okazuje, zastosowanie tej optymalnej strategii ostatecznie daje nam 37% szans na zatrudnienie najlepszego kandydata; jest to jedna z osobliwych symetrii matematycznych problemu, że sama strategia i jej szansa na sukces wynoszą dokładnie tę samą liczbę. Powyższa tabela przedstawia optymalną strategię dla problemu sekretarki przy różnej liczbie kandydatów, pokazując, jak szansa na sukces – na przykład moment przejścia z patrzenia na skakanie – zbiega się do 37% w miarę wzrostu liczby kandydatów. Otrzeźwiający fakt to 63% wskaźnik niepowodzeń przy stosowaniu najlepszej możliwej strategii. Nawet jeśli w przypadku problemu z sekretarką zachowamy się optymalnie, w większości przypadków i tak poniesiemy porażkę – to znaczy nie otrzymamy jedyne go najlepszego kandydata w grupie. To zła wiadomość dla tych z nas, którzy postrzegają romans jako poszukiwanie „tego jedyne go”. Ale tutaj jest srebrna podszewka. Intuicja podpowiada, że nasze szanse na wybranie najlepszego kandydata powinny stopniowo maleć wraz ze wzrostem puli kandydatów. Gdybyśmy na przykład zatrudniali losowo, w puli stu kandydatów mielibyśmy 1% szans na sukces, a w puli miliona kandydatów – 0,0001%. Jednak co ciekawe, matematyka problemu sekretarza nie ulega zmianie. Jeśli zatrzymasz się optymalnie, Twoja szansa na znalezienie najlepszego kandydata w puli stu wynosi 37%. A w puli miliona, wierz lub nie, twoja szansa wynosi nadal 37%. Zatem im większa jest pula kandydatów, tym cenniejsza staje się znajomość optymalnego algorytmu. Prawdą jest, że w większości przypadków jest mało prawdopodobne, aby znaleźć igłę, ale optymalne zatrzymanie jest najlepszą obroną przed stogiem siana, niezależnie od jego wielkości.

Skok kochanków

Namiętność między płciami okazała się z biegiem czasu tak prawie taka sama, że w języku algebraicznym można ją zawsze uważać za daną wielkość. —TOMASZ MALTHUS

Poślubiłam pierwszego mężczyznę, którego pocałowałam. Kiedy mówię to moim dzieciom, prawie wymiotują. — BARBARA BUSH

Zanim Michael Trick został profesorem badań operacyjnych w Carnegie Mellon, był studentem studiów magisterskich i szukał miłości. „Uderzyło mnie, że problem został zbadany: jest to problem sekretarza! Miałem stanowisko do obsadzenia [i] grupę kandydatów, a moim celem było wybranie najlepszego

kandydata na to stanowisko". Więc sprawdził liczby. Nie wiedział, ile kobiet może się spodziewać w ciągu swojego życia, ale Zasada 37% charakteryzuje się pewną elastycznością: można ją zastosować albo do liczby kandydatów, albo do czasu poszukiwań. Zakładając, że jego poszukiwania będą trwać od osiemnastu do czterdziestu lat, Reguła 37% jako punkt, w którym można przejść od patrzenia do skakania, wskazywała wiek 26,1 roku. Liczba, która, tak się złożyło, była dokładnie w wieku Tricka w tamtym czasie. Kiedy więc znalazł kobietę, która pasowała lepiej niż wszystkie te, z którymi się do tej pory spotykał, wiedział dokładnie, co robić. Podskoczył. „Nie wiedziałam, czy jest Idealna (założenia modelu nie pozwalają mi tego stwierdzić), ale nie było wątpliwości, że spełniała kryteria do tego etapu algorytmu. Więc zaproponowałem” – pisze – A ona mnie odrzuciła. Matematycy mają problemy z miłością co najmniej od XVII wieku. Legendarny astronom Johannes Kepler jest dziś prawdopodobnie najlepiej pamiętany za odkrycie, że orbity planet są eliptyczne i za to, że odegrał kluczową rolę w „rewolucji kopernikańskiej”, która obejmowała Galileusza i Newtona i wyrzuciła do góry nogami poczucie ludzkości dotyczące jej miejsca w niebie. Ale Kepler miał także problemy ziemskie. Po śmierci swojej pierwszej żony w 1611 r. Kepler podjął długą i żmudną próbę ponownego zawarcia związku małżeńskiego, ostatecznie zabiegając o względy jedenastu kobiet. Z pierwszych czterech Keplerowi najbardziej podobała się czwarta („ze względu na jej wysoką budowę i atletyczną budowę ciała”), ale nie zaprzestał poszukiwań. „Byłoby załatwione” – napisał Kepler – „gdyby miłość i rozum nie narzuciły mi piątej kobiety. Ta przekonała mnie miłością, pokorną lojalnością, oszczędnością w gospodarstwie domowym, pracowitością i miłością, jaką obdarzała pasierbów”. „Jednakże” – napisał – „kontynuowałem”. Przyjaciele i krewni Keplera nadal go przedstawiali, a on przyglądał się dalej, ale bez entuzjazmu. Jego myśli pozostały przy numerze pięć. Po jedenastu zalotach zdecydował, że nie będzie dalej szukać. „Przygotowując się do podróży do Ratzbony, wróciłem do piątej kobiety, zgłosiłem się i zostałem przyjęty”. Kepler i Susanna Reuttinger pobrali się i mieli razem sześcioro dzieci, a także dzieci z pierwszego małżeństwa Keplera. Biografie opisują resztę życia domowego Keplera jako okres szczególnie spokojny i radosny. Zarówno Kepler, jak i Trick – na różne sposoby – doświadczyli na własnej skórze niektórych sposobów, w jakie problem sekretarki nadmiernie upraszcza poszukiwanie miłości. W klasycznym problemie sekretarza kandydaci zawsze akceptują to stanowisko, zapobiegając odrzuceniu, którego doświadcza Trik. I nie da się ich „przywołać” po pominięciu, wbrew strategii Keplera. W ciągu kilkudziesięciu lat od pierwszego wprowadzenia problemu sekretarki zbadano szeroką gamę wariantów scenariusza, a strategię optymalnego zatrzymania pracy opracowano w wielu różnych warunkach. Na przykład możliwość odrzucenia ma proste rozwiązanie matematyczne: proponuj wcześniej i często. Jeśli masz, powiedzmy, ryzyko odrzucenia wynoszące 50/50, to ten sam rodzaj analizy matematycznej, który dał regułę 37%, mówi, że powinieneś zacząć składać oferty już po jednej czwartej wyszukiwania. Jeśli odrzucisz ofertę, składaj oferty każdej najlepszej osobie, którą spotkasz, dopóki ktoś jej nie zaakceptuje. Przy takiej strategii Twoja szansa na ogólny sukces – czyli złożenie wniosku i zostanie zaakceptowanym przez najlepszego kandydata w grupie – również będzie wynosić 25%. Być może nie są to aż tak straszne szanse, jak na scenariusz, który łączy w sobie przeszkodę w postaci odrzucenia z ogólną trudnością w ustaleniu własnych standardów. Kepler ze swojej strony potępił „niepokój i zwątpienie”, które pchały go do dalszych poszukiwań. „Czy nie było innego sposobu, aby moje niespokojne serce mogło zadowolić się swoim losem” – ubolewał w liście do powiernika – „niż uświadomienie sobie niemożliwości spełnienia tak wielu innych pragnień?” W tym przypadku teoria optymalnego zatrzymywania zapewnia pewną miarę pocieszenia. Zamiast być oznaką moralnej lub psychologicznej degeneracji, niepokój i zwątpienie okazują się w rzeczywistości częścią najlepszej strategii na wypadek scenariuszy, w których możliwa jest druga szansa. Jeśli pamiętasz poprzednich kandydatów, optymalny algorytm zmienia znaną zasadę „popatrz, a potem przeskocz”: dłuższy okres niezobowiązujący i plan awaryjny. Załóżmy na przykład, że natychmiastowa propozycja jest pewna, ale spóźnione propozycje są odrzucane w połowie przypadków. Zatem matematyka mówi, że powinieneś szukać niezobowiązująco, dopóki nie zobaczysz 61% kandydatów, a

następnie przeskoczyć tylko wtedy, gdy ktoś z pozostałych 39% puli okaże się jak dotąd najlepszy. Jeśli po rozważeniu wszystkich możliwości nadal jesteś singlem – tak jak Kepler – to wróć do najlepszej, która uciekła. W jego przypadku po raz kolejny zachowała się symetria między strategią a wynikiem, a Twoje szanse na znalezienie najlepszego kandydata w scenariuszu drugiej szansy również wynoszą 61%. Dla Keplera różnica między rzeczywistością a klasycznym problemem sekretarki przyniosła szczęśliwe zakończenie. W rzeczywistości odmiana klasycznego problemu sprawdziła się również w przypadku Tricka. Po odmowie ukończył studia i podjął pracę w Niemczech. Tam „wszedł do baru, zakochał się w pięknej kobiecie, trzy tygodnie później zamieszkał razem i [i] zaprosił ją, aby „na jakiś czas” zamieszkała w Stanach Zjednoczonych”. Zgodziła się – a sześć lat później byli małżeństwem.

Wiedzieć o dobrej rzeczy, gdy ją zobaczysz: pełna informacja

Pierwszy zestaw rozważanych przez nas wariantów – odrzucenie i wycofanie – zmienił założenia klasycznego problemu sekretarza, że propozycje terminowe są zawsze akceptowane, a spóźnione nigdy. W przypadku tych wariantów najlepsze podejście pozostało takie samo jak w oryginale: przez jakiś czas patrz niezobowiązująco, a następnie bądź gotowy do skoku. Istnieje jednak jeszcze bardziej fundamentalne założenie dotyczące problemu sekretarza, które możemy zakwestionować. Mianowicie, w kwestii sekretarki nie wiemy nic o wnioskodawcach poza tym, jak się porównują. Nie mamy obiektywnego ani istniejącego wcześniej poczucia tego, co decyduje o dobrym lub złym wnioskodawcy; co więcej, porównując dwa z nich, wiemy, który z nich jest lepszy, ale nie o ile. To właśnie ten fakt powoduje nieuniknioną fazę „wyglądania”, w której ryzykujemy pominięcie doskonałego kandydata na wczesnym etapie, podczas kalibracji naszych oczekiwań i standardów. Matematycy nazywają ten gatunek problemów optymalnego zatrzymywania „grami bez informacji”. Ta konfiguracja prawdopodobnie różni się od większości wyszukiwań mieszkania, partnera, a nawet sekretarki. Zamiast tego wyobraźcie sobie, że mielibyśmy jakieś obiektywne kryterium – gdyby na przykład każda sekretarka przystąpiła do egzaminu z pisania na maszynie ocenianego procentylowo, na wzór SAT, GRE lub LSAT. Oznacza to, że wynik każdego kandydata powie nam, na którym miejscu znajduje się on wśród wszystkich maszynistek, które przystąpiły do testu: maszynistka z 51. percentyla jest nieco powyżej średniej, maszynistka z 75. percentyla jest lepsza niż trzech zdających na czterech i tak dalej. Załóżmy, że nasza grupa kandydatów jest reprezentatywna dla całej populacji i nie jest w żaden sposób wypaczona ani wybrana przez nas samodzielnie. Co więcej, załóżmy, że zdecydujemy, że szybkość pisania jest jedyną rzeczą, która ma znaczenie w przypadku naszych kandydatów. Potem mamy to, co matematycy nazywają „pełną informacją” i wszystko się zmienia. „Aby ustanowić standardy, nie potrzeba żadnego zdobywania doświadczenia”, jak stwierdzono w przełomowym artykule na ten temat z 1966 roku, „a czasami korzystnego wyboru można dokonać natychmiast”. Innymi słowy, jeśli okaże się, że kandydatka z 95. percentyla będzie pierwszą, którą ocenimy, wiemy o tym od razu i możemy śmiało ją zatrudnić od razu – to oczywiście zakładając, że nie uważamy, że jest kandydatka z 96. centyla w basenie. I tu jest sęk. Jeśli naszym celem ponownie jest pozyskanie najlepszej osoby na to stanowisko, nadal musimy rozważyć prawdopodobieństwo, że na rynku znajdzie się silniejszy kandydat. Jednak fakt, że mamy pełne informacje, daje nam wszystko, czego potrzebujemy, aby bezpośrednio obliczyć te kursy. Na przykład szansa, że nasz następny kandydat będzie na 96. percentylu lub wyższym, zawsze będzie wynosić 1 do 20. Zatem decyzja o zaprzestaniu pracy zależy wyłącznie od liczby kandydatów, których jeszcze nie rozpatrzyliśmy. Pełna informacja oznacza, że nie musimy patrzeć przed skokiem. Zamiast tego możemy zastosować regułę progę, zgodnie z którą natychmiast przyjmujemy kandydatkę, jeśli przekroczy ona określony percentyl. Nie musimy patrzeć na początkową grupę kandydatów, aby ustalić ten próg – musimy jednak być w pełni świadomi tego, ile jeszcze pozostaje możliwości poszukiwania. Matematyka pokazuje, że gdy w puli pozostaje wielu kandydatów, powinieneś odrzucić nawet bardzo dobrego kandydata w nadziei, że znajdziesz kogoś jeszcze lepszego – ale w miarę jak Twoje możliwości się kurczą, powinieneś być

przygotowany na zatrudnienie każdego, kto po prostu lepiej niż przeciętnie. To znajomy, choć nie do końca inspirujący przekaz: w obliczu trudnych wyborów obniż swoje standardy. Wyjaśnia również sytuację odwrotną: gdy w morzu jest więcej ryb, należy je hodować. W obu przypadkach, co najważniejsze, matematyka mówi dokładnie, o ile. Najprostszym sposobem zrozumienia liczb w tym scenariuszu jest rozpoczęcie od końca i myślenie wstecz. Jeśli zależy Ci na ostatniej kandydatce, oczywiście będziesz zmuszony ją wybrać. Jednak patrząc na przedostatnią kandydatkę, pojawia się pytanie: czy przekroczyła ona 50. percentyl? Jeśli tak, zatrudnij ją; jeśli nie, warto rzucić kostką na ostatnią kandydatkę, ponieważ jej szanse na znalezienie się powyżej 50. percentyla z definicji wynoszą 50/50. Podobnie powinieneś wybrać kandydata od trzeciej do ostatniej, jeśli znajduje się powyżej 69. percentyla, od czwartej do ostatniej kandydatki, jeśli znajduje się powyżej 78. itd., przy czym im więcej kandydatów pozostanie, tym bardziej będziesz wybredny. Bez względu na wszystko, nigdy nie zatrudniaj kogoś, kto jest poniżej średniej, chyba że nie masz już żadnych opcji. (A ponieważ nadal interesuje Cię tylko znalezienie najlepszej osoby z puli kandydatów, nigdy nie zatrudniaj kogoś, kto nie jest najlepszą osobą, jaką do tej pory widziałeś.) Szansa na znalezienie jedyne go najlepszego kandydata w tym pełnym -informacyjna wersja problemu sekretarza wynosi 58% - wciąż jest to dalekie od gwarancji, ale znacznie lepsze niż 37% wskaźnik sukcesu oferowany przez Regułę 37% w grze bez informacji. Jeśli znasz wszystkie fakty, możesz odnieść sukces w większości przypadków, nawet jeśli pula kandydatów rośnie arbitralnie. W ten sposób gra pełna informacji oferuje nieoczekiwane i nieco dziwaczne wnioski. Kopanie złota ma większe szanse powodzenia niż poszukiwanie miłości. Jeśli oceniasz swoich partnerów na podstawie jakiegokolwiek obiektywnego kryterium – powiedzmy percentyla ich dochodów – to masz do dyspozycji o wiele więcej informacji, niż gdybyś szukał mglistej reakcji emocjonalnej („miłości”), która mogłaby kalibracja wymaga zarówno doświadczenia, jak i porównania. Oczywiście nie ma powodu, dla którego wartość netto – lub, jeśli o to chodzi, szybkość pisania – musi być tym, co mierzysz. Każdy miernik, który dostarcza pełnych informacji na temat pozycji kandydata w stosunku do całej populacji, zmieni rozwiązanie z reguły „popatrz, a potem przeskocz” na regułę prognozy i radykalnie zwiększy Twoje szanse na znalezienie najlepszego kandydata w grupie. Istnieje o wiele więcej wariantów problemu sekretarki, które modyfikują inne jego założenia, być może dostosowując go bardziej do rzeczywistych wyzwań związanych ze znalezieniem miłości (lub sekretarki). Ale wnioski, jakie można wyciągnąć z optymalnego zaprzestania pracy, nie ograniczają się do randek czy zatrudniania. W rzeczywistości próba dokonania najlepszego wyboru, gdy opcje pojawiają się tylko jedna po drugiej, to także podstawowa struktura sprzedaży domu, parkowania samochodu i rezygnacji, gdy będziesz na prowadzeniu. I wszystkie są w takim czy innym stopniu rozwiązanymi problemami.

Kiedy sprzedawać

Jeśli zmienimy jeszcze dwa aspekty klasycznego problemu sekretarki, zostaniemy katapultowani ze sfery randek do sfery nieruchomości. Wcześniej mówiliśmy o procesie wynajmu mieszkania jako o problemie optymalnego zatrzymania, ale posiadanie domu również nie brakuje optymalnego zatrzymania. Wyobraź sobie na przykład sprzedaż domu. Po konsultacjach z kilkoma agentami nieruchomości stawiasz swoje miejsce na rynku; nowa warstwa farby, drobne prace związane z zagospodarowaniem terenu, a potem pozostaje tylko poczekać, aż napłyną oferty. Po otrzymaniu każdej oferty zazwyczaj musisz zdecydować, czy ją przyjąć, czy odrzucić. Ale odrzucenie oferty wiąże się z kosztami – kolejny tydzień (lub miesiąc) spłat kredytu hipotecznego w oczekiwaniu na następną ofertę, która nie gwarantuje, że będzie lepsza. Sprzedaż domu przypomina grę w pełną informację. Znamy obiektywną wartość ofert, mówiąc nam nie tylko, która z nich jest lepsza od której, ale także o ile. Co więcej, dysponujemy informacjami o szerszej sytuacji na rynku, co pozwala nam przynajmniej z grubsza przewidzieć, jakiego zakresu ofert możemy się spodziewać. (Daje nam to te same „percentylowe” informacje o każdej ofercie, jakie otrzymaliśmy podczas powyższego egzaminu z

pisania na maszynie.) Różnica polega jednak na tym, że naszym celem nie jest tak naprawdę zapewnienie jednej najlepszej oferty — chodzi o zarobienie jak największej ilości pieniędzy ogólnie przez cały proces. Biorąc pod uwagę, że oczekiwanie ma koszt mierzony w dolarach, dobra oferta dzisiaj przewyższa nieco lepszą ofertę za kilka miesięcy. Mając te informacje, nie musimy niezobowiązująco szukać prognozy. Zamiast tego możemy ustawić jeden, zignorować wszystko poniżej i wybrać pierwszą opcję, aby go przekroczyć. To prawda, że jeśli mamy ograniczoną ilość oszczędności, które wyczerpią się, jeśli nie sprzedamy w określonym czasie, lub jeśli spodziewamy się, że otrzymamy tylko ograniczoną liczbę ofert, a następnie nie będziemy już zainteresowani, wówczas powinniśmy obniżyć nasze standardy, ponieważ podejście do takich granic. (Istnieje powód, dla którego nabywcy domów szukają „zmotywowanych” sprzedawców). Jeśli jednak żadna z obaw nie prowadzi nas do przekonania, że jesteśmy pod ścianą, możemy po prostu skupić się na analizie kosztów i korzyści gry polegającej na czekaniu. Tutaj przeanalizujemy jeden z najprostszych przypadków: gdy wiemy na pewno, w jakim przedziale cenowym pojawią się oferty i gdzie wszystkie oferty w tym przedziale są równie prawdopodobne. Jeśli nie musimy się martwić, że oferty (lub nasze oszczędności) się wyczerpią, możemy myśleć wyłącznie w kategoriach tego, czego możemy się spodziewać, aby zyskać lub stracić, czekając na lepszą ofertę. Jeśli odrzucimy obecną ofertę, czy szansa na lepszą, pomnożona przez to, o ile lepszej się spodziewamy, z nadwyżką zrekompensuje koszt oczekiwania? Jak się okazuje, matematyka jest tu całkiem czysta i daje nam wyraźną funkcję zatrzymania ceny jako funkcji kosztu oczekiwania na ofertę. Ten konkretny wynik matematyczny nie ma znaczenia, czy sprzedajesz rezydencję wartą miliony, czy zrujnowaną szopę. Jedyne, na czym mu zależy, to różnica między najwyższą i najniższą ofertą, jaką prawdopodobnie otrzymasz. Podłączając kilka konkretnych liczb, możemy zobaczyć, jak algorytm ten oferuje nam znaczną ilość wyraźnych wskazówek. Załóżmy na przykład, że zakres ofert, których się spodziewamy, waha się od 400 000 do 500 000 dolarów. Po pierwsze, jeśli koszt oczekiwania jest niewielki, możemy być niemal nieskończenie wybredni. Jeśli koszt uzyskania kolejnej oferty wynosi tylko dolara, zmaksymalizujemy nasze zarobki, czekając na kogoś, kto zaoferuje nam 499 552,79 dolarów i ani grosza mniej. Jeśli oczekiwanie kosztuje 2000 dolarów za ofertę, powinniśmy wytrzymać nawet 480 000 dolarów. Na powolnym rynku, gdzie oczekiwanie kosztuje 10 000 dolarów za ofertę, powinniśmy przyjąć kwotę wyższą niż 455 279 dolarów. I wreszcie, jeśli czekanie kosztuje połowę lub więcej oczekiwanej oferty – w tym przypadku 50 000 dolarów – wówczas trzymanie się nie ma żadnej korzyści; najlepiej zrobimy, korzystając z pierwszej oferty, która się pojawi, i uznając ją za zakończoną. Żebracy nie mogą wybierać. Najważniejszą rzeczą, na którą należy zwrócić uwagę w tym problemie, jest to, że nasz próg zależy wyłącznie od kosztu wyszukiwania. Ponieważ szanse na to, że następna oferta będzie dobra – i koszt jej sprawdzenia – nigdy się nie zmieniają, nasza cena zatrzymania nie ma powodu, aby kiedykolwiek spadać w miarę trwania poszukiwań, niezależnie od naszego szczęścia. Ustalamy to raz, zanim w ogóle zaczniemy, a potem po prostu trzymamy się mocno. Laura Albert McLay z Uniwersytetu Wisconsin–Madison, ekspert ds. optymalizacji, wspomina, że gdy przyszła pora na sprzedaż własnego domu, zwróciła się do swojej wiedzy na temat problemów z optymalnym zatrzymywaniem. „Pierwsza oferta, jaką otrzymaliśmy, była świetna” – wyjaśnia, „ale wiązała się z ogromnymi kosztami, ponieważ chcieli, żebyśmy się wyprowadzili na miesiąc przed tym, jak będziemy gotowi. Była inna konkurencyjna oferta... [ale] po prostu wytrzymaliśmy, dopóki nie otrzymaliśmy tej właściwej. Dla wielu sprzedawców odrzucenie jednej lub dwóch dobrych ofert może być stresującą propozycją, zwłaszcza jeśli te, które następują bezpośrednio po nich, nie są lepsze. McLay jednak nie poddawała się i zachowała spokój. „Byłoby to naprawdę, naprawdę trudne” – przyznaje – „gdybym nie wiedziała, że matematyka jest po mojej stronie”. Zasada ta ma zastosowanie w każdej sytuacji, w której otrzymujesz serię ofert i płacisz koszty poszukiwania lub czekania na następną. W konsekwencji ma to znaczenie w sprawach wykraczających daleko poza sprzedaż domu. Na przykład ekonomiści wykorzystali ten algorytm do modelowania sposobu, w jaki ludzie szukają pracy, co z łatwością wyjaśnia pozornie paradoksalny fakt, że

jednocześnie istnieją bezrobotni i nieobsadzone wakaty. W rzeczywistości te wariacje na temat problemu optymalnego zatrzymania mają inną, jeszcze bardziej zaskakującą właściwość. Jak widzieliśmy, umiejętność „przypomnienia sobie” okazji z przeszłości była kluczowa w poszukiwaniu miłości przez Keplera. Jednak w przypadku sprzedaży domów i poszukiwania pracy, nawet jeśli można ponownie rozważyć wcześniejszą ofertę i nawet jeśli mamy pewność, że oferta ta nadal będzie aktualna, nigdy nie należy tego robić. Jeśli wtedy nie było powyżej Twojego progu, nie będzie go również teraz. To, co zapłaciłeś za dalsze wyszukiwanie, to koszt utopiony. Nie idź na kompromis, nie zgaduj. I nie oglądaj się za siebie.

Kiedy parkować

Uważam, że trzy główne problemy administracyjne na kampusie to seks dla studentów, lekkoatletyka dla absolwentów i parking dla wykładowców. – CLARK KERR, PREZYDENT UC BERKELEY, 1958–1967

Kolejną dziedziną, w której występuje mnóstwo problemów z optymalnym hamowaniem – i w której generalnie niewskazane jest patrzeć wstecz – jest samochód. W najwcześniejszej literaturze poświęconej problemowi sekretarki pojawiają się wpisy o kierowcach, a ramy ciągłego ruchu do przodu sprawiają, że prawie każda decyzja dotycząca podróży samochodem staje się problemem związanym z zatrzymaniem: poszukiwanie restauracji; poszukiwanie łazienki; i, co najbardziej dotkliwie dla kierowców miejskich, poszukiwanie miejsca parkingowego. Z kim lepiej porozmawiać o tajnikach parkowania niż człowiek opisany przez Los Angeles Times jako „parkingowa gwiazda rocka”, Donald Shoup, wybitny profesor urbanistyki UCLA? Przyjechaliliśmy z Północnej Kalifornii, żeby go odwiedzić, zapewniając Shoupa, że będziemy mieli mnóstwo czasu, nieoczekiwany ruch. „Jeśli chodzi o planowanie „nieoczekiwanego ruchu”, myślę, że powinieneś planować ruch spodziewany” – odpowiedział. Shoup jest prawdopodobnie najbardziej znany ze swojej książki Wysoki koszt bezpłatnego parkowania i zrobił wiele, aby posunąć dyskusję i zrozumienie, co naprawdę dzieje się, gdy ktoś jedzie do celu. Powinniśmy współczuć biednemu kierowcy. Idealne miejsce parkingowe, jak je modeluje Shoup, to takie, które optymalizuje precyzyjną równowagę pomiędzy „ceną naklejki” miejsca, czasem i niedogodnościami związanymi z chodzeniem, czasem potrzebnym na szukanie miejsca (który różni się znacznie w zależności od miejsca docelowego, pory dnia itp.), przy czym doszło do spalania gazu. Równanie zmienia się wraz z liczbą pasażerów w samochodzie, którzy mogą podzielić koszt pieniężny przestrzeni, ale nie czas przeszukania czy spacer. Jednocześnie kierowca musi wziąć pod uwagę, że obszar o największej liczbie miejsc parkingowych może być również obszarem o największym popycie; parkowanie ma element teorii gier, ponieważ próbujesz przechytrzyć innych kierowców na drodze, podczas gdy oni z kolei próbują przechytrzyć Ciebie.* To powiedziawszy, wiele wyzwań związanych z parkowaniem sprowadza się do jednej liczby: wskaźnika obłożenia. Jest to odsetek wszystkich aktualnie zajętych miejsc parkingowych. Jeśli obłożenie jest niskie, łatwo jest znaleźć dobre miejsce parkingowe. Jeśli jest wysoka, znalezienie dowolnego miejsca do zaparkowania jest wyzwaniem. Shoup argumentuje, że wiele problemów związanych z parkowaniem wynika z przyjęcia przez miasta polityki, która skutkuje niezwykle wysokim wskaźnikiem obłożenia. Jeśli koszt parkowania w danym miejscu jest zbyt niski (lub – okropność! – w ogóle żaden), istnieje duża motywacja do parkowania w tym miejscu, zamiast parkować nieco dalej i chodzić. Więc wszyscy próbują tam parkować, ale większość z nich stwierdza, że miejsca są już zajęte, a ludzie marnują czas i spalają paliwa kopalne, szukając miejsca. Rozwiązanie Shoupa polega na zainstalowaniu cyfrowych parkometrów, które są w stanie dostosowywać ceny rosnące wraz z popytem. (Zostało to obecnie wdrożone w centrum San Francisco). Ceny ustalane są z uwzględnieniem docelowego poziomu obłożenia, a Shoup twierdzi, że wskaźnik ten powinien wynosić około 85%, co stanowi radykalny spadek w porównaniu z prawie 100% zapełnionymi krawężnikami większości głównych miast. Jak zauważa, gdy obłożenie wzrasta z 90% do 95%, zmieści się tylko o 5% więcej samochodów, ale podwaja

się długość poszukiwań wszystkich. Kluczowy wpływ wskaźnika obłożenia na strategię parkowania stanie się jasny, gdy uznamy, że parkowanie stanowi optymalny problem z zatrzymywaniem. Jadąc ulicą, za każdym razem, gdy widzisz wolne miejsce, musisz podjąć decyzję: wybrać to miejsce, czy może podjechać trochę bliżej celu i spróbować szczęścia? Załóżmy, że jedziesz nieskończenie długą drogą z równomiernie rozmieszczonymi miejscami parkingowymi, a Twoim celem jest zminimalizowanie dystansu, jaki musisz pokonać do celu. Rozwiązaniem jest zasada „popatrz, potem przeskocz”. Optymalnie zatrzymujący się kierowca powinien ominąć wszystkie wolne miejsca znajdujące się w większej odległości od miejsca docelowego i zająć pierwsze miejsce, które się pojawi. Odległość, na jaką należy przejść od patrzenia do skakania, zależy od proporcji miejsc, które prawdopodobnie zostaną zajęte – od wskaźnika obłożenia. Tabela na następnej stronie podaje odległości dla niektórych reprezentatywnych proporcji.

With this occupancy rate (%)	Wait until this many spaces away, then take the next free spot
0	0
50	1
75	3
80	4
85	5
90	7
95	14
96	17
97	23
98	35
99	69
99.9	693

Jeśli wskaźnik obłożenia tej nieskończonej ulicy w dużym mieście wynosi 99%, a wolnych miejsc jest zaledwie 1%, powinieneś zająć pierwsze miejsce, które zobaczysz, zaczynając od prawie 70 miejsc, czyli ponad ćwierć mili, od miejsca docelowego. Ale jeśli Shoup postawi na swoim i obłożenie spadnie do zaledwie 85%, nie musisz zaczynać poważnie szukać, dopóki nie znajdziesz się pół przecznicy dalej. Większość z nas nie jeździ idealnie prostymi, nieskończenie długimi drogami. Podobnie jak w przypadku innych problemów związanych z optymalnym zatrzymywaniem, badacze rozważyli różne poprawki w tym podstawowym scenariuszu. Na przykład zbadali optymalną strategię parkowania w przypadkach, gdy kierowca może zawrócić, gdy jest mniej dostępnych miejsc parkingowych, im bliżej celu podróży, i gdy kierowca konkuruje z konkurencyjnymi kierowcami, którzy również zmirzają do tego samego miejsca. Ale niezależnie od dokładnych parametrów problemu, więcej wolnych miejsc zawsze ułatwi życie. Jest to swego rodzaju przypomnienie dla władz miejskich: parkowanie nie jest tak proste, jak posiadanie zasobu (miejsc) i maksymalizacja jego wykorzystania (obłożenie). Parkowanie to także proces – problem optymalnego zatrzymania – pochłaniający uwagę, czas i paliwo, a także generujący zarówno zanieczyszczenie, jak i zatory. Właściwa polityka rozwiązuje cały problem. I, wbrew intuicji, puste miejsca na bardzo pożądanym blokach mogą być oznaką, że wszystko działa poprawnie. Zapytaliśmy Shoupa, czy jego badania pozwalają mu zoptymalizować dojazdy do biura na

Uniwersytecie Kalifornijskim w ruchu ulicznym w Los Angeles. Czy prawdopodobnie najlepszy na świecie ekspert w dziedzinie parkowania ma jakąś tajną broń? Robi: „Jeżdżę na rowerze”.

Kiedy zrezygnować

W 1997 roku magazyn Forbes uznał Borysa Bieriezowskiego za najbogatszego człowieka w Rosji, z majątkiem wartym około 3 miliardy dolarów. Zaledwie dziesięć lat wcześniej utrzymywał się z pensji matematyka z Akademii Nauk ZSRR. Zarobił miliardy, korzystając z relacji przemysłowych, które nawiązał podczas swoich badań, i założył firmę, która ułatwiła interakcję między zagranicznymi producentami samochodów a sowieckim producentem samochodów AvtoVAZ. Firma Bieriezowskiego stała się wówczas dealerem na dużą skalę samochodów produkowanych przez AvtoVAZ, korzystając z systemu płatności ratalnych, aby skorzystać z hiperinflacji rubla. Korzystając ze środków tej spółki, kupił częściową własność samego AvtoVAZ, następnie sieci telewizyjnej ORT, a na końcu koncernu naftowego Sibneft. Wchodząc w skład nowej klasy oligarchów, brał udział w polityce, wspierając reelekcję Borysa Jelcyna w 1996 r. i wybór Władimira Putina na jego następcę w 1999 r. Ale wtedy szczęście Bieriezowskiego się odwróciło. Tuż po wyborze Putina Bieriezowski publicznie sprzeciwił się proponowanym reformom konstytucyjnym rozszerzającym władzę prezydenta. Jego ciągła publiczna krytyka Putina doprowadziła do pogorszenia ich relacji. W październiku 2000 roku, gdy Putin został zapytany o krytykę Bieriezowskiego, odpowiedział: „Państwo ma w rękach pałkę, którą uderza się tylko raz, ale w głowę. Nie używaliśmy jeszcze tej pałki.... W dniu, w którym naprawdę się rozłożymy, nie zawahamy się”. W następnym miesiącu Bieriezowski opuścił Rosję na stałe i udał się na wygnanie do Anglii, gdzie w dalszym ciągu krytykował reżim Putina. Jak Bieriezowski zdecydował, że czas opuścić Rosję? Czy istnieje może sposób, aby pomyśleć matematycznie o radzie „rezygnuj, póki jesteś do przodu”? Zwłaszcza Bieriezowski mógł sam rozważyć to pytanie, ponieważ tematem, nad którym pracował wiele lat temu jako matematyk, było nic innego jak optymalne zatrzymanie; jest autorem pierwszej (i jak dotąd jedynej) książki w całości poświęconej problematyce sekretarki. Problem rezygnacji z pracy, gdy jest się na czele, analizowano pod kilkoma różnymi postaciami, ale być może najważniejszy w przypadku Bieriezowskiego – z przeprosinami dla rosyjskich oligarchów – jest znany jako „problem włamywaczy”. W tym zadaniu włamywacz ma możliwość przeprowadzenia sekwencji napadów. Każdy napad zapewnia jakąś nagrodę i za każdym razem istnieje szansa, że ujdzie mu to na sucho. Jeśli jednak włamywacz zostanie złapany, zostaje aresztowany i traci wszystkie zgromadzone zyski. Jakiego algorytmu powinien przestrzegać, aby zmaksymalizować oczekiwany uzysk? Fakt, że ten problem ma rozwiązanie, jest złą wiadomością dla scenariuszy filmów o napadach: kiedy zespół próbuje zwabić starego włamywacza z emerytury do ostatniej pracy, sprytny złodziej musi jedynie przegryźć liczby. Co więcej, wyniki są dość intuicyjne: liczba napadów, które powinieneś przeprowadzić, jest w przybliżeniu równa szansie na ucieczkę podzielonej przez szansę, że zostaniesz złapany. Jeśli jesteś utalentowanym włamywaczem i masz 90% szans na dokonanie każdego napadu (i 10% szans na utratę wszystkiego), przejdź na emeryturę po $90/10 = 9$ napadów. Zacięty amator z szansami na sukces 50/50? Za pierwszym razem nie masz nic do stracenia, ale nie ryzykuj więcej niż raz. Pomimo jego specjalistycznej wiedzy w zakresie optymalnego zatrzymywania, historia Bieriezowskiego kończy się smutno. Zmarł w marcu 2013 r., znaleziony przez ochroniarza w zamkniętej łazience jego domu w Berkshire z podwiązaniem na szyi. Oficjalny wniosek z sekcji zwłok był taki, że popełnił samobójstwo, wieszając się po tym, jak stracił większość swojego majątku w wyniku serii głośnych spraw sądowych z udziałem jego wrogów w Rosji. Być może powinien był przestać wcześniej – zgromadzić, powiedzmy, zaledwie kilkadziesiąt milionów dolarów i nie wdawać się w politykę. Ale, niestety, to nie było w jego stylu. Jeden z przyjaciół matematyków, Leonid Bogusławski, opowiedział historię Bieriezowskiego z czasów, gdy obaj byli młodymi badaczami: podczas wyprawy na nartach wodnych na jezioro pod Moskwą zepsuła się łódź, którą planowali skorzystać. Oto jak opisuje to David Hoffman w swojej książce *The Oligarchs*:

Podczas gdy ich przyjaciele poszli na plażę i rozpalili ognisko, Bogusławski i Bieriezowski udali się do doku, aby spróbować naprawić silnik.... Trzy godziny później rozebrano i ponownie złożono silnik. To wciąż było martwe. Opuścili większą część imprezy, ale Bieriezowski nalegał, żeby próbowali dalej. „Próbowaliśmy tego i tamtego” – wspomina Bogusławski. Bieriezowski nie zamierzał się poddać.

Co zaskakujące, niepoddawanie się – nigdy – pojawia się także w literaturze dotyczącej optymalnego zatrzymania. Może się to nie wydawać z szerokiego zakresu problemów, które omówiliśmy, ale istnieją sekwencyjne problemy związane z podejmowaniem decyzji, dla których nie ma optymalnej reguły zatrzymania. Prosty przykładem jest gra „potrójne albo nic”. Wyobraź sobie, że masz 1,00 \$ i możesz grać w następującą grę tyle razy, ile chcesz: postaw wszystkie swoje pieniądze i masz 50% szans na otrzymanie potrójnej kwoty oraz 50% szans na utratę całej stawki. Ile razy powinieneś grać? Pomimo swojej prostoty, nie ma optymalnej reguły zatrzymania tego problemu, ponieważ za każdym razem, gdy grasz, Twoje średnie zyski są nieco wyższe. Zaczynając od 1,00 \$, będziesz otrzymywać 3,00 \$ przez połowę czasu i 0,00 \$ przez połowę czasu, więc średnio spodziewasz się zakończyć pierwszą rundę z 1,50 \$ w kieszeni. Następnie, jeśli miałeś szczęście w pierwszej rundzie, dwie możliwości z wygranych 3,00 \$ to 9,00 \$ i 0,00 \$ – co daje średni zwrot 4,50 \$ z drugiego zakładu. Matematyka pokazuje, że zawsze należy grać dalej. Ale jeśli zastosujesz tę strategię, w końcu stracisz wszystko. Niektórych problemów lepiej unikać niż rozwiązywać.

Zawsze się zatrzymaj

Spodziewam się przejść przez ten świat tylko raz. Zatem wszelkie dobro, jakie mogę uczynić, lub jakąkolwiek życzliwość, jaką mogę okazać bliźniemu, pozwólcie mi to uczynić teraz. Nie pozwól mi tego odkładać ani zaniedbywać, bo nie będę już tędy przechodził. —STEPHEN GRELLET

Spędź popołudnie. Nie możesz go zabrać ze sobą. —ANNIE DILLARD

Przyjrzelśmy się konkretnym przypadkom ludzi borykających się z problemami związanymi z zatrzymaniem w swoim życiu i jasne jest, że większość z nas codziennie spotyka się z tego rodzaju problemami, w takiej czy innej formie. Niezależnie od tego, czy chodzi o sekretarki, narzeczonych czy mieszkania, życie jest pełne optymalnego zatrzymania. Nieodpartym pytaniem jest więc, czy – dzięki ewolucji, edukacji czy intuicji – rzeczywiście postępujemy zgodnie z najlepszymi strategiami. Na pierwszy rzut oka odpowiedź brzmi: nie. Około tuzina badań dało ten sam wynik: ludzie zwykle kończą pracę wcześniej, pozostawiając lepszych kandydatów niezauważonych. Aby lepiej zrozumieć te odkrycia, rozmawialiśmy z Amnonem Rapoportem z Uniwersytetu Kalifornijskiego w Riverside, który od ponad czterdziestu lat prowadzi w laboratorium eksperymenty z optymalnym zatrzymywaniem. Badanie, które najściślej odzwierciedla klasyczny problem sekretarki, zostało przeprowadzone w latach 90. XX wieku przez Rapoporta i jego współpracownika Darryla Seale'a. W tym badaniu ludzie wielokrotnie powtarzali problem sekretarki, za każdym razem z 40 lub 80 kandydatami. Ogólny wskaźnik, z jakim ludzie znajdowali najlepszego możliwego kandydata, był całkiem dobry: około 31%, czyli niewiele od optymalnych 37%. Większość ludzi zachowywała się w sposób zgodny z zasadą „popatrz, potem skacz”, ale w ponad czterech piątych przypadków skakali wcześniej, niż powinni. Rapoport powiedział nam, że ma to na uwadze, rozwiązując problemy optymalnego zatrzymania w swoim życiu. Na przykład szukając mieszkania, walczy z własną potrzebą szybkiego zaangażowania się. „Mimo, że z natury jestem bardzo niecierpliwa i chcę zająć pierwsze mieszkanie, staram się panować nad sobą!” Jednak ta niecierpliwość sugeruje inną kwestię, która nie jest brana pod uwagę w klasycznym problemie sekretarki: rolę czasu. W końcu przez cały czas, gdy szukasz sekretarki, nie masz sekretarki. Co więcej, zamiast zająć się własną pracą, spędzasz dzień na przeprowadzaniu rozmów kwalifikacyjnych. Ten rodzaj kosztów może stanowić potencjalne wyjaśnienie, dlaczego ludzie przestają wcześniej rozwiązywać problemy związane z sekretarką w laboratorium. Seale i Rapoport

wykazali, że jeśli wyobrażamy sobie, że koszt spotkania z każdym kandydatem wynosi na przykład 1% wartości znalezienia najlepszej sekretarki, wówczas optymalna strategia idealnie pasowałaby do tego, w którym momencie ludzie w eksperymencie faktycznie przeszli z patrzenia na odskocznię. Tajemnica polega na tym, że w badaniu Seale'a i Rapoport'a poszukiwania nie wiązały się z żadnymi kosztami. Dlaczego więc ludzie w laboratorium mogą zachowywać się tak, jakby takie laboratorium istniało? Ponieważ dla ludzi zawsze jest to koszt czasu. Nie wynika to z projektu eksperymentu. Pochodzi z życia ludzi. „Endogeniczne” koszty czasowe poszukiwań, które zwykle nie są uwzględniane w optymalnych modelach zatrzymywania, mogą zatem wyjaśniać, dlaczego ludzkie podejmowanie decyzji rutynowo odbiega od zaleceń tych modeli. Jak ujął to badacz optymalnego zatrzymywania, Neil Bearden: „Po długim szukaniu my, ludzie, po prostu się nudzimy. Nudzenie się nie jest irracjonalne, ale trudno jest to rygorystycznie modelować. Nie oznacza to jednak, że problemy z optymalnym zatrzymaniem są mniej ważne; w rzeczywistości czyni je ważniejszymi, ponieważ upływ czasu zamienia wszelkie podejmowanie decyzji w optymalne zatrzymanie. „Teoria optymalnego zatrzymania dotyczy problemu wyboru momentu na podjęcie danego działania” – otwiera ostateczny podręcznik na temat optymalnego zatrzymywania i trudno o bardziej zwięzły opis kondycji człowieka. Jasne, to my decydujemy, kiedy jest właściwy moment na zakup akcji i właściwy czas na ich sprzedaż; ale także odpowiedni moment na otwarcie butelki wina, którą trzymamy ze sobą na specjalną okazję, odpowiedni moment, aby komuś przeszkodzić, odpowiedni moment, aby go pocałować. Patrząc w ten sposób, najbardziej podstawowym, a zarazem najbardziej niewiarygodnym założeniem problemu sekretarza – jego ścisła seryjność, jego nieubłagany marsz w jedną stronę – okazuje się być natura samego czasu. W związku z tym wyraźna przesłanka problemu optymalnego zatrzymania jest ukrytą przesłanką tego, co to znaczy żyć. To właśnie zmusza nas do podejmowania decyzji w oparciu o możliwości, których jeszcze nie widzieliśmy, to zmusza nas do akceptowania wysokiego wskaźnika niepowodzeń, nawet przy optymalnym działaniu. Żaden wybór się nie powtarza. Być może ponownie otrzymamy podobne wybory, ale nigdy dokładnie takie. Wahanie – brak działania – jest tak samo nieodwracalne jak działanie. Czym zamknięty na jednokierunkowej drodze kierowca jest w przestrzeni, tym my jesteśmy w czwartym wymiarze: tak naprawdę przejeżdżamy tędy tylko raz. Intuicyjnie uważamy, że racjonalne podejmowanie decyzji oznacza wyczerpujące wyliczenie naszych opcji, dokładne rozważenie każdej z nich, a następnie wybranie najlepszej. Jednak w praktyce, gdy zegar – lub pasek – tyka, niewiele aspektów podejmowania decyzji (lub ogólnie myślenia) jest tak samo ważnych jak ten: kiedy przestać.

Eksploaruj/eksploatuj

Najnowsi kontra najlepsi

Burczy ci w brzuchu. Czy wybierasz się do znanej i lubianej włoskiej restauracji, czy do nowej tajskiej restauracji, która właśnie została otwarta? Czy zabierasz swojego najlepszego przyjaciela lub kontaktujesz się z nowym znajomym, którego chciałbyś lepiej poznać? To zbyt trudne – może po prostu zostaniesz w domu. Gotujesz przepis, o którym wiesz, że się sprawdzi, czy może przeszukujesz Internet w poszukiwaniu nowych inspiracji? Nieważne, może po prostu zamówisz pizzę? Czy dostajesz to, co zwykle, czy pytasz o oferty specjalne? Jesteś już wyczerpany, zanim dojdiesz do pierwszego kęsa. A myśl o nagraniu płyty, obejrzeniu filmu lub przeczytaniu książki – jakiej? – nie wydaje się już tak relaksująca. Każdego dnia jesteśmy nieustannie zmuszeni do podejmowania decyzji pomiędzy opcjami, które różnią się bardzo konkretnym wymiarem: próbujemy nowych rzeczy, czy pozostajemy przy naszych ulubionych? Intuicyjnie rozumiemy, że życie to równowaga między nowością a tradycją, między najnowszym a najlepszym, między podejmowaniem ryzyka a delectowaniem się tym, co znamy i kochamy. Ale podobnie jak w przypadku dylematu „wyjrzyj lub przeskocz” w poszukiwaniu mieszkania, pytanie bez odpowiedzi brzmi: jaka równowaga? W klasycznej książce Zen i sztuka konserwacji motocykli z 1974 roku Robert Pirsig potępia początek konwersacji „Co nowego?”, argumentując, że pytanie „jeśli jest zadawane wyłącznie, skutkuje jedynie niekończącą się paradą ciekawostek i mody, mułem jutra.” Popiera alternatywę jako znacznie lepszą: „Co jest najlepsze?” Ale rzeczywistość nie jest taka prosta. Pamiętanie, że każda „najlepsza” piosenka i restauracja wśród Twoich ulubionych zaczynała się skromnie jako coś dla Ciebie jedynie „nowego”, przypomina, że mogą istnieć jeszcze nieznanne najlepsze utwory – a zatem to, co nowe, rzeczywiście jest godne przynajmniej niektórych naszą uwagę. Wytarte przez wiek aforyzmy potwierdzają to napięcie, ale go nie rozwiązują. „Poznaj nowych przyjaciół, ale zachowaj starych / To jest srebro, to jest złoto” i „Nie ma życia tak bogatego i rzadkiego / Ale mógłby tam wejść jeszcze jeden przyjaciel” są wystarczająco prawdziwe; z pewnością ich skandal jest nienaganny. Nie mówią nam jednak nic przydatnego o stosunku, powiedzmy, „srebra” do „złota”, który stanowi najlepszy stop dobrego życia. Informatycy pracują nad znalezieniem tej równowagi od ponad pięćdziesięciu lat. Mają nawet na to nazwę: kompromis eksploaracja/eksploatacja.

Eksploaruj/eksploatuj

W języku angielskim słowa „eksploaruj” i „eksploatuj” mają zupełnie przeciwne konotacje. Jednak dla informatyka te słowa mają znacznie bardziej konkretne i neutralne znaczenie. Mówiąc najprościej, eksploaracja to gromadzenie informacji, a eksploatacja to wykorzystanie informacji potrzebnych do uzyskania znanego, dobrego wyniku. To dość intuicyjne, że nieodkrywanie świata nie jest sposobem na życie. Warto jednak wspomnieć, że brak wykorzystywania może być równie zły. W informatyce definicja exploitatio tak naprawdę charakteryzuje wiele z tego, co uważamy za najlepsze momenty w życiu. Spotkanie rodzinne w czasie świąt jest wyzyskiem. Podobnie jest z moim książkowym zasiadającym w fotelu do czytania z filiżanką gorącej kawy i ukochaną ulubioną osobą, zespołem grającym swoje największe hity przed tłumem uwielbiających go fanów lub parą, która przetrwała próbę czasu, tańcząc do „swojej piosenki”. Co więcej, eksploaracja może być przekleństwem. Na przykład fajne w muzyce jest to, że ciągle można posłuchać nowych rzeczy. Albo, jeśli jesteś dziennikarzem muzycznym, okropne w muzyce jest to, że ciągle można słuchać nowych rzeczy. Bycie dziennikarzem muzycznym oznacza przekręcenie tarczy eksploaracji aż do 11, gdzie cały czas pojawiają się same nowości. Miłośnicy muzyki mogą sobie wyobrazić pracę w dziennikarstwie muzycznym jako raj, ale gdy trzeba ciągle odkrywać nowe, nigdy nie można cieszyć się owocami swojej koneserstwa – jest to szczególnie rodzaj piekła. Niewiele osób zna to doświadczenie tak głęboko, jak Scott Plagenhoef, były redaktor naczelny Pitchfork. „Kiedy pracujesz, starasz się znaleźć przestrzeń, aby posłuchać

czegoś, czego po prostu chcesz słuchać” – mówi o życiu krytyka. Jego desperacka potrzeba zaprzestania brodzenia w niesłyszanych wątpliwej jakości melodiach i po prostu posłuchania tego, co kochał, była tak silna, że Plagenhoef umieszczał na swoim iPodzie tylko nową muzykę, aby fizycznie nie był w stanie porzucić swoich obowiązków w chwilach, gdy po prostu naprawdę, naprawdę, naprawdę chciałem posłuchać Smithów. Dziennikarze są męczennikami, badającymi, aby inni mogli je wykorzystać. W informatyce napięcie między eksploracją a eksploatacją przyjmuje najbardziej konkretną formę w scenariuszu zwanym „problemem wielorękiego bandyty”. Dziwna nazwa pochodzi od potocznego określenia automatu kasynowego „jednoręki bandyta”. Wyobraź sobie, że wchodzisz do kasyna pełnego różnych automatów do gry, każdy z własnymi szansami na wygraną. Problem polega oczywiście na tym, że nie powiedziano ci z góry tych kursów: dopóki nie zaczniesz grać, nie będziesz miał pojęcia, które maszyny są najbardziej dochodowe („luźne”, jak nazywają to miłośnicy automatów do gier) i które po prostu pochłaniają pieniądze. Naturalnie zależy Ci na maksymalizacji swoich całkowitych wygranych. Jasne jest, że będzie to wymagało pewnej kombinacji pociągania za ramiona różnych maszyn w celu ich przetestowania (eksploracja) i faworyzowania najbardziej obiecujących maszyn, jakie udało Ci się znaleźć (eksploatacja). Aby zrozumieć subtelności problemu, wyobraź sobie, że masz do czynienia tylko z dwoma maszynami. Taki, w który grałeś w sumie 15 razy; 9 razy się opłaciło i 6 razy nie. W drugim grałeś tylko dwa razy i raz się opłaciło, raz nie. Co jest bardziej obiecujące? Po prostu dzieląc wygrane przez całkowitą liczbę pociągnięć, otrzymasz „oczekiwaną wartość” maszyny i dzięki tej metodzie pierwsza maszyna wyraźnie wyjdzie na prowadzenie. Rekord 9–6 daje oczekiwaną wartość 60%, podczas gdy rekord 1–1 drugiej maszyny daje oczekiwaną wartość tylko 50%. Ale jest w tym coś więcej. W końcu tylko dwa pociągnięcia to naprawdę nie jest zbyt wiele. W pewnym sensie po prostu nie wiemy jeszcze, jak dobra może być w rzeczywistości druga maszyna. Wybór restauracji lub albumu jest w istocie kwestią decyzji, za którą rękę pociągnąć w życiowym kasynie. Jednak zrozumienie kompromisu odkrywanie/eksploatowanie to nie tylko sposób na poprawę decyzji dotyczących tego, gdzie zjeść i czego słuchać. Zapewnia także fundamentalny wgląd w to, jak nasze cele powinny zmieniać się wraz z wiekiem i dlaczego najbardziej racjonalnym sposobem działania nie zawsze jest wybór najlepszego. Okazuje się, że leży to w centrum między innymi projektowania stron internetowych i badań klinicznych – dwóch tematów, których zwykle nie wymienia się w tym samym zdaniu. Ludzie mają tendencję do traktowania decyzji w izolacji, koncentrując się na znalezieniu za każdym razem wyniku o najwyższej oczekiwanej wartości. Jednak decyzje prawie nigdy nie są odosobnione, a oczekiwana wartość to nie koniec historii. Jeśli myślisz nie tylko o następnej decyzji, ale o wszystkich decyzjach, które zamierzasz podjąć w sprawie tych samych opcji w przyszłości, kluczowy dla tego procesu będzie kompromis w zakresie eksploracji/eksploatacji. W ten sposób, pisze matematyk Peter Whittle, problem bandytów „ucieleśnia w zasadniczej formie konflikt widoczny w każdym ludzkim działaniu”. Które z tych dwóch ramion powinieneś pociągnąć? To podchwytliwe pytanie. To całkowicie zależy od czegoś, o czym jeszcze nie rozmawialiśmy: jak długo planujesz przebywać w kasynie

Wykorzystaj interwał

„Carpe diem” – nalega Robin Williams w jednej z najbardziej pamiętnych scen filmu „Stowarzyszenie umarłych poetów” z 1989 roku. „Chwytaj dzień, chłopcy. Uczyni swoje życie niezwykłym.” To niezwykle ważna rada. Jest to również nieco wewnętrznie sprzeczne. Chwyatanie dnia i chwyatanie życia to dwa zupełnie różne przedsięwzięcia. Mamy wyrażenie „Jedz, pij i wesel się, bo jutro umrzemy”, ale być może powinniśmy mieć także jego odwrotność: „Zacznij uczyć się nowego języka lub nowego instrumentu i rozmawiaj z nieznanym, bo życie jest długie i kto wie, jaka radość może rozkwitnąć przez wiele lat.” Kiedy balansujemy ulubione doświadczenia z nowymi, nic nie liczy się tak bardzo, jak odstęp czasu, w jakim planujemy się nimi cieszyć. „Bardziej prawdopodobne jest, że wypróbuję nową restaurację, przeprowadzając się do miasta, niż gdy je opuszczam” – wyjaśnia analityk danych i bloger Chris Stucchio, weteran zmagający się z kompromisem eksploracja/eksploatuj zarówno w swojej pracy,

jak i w swojej pracy życie. „Teraz chodzę głównie do restauracji, które znam i kocham, bo wiem, że wkrótce opuszczę Nowy Jork. Podczas gdy kilka lat temu przeprowadziłem się do Pune w Indiach i po prostu jadłem cholerne wszędzie, co nie wyglądało, jakby mnie to miało zabić. A wyjeżdżając z miasta, zamiast próbować nowych rzeczy, wróciłem do wszystkich moich ulubionych miejsc.... Nawet jeśli znajdę trochę lepsze miejsce, pojadę tam tylko raz lub dwa razy, więc po co ryzykować?” Otrzeźwiająca właściwością próbowania nowych rzeczy jest to, że wartość eksploracji i znalezienia nowego faworyta może z czasem maleć, w miarę jak maleją pozostałe możliwości delektowania się nimi. Odkrycie urokliwej kawiarni podczas ostatniej nocy w mieście nie daje możliwości powrotu. Drugą stroną jest to, że wartość wyzysku może z czasem rosnąć. Najpiękniejsza kawiarnia, jaką znasz dzisiaj, jest z definicji co najmniej tak samo urocza, jak najpiękniejsza kawiarnia, jaką znasz w zeszłym miesiącu. (A jeśli od tego czasu znalazłeś innego faworyta, może być jeszcze bardziej). Sprawdź więc, kiedy będziesz miał czas na wykorzystanie zdobytej wiedzy, wykorzystuj, kiedy będziesz gotowy na zarobek. Przerwa tworzy strategię. Co ciekawe, skoro interwał tworzy strategię, to obserwując strategię, możemy również wywnioskować interwał. Weźmy na przykład Hollywood: wśród dziesięciu najbardziej dochodowych filmów 1981 roku tylko dwa to kontynuacje. W 1991 roku było ich trzy. W 2001 roku było to pięć. W 2011 roku osiem z dziesięciu najbardziej dochodowych filmów to kontynuacje. W rzeczywistości rok 2011 ustanowił rekord największego odsetka sequele wśród głównych wydań studyjnych. Następnie rok 2012 natychmiast pobił ten rekord; w następnym roku znowu to złamie. W grudniu 2012 roku dziennikarz Nick Allen z wyraźnym zmęczeniem patrzył w przyszłość:

Widzowie otrzymają szóstą porcję X-Men oraz Szybcy i wściekli 6, Szklana pułapka 5, Straszny film 5 i Paranormal Activity 5. Będzie także Iron Man 3, Kac Vegas 3 oraz drugie pokazy Muppetów i Smerfów, GI Joe i Zły Mikołaj

Z perspektywy studia sequel to film, który ma gwarantowaną rzeszę fanów: dojna krowa, to pewne, exploit. A nadmiar pewnych rzeczy sygnalizuje podejście krótkoterminowe, jak w przypadku Stucchio wyjeżdżającego z miasta. Kontynuacje mają większe szanse stać się hitami tego roku niż zupełnie nowe filmy, ale skąd będą pochodzić ukochane serie przyszłości? Taki potop w sequelach jest nie tylko godny pożalowania (z pewnością tak uważają krytycy); jest też nieco wzruszający. Wchodząc w fazę skupiającą się niemal wyłącznie na exploitach, przemysł filmowy wydaje się sygnalizować przekonanie, że zbliża się koniec jego okresu. Spojrzenie na ekonomię Hollywood potwierdza to przecucie. Zyski największych studiów filmowych spadły o 40% w latach 2007-2011, a sprzedaż biletów spadała w ciągu siedmiu z ostatnich dziesięciu lat. Jak to ujmuje „The Economist”: „Wciśnięte pomiędzy rosnące koszty a spadające przychody, duże studia zareagowały, próbując nakręcić więcej filmów, które ich zdaniem okażą się hitami: zwykle kontynuacje, prequely lub inne filmy, w których występują znane postacie”. Innymi słowy, wyciągają ręce z najlepszych maszyn, jakie mają, zanim kasyno je wyrzuci.

Wygraj-zostań

Znalezienie optymalnych algorytmów, które dokładnie powiedzą nam, jak sobie poradzić z problemem wielorękiego bandyty, okazało się niezwykle trudne. Rzeczywiście, jak wspomina Peter Whittle, podczas II wojny światowej wysiłki zmierzające do rozwiązania tej kwestii „tak wyczerpały energię i umysły analityków alianckich [...], że wysunięto sugestię, aby problem rzucić na Niemcy, uznając to za ostateczne narzędzie intelektualnego sabotażu”. Pierwsze kroki w kierunku rozwiązania poczyniono wiele lat po wojnie, kiedy matematyk z Kolumbii Herbert Robbins pokazał, że istnieje prosta strategia, która choć nie jest doskonała, ma pewne dobre gwarancje. Robbins szczególnie rozważył przypadek, w którym istnieją dokładnie dwa automaty do gier i zaproponował rozwiązanie zwane algorytmem Win-Stay, Lose-Shift: wybierz losowo ramię i ciągnij je tak długo, jak długo będzie to przynosić korzyści. Jeśli ramię nie przynosi efektu po konkretnym pociągnięciu, przełącz się na drugie. Chociaż ta prosta strategia jest daleka od pełnego rozwiązania, Robbins udowodnił w 1952 roku, że działa niezawodnie

lepiej niż przypadek. W ślad za Robbinsem w serii artykułów szczegółowo zbadano zasadę „pozostań zwycięzcą”. Intuicyjnie, jeśli już byłeś skłonny pociągnąć za rękę i właśnie się to opłaciło, powinno to tylko zwiększyć twoją ocenę jej wartości i powinieneś tylko chętniej pociągnąć ją ponownie. I rzeczywiście, zasada „win-stay” okazuje się elementem optymalnej strategii równoważenia poszukiwań i wydobycia w szerokim zakresie warunków. Ale utrata zmiany to inna historia. Zmiana broni za każdym razem, gdy któraś się nie powiedzie, jest dość pochopnym posunięciem. Wyobraź sobie, że idziesz do restauracji sto razy i za każdym razem jesz wspaniały posiłek. Czy jedno rozczarowanie wystarczy, aby skłonić Cię do rezygnacji? Dobre opcje nie powinny być zbyt surowo karane za niedoskonałość. Co ważniejsze, Win-Stay, Lose-Shift nie ma żadnego pojęcia o interwale, w którym optymalizujesz. Jeśli Twoja ulubiona restauracja rozczarowała Cię ostatnim razem, gdy tam jadłeś, algorytm zawsze mówi, że powinieneś udać się w inne miejsce – nawet jeśli jest to Twoja ostatnia noc w mieście. Mimo to początkowa praca Robbinsa nad problemem wielorękiego bandyty zaowocowała obszerną literaturą, a badacze poczynili znaczne postępy w ciągu następujących kilku lat. Richard Bellman, matematyk z RAND Corporation, znalazł dokładne rozwiązanie problemu w przypadkach, gdy z góry dokładnie wiemy, ile opcji i możliwości będziemy mieć w sumie. Podobnie jak w przypadku problemu z sekretarką z pełną informacją, sztuczka Bellmana polegała zasadniczo na cofnięciu się, zaczynając od wyobrażenia sobie ostatecznego efektu i rozważenia, który automat wybrać, biorąc pod uwagę wszystkie możliwe wyniki poprzednich decyzji. Gdy już to zrozumiesz, przejdziesz do drugiej przedostatniej okazji, potem do poprzedniej i jeszcze poprzedniej, aż do początku. Odpowiedzi, które wyłaniają się z metody Bellmana, są niepodważalne, ale przy wielu opcjach i długiej wizycie w kasynie może to wymagać zawrotnej – lub niemożliwej – ilości pracy. Co więcej, nawet jeśli jesteśmy w stanie obliczyć wszystkie możliwe przyszłości, oczywiście nie zawsze wiemy dokładnie, ile możliwości (ani nawet ile opcji) będziemy mieli. Z tych powodów problem wielorękich bandytów faktycznie pozostał nierozwiązany. Według słów Whittle’a „szybko stał się klasykiem i synonimem bezkompromisowości”.

Indeks Gittinsa

Jednak jak to często bywa w matematyce, konkret jest bramą do ogólności. W latach 70. korporacja Unilever poprosiła młodego matematyka Johna Gittinsa o pomoc w optymalizacji niektórych testów leków. Nieoczekiwanie otrzymali odpowiedź na matematyczną zagadkę, która pozostawała nierozwiązana przez całe pokolenie. Gittins, obecnie profesor statystyki w Oksfordzie, zastanawiał się nad pytaniem postawionym przez Unilever. Biorąc pod uwagę kilka różnych związków chemicznych, jaki jest najszybszy sposób ustalenia, który związek będzie prawdopodobnie skuteczny w walce z chorobą? Gittins próbował ująć problem w najbardziej ogólnej formie, jaką mógł: wiele opcji do zrealizowania, różne prawdopodobieństwo nagrody dla każdej opcji i określona ilość wysiłku (lub pieniędzy lub czasu), którą należy rozdzielić między nimi. Było to oczywiście kolejne wcielenie problemu wielorękich bandytów. Zarówno nastawione na zysk firmy farmaceutyczne, jak i przedstawiciele zawodów medycznych, którym służą, nieustannie stają w obliczu konkurencyjnych wymagań związanych z kompromisem w zakresie eksploracji i eksploatacji. Firmy chcą inwestować pieniądze w badania i rozwój w odkrywaniu nowych leków, ale chcą także mieć pewność, że ich obecne linie produktów, które przynoszą zyski, będą się rozwijać. Lekarze chcą przepisywać najlepsze istniejące metody leczenia, aby zapewnić pacjentom opiekę, jakiej potrzebują, ale chcą także zachęcać do badań eksperymentalnych, które mogą okazać się jeszcze lepsze. Zwłaszcza w obu przypadkach nie jest do końca jasne, jaki powinien być odpowiedni odstęp. W pewnym sensie zarówno firmy farmaceutyczne, jak i lekarze są zainteresowani nieokreśloną przyszłością. Firmy chcą teoretycznie istnieć wiecznie, a w dziedzinie medycyny może nastąpić przełom, który pomoże ludziom, którzy jeszcze się nie urodzili. Niemniej jednak terażniejszość ma wyższy priorytet: wyleczony dzisiaj pacjent jest uważany za bardziej wartościowy niż wyleczony za tydzień czy rok i z pewnością to samo tyczy się zysków. Ekonomiści

nazywają tę koncepcję wyższej wartości teraźniejszości niż przyszłości „dyskontowaniem”. W przeciwieństwie do poprzednich badaczy, Gittins podszedł do problemu wielorękiego bandyty w ten sposób. Postawił sobie za cel maksymalizację wypłat nie w ustalonym przedziale czasu, ale w przyszłości, która jest nieskończona, ale dyskontowana. Takie dyskontowanie nie jest nam obce z naszego życia. W końcu, jeśli wybierasz się do miasta na dziesięciodniowe wakacje, decyzje dotyczące restauracji powinieneś podejmować mając na uwadze ustalony odstęp czasu; ale jeśli mieszkasz w mieście, nie ma to większego sensu. Zamiast tego możesz sobie wyobrazić, że wartość wypłat maleje w miarę oddalania się w przyszłość: bardziej troszczysz się o posiłek, który zjesz dziś wieczorem, niż o posiłek, który zjesz jutro, i bardziej o jutrzejszy posiłek niż o jeden raz dziennie. Za rok od teraz, ze szczegółami dotyczącymi tego, o ile więcej, w zależności od konkretnej „funkcji rabatowej”. Gittins ze swojej strony założył, że wartość przypisana wypłatom maleje geometrycznie: to znaczy, że każda wizyta w restauracji jest warta stałego ułamka ostatniej. Jeśli, powiedzmy, uważasz, że istnieje 1% szans, że w danym dniu potrącisz Cię autobus, powinieneś wycenić jutrzejszą kolację na 99% wartości dzisiejszej, choćby dlatego, że możesz nigdy nie zjeść obiadu. To. Pracując z założeniem dyskontowania geometrycznego, Gittins zbadał strategię, która jego zdaniem „byłaby co najmniej całkiem dobrym przybliżeniem”: myśleć o każdym ramieniu wielorękiego bandyty oddzielnie od pozostałych i próbować obliczyć wartość to ramię samo. Zrobił to, wyobrażając sobie coś dość pomysłowego: łapówkę. W popularnym teleturnieju Deal or No Deal uczestnik wybiera jedną z dwudziestu sześciu teczek, w których znajdują się nagrody o wartości od pensa do miliona dolarów. W miarę postępów w grze tajemnicza postać zwana Bankierem będzie okresowo dzwonić i oferować graczowi różne sumy pieniędzy za nieotwieranie wybranej teczki. Do uczestnika należy decyzja, za jaką cenę jest skłonny przejść pewną rzecz, pomimo niepewności związanej z nagrodą w postaci teczki. Gittins (choć wiele lat przed emisją pierwszego odcinka Deal or No Deal) zdał sobie sprawę, że problem wielorękich bandytów nie jest inny. Dla każdego automatu do gier, o którym wiemy niewiele lub nic, istnieje pewna gwarantowana stawka wypłaty, która, jeśli zostanie nam zaoferowana zamiast tego automatu, sprawi, że będziemy zadowoleni, że już nigdy więcej nie pociągniemy za jego uchwyt. Liczba ta – którą Gittins nazwał „indeksem alokacji dynamicznej” i którą świat zna obecnie jako indeks Gittinsa – sugeruje oczywistą strategię w kasynie: zawsze graj ręką z najwyższym indeksem.* W rzeczywistości strategia indeksu się odwróciła. się czymś więcej niż dobrym przybliżeniem. Całkowicie rozwiązuje wielorękiego bandytę z geometrycznie zdyskontowanymi wypłatami. Napięcie między eksploracją a eksploatacją sprowadza się do prostszego zadania maksymalizacji pojedynczej wielkości, która odpowiada obu. Gittins jest skromny, jeśli chodzi o to osiągnięcie — „To nie do końca Ostatnie twierdzenie Fermata” — mówi ze śmiechem — ale jest to twierdzenie, które kładzie kres istotnemu zestawowi pytań dotyczących dylematu eksploracja/eksploatacja. Obecnie obliczenie indeksu Gittinsa dla konkretnej maszyny, biorąc pod uwagę jej historię i naszą stopę dyskontową, jest nadal dość skomplikowane. Kiedy jednak znany jest indeks Gittinsa dla określonego zestawu założeń, można go zastosować do dowolnego problemu w tej postaci. Co najważniejsze, nie ma nawet znaczenia, ile ramion jest zaangażowanych, ponieważ wskaźnik dla każdego ramienia jest obliczany osobno. W tabeli na następnej stronie podajemy wartości indeksu Gittinsa dla maksymalnie dziewięciu sukcesów i porażek, zakładając, że wypłata przy następnym wyciągnięciu jest warta 90% wypłaty obecnej. Wartości te można wykorzystać do rozwiązania różnych codziennych problemów z wielorękiemi bandytami. Na przykład przy tych założeniach powinieneś wybrać automat, który ma historię 1–1 (i wartość oczekiwaną 50%) zamiast tego, który ma historię 9–6 (i wartość oczekiwaną 60%). Przeglądanie odpowiednich współrzędnych w tabeli pokazuje, że mniej znana maszyna ma indeks 0,6346, podczas gdy maszyna częściej grana ma zaledwie 0,6300. Problem rozwiązany: tym razem spróbuj szczęścia i eksploruj. Patrząc na wartości indeksu Gittinsa w tabeli, można dostrzec kilka innych ciekawych obserwacji. Po pierwsze, widać, że działa zasada wygrana-pozostań: w miarę przechodzenia od lewej do prawej w dowolnym rzędzie, wyniki indeksu zawsze rosną. Jeśli więc ramię jest kiedykolwiek

właściwe do pociągnięcia i to pociągnięcie jest zwycięskie, wówczas (zgodnie z tabelą po prawej stronie) większy sens może mieć jedynie ponowne pociągnięcie tego samego ramienia. Po drugie, możesz zobaczyć, gdzie utrata zmiany może wpędzić Cię w kłopoty. Mając dziewięć początkowych zwycięstw, po których następuje porażka, otrzymasz indeks na poziomie 0,8695, który wciąż jest wyższy niż większość pozostałych wartości w tabeli – więc prawdopodobnie powinieneś pozostać z tą ręką przynajmniej przez kolejne pociągnięcie.

		Wins									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Losses	0	.7029	.8001	.8452	.8723	.8905	.9039	.9141	.9221	.9287	.9342
	1	.5001	.6346	.7072	.7539	.7869	.8115	.8307	.8461	.8588	.8695
	2	.3796	.5163	.6010	.6579	.6996	.7318	.7573	.7782	.7956	.8103
	3	.3021	.4342	.5184	.5809	.6276	.6642	.6940	.7187	.7396	.7573
	4	.2488	.3720	.4561	.5179	.5676	.6071	.6395	.6666	.6899	.7101
	5	.2103	.3245	.4058	.4677	.5168	.5581	.5923	.6212	.6461	.6677
	6	.1815	.2871	.3647	.4257	.4748	.5156	.5510	.5811	.6071	.6300
	7	.1591	.2569	.3308	.3900	.4387	.4795	.5144	.5454	.5723	.5960
	8	.1413	.2323	.3025	.3595	.4073	.4479	.4828	.5134	.5409	.5652
	9	.1269	.2116	.2784	.3332	.3799	.4200	.4548	.4853	.5125	.5373

Ale być może najciekawszą częścią tabeli jest wpis w lewym górnym rogu. Rekord 0–0 – ramię, które jest całkowitą niewiadomą – ma wartość oczekiwaną 0,5000, ale indeks Gittinsa wynosi 0,7029. Innymi słowy, coś, z czym nie masz żadnego doświadczenia, jest bardziej atrakcyjne niż maszyna, o której wiesz, że zarabia siedem razy na dziesięć! Idąc wzdłuż przekątnej, zwróć uwagę, że rekord 1–1 daje indeks 0,6346, rekord 2–2 daje indeks 0,6010 i tak dalej. Jeśli utrzyma się taki 50-procentowy sukces, indeks ostatecznie zbiegnie się do 0,5000, ponieważ doświadczenie potwierdza, że maszyna rzeczywiście nie jest niczym specjalnym i odbiera „bonus” zachęcający do dalszych poszukiwań. Ale zbieżność zachodzi dość powoli; premia za eksplorację to potężna siła. Rzeczywiście, należy zauważyć, że nawet niepowodzenie przy pierwszym pociągnięciu, skutkujące rekordem 0–1, powoduje, że indeks Gittinsa wciąż przekracza 50%. Możemy również zobaczyć, jak zmienia się kompromis eksploracja/eksploatacja, gdy zmieniamy sposób, w jaki dyskontujemy przyszłość. Poniższa tabela przedstawia dokładnie te same informacje, co poprzednia, ale zakłada, że wypłata następnym razem będzie warta 99% wypłaty teraz, a nie 90%. Ponieważ przyszłość waży prawie tak samo jak terażniejszość, wartość przypadkowego odkrycia w porównaniu z podjęciem decyzji o czymś pewnym wzrasta jeszcze bardziej. Tutaj całkowicie nieprzetestowana maszyna z rekordem 0–0 jest warta gwarantowanej szansy na wypłatę wynoszącej 86,99%!

		Wins									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Losses	0	.8699	.9102	.9285	.9395	.9470	.9525	.9568	.9603	.9631	.9655
	1	.7005	.7844	.8268	.8533	.8719	.8857	.8964	.9051	.9122	.9183
	2	.5671	.6726	.7308	.7696	.7973	.8184	.8350	.8485	.8598	.8693
	3	.4701	.5806	.6490	.6952	.7295	.7561	.7773	.7949	.8097	.8222
	4	.3969	.5093	.5798	.6311	.6697	.6998	.7249	.7456	.7631	.7781
	5	.3415	.4509	.5225	.5756	.6172	.6504	.6776	.7004	.7203	.7373
	6	.2979	.4029	.4747	.5277	.5710	.6061	.6352	.6599	.6811	.6997
	7	.2632	.3633	.4337	.4876	.5300	.5665	.5970	.6230	.6456	.6653
	8	.2350	.3303	.3986	.4520	.4952	.5308	.5625	.5895	.6130	.6337
	9	.2117	.3020	.3679	.4208	.4640	.5002	.5310	.5589	.5831	.6045

Indeks Gittinsa dostarcza zatem formalnego, rygorystycznego uzasadnienia preferowania nieznanego, pod warunkiem, że mamy okazję wykorzystać wyniki tego, czego dowiadujemy się podczas eksploracji. Stare powiedzenie mówi nam, że „trawa jest zawsze bardziej zielona po drugiej stronie płotu”, ale matematyka mówi nam dlaczego: nieznanne ma szansę być lepsze, nawet jeśli tak naprawdę nie spodziewamy się, że będzie inaczej lub jeśli jest równie prawdopodobne, że będzie gorzej. Niesprawdzony debiutant jest wart więcej (przynajmniej na początku sezonu) niż weteran o pozornie równych umiejętnościach właśnie dlatego, że wiemy o nim mniej. Eksploracja sama w sobie ma wartość, ponieważ próbowanie nowych rzeczy zwiększa nasze szanse na znalezienie tego, co najlepsze. Zatem uwzględnienie przyszłości, zamiast skupiać się wyłącznie na teraźniejszości, prowadzi nas w stronę nowości. Indeks Gittinsa zapewnia zatem zdumiewająco proste rozwiązanie problemu wielorękiego bandyty. Ale niekoniecznie zamyka to książkę o zagadce lub pomaga nam poruszać się po wszystkich kompromisach związanych z odkrywaniem/wykorzystywaniem codziennego życia. Po pierwsze, indeks Gittinsa jest optymalny tylko przy pewnych mocnych założeniach. Opiera się na geometrycznym dyskontowaniu przyszłej nagrody, wyceniając każde pociągnięcie jako stałą część poprzedniego, czego różne eksperymenty z ekonomii behawioralnej i psychologii sugerują, że ludzie nie robią. A jeśli przeglądanie różnych opcji wiąże się z kosztami, strategia Gittinsa również nie jest już optymalna. (Trawa po drugiej stronie płotu może wydawać się nieco bardziej zielona, ale to niekoniecznie uzasadnia wspinanie się na płot, nie mówiąc już o zaciągnięciu drugiego kredytu hipotecznego.) Co być może, co ważniejsze, trudno obliczyć wskaźnik Gittinsa na latać. Jeśli nosisz przy sobie tabelę wartości indeksów, możesz zoptymalizować swoje wybory żywieniowe, ale związane z tym czas i wysiłek mogą nie być tego warte. („Poczekaj, potrafię rozstrzygnąć ten argument. Tamta restauracja była dobra w 29 przypadkach na 35, ale ta druga była dobra w 13 na 16 razy, więc wskaźniki Gittinsa wynoszą... Hej, dokąd wszyscy poszli?”). Od czasu opracowania indeksu Gittinsa takie obawy skłoniły informatyków i statystyków do poszukiwania prostszych i bardziej elastycznych strategii postępowania z wielorękiemi bandytami. Strategie te są łatwiejsze do zastosowania przez ludzi (i maszyny) w różnych sytuacjach niż analizowanie optymalnego indeksu Gittinsa, a jednocześnie zapewniają porównywalnie dobrą wydajność. Angażują się także w jedną z naszych największych ludzkich obaw dotyczących decyzji, które szanse wykorzystają.

Żal i optymizm

Żałuję, wypięm kilka. Ale z drugiej strony, zbyt mało, by o nich wspomnieć. —FRANK SINATRA

Dla siebie jestem optymistą. Nie wydaje się być zbyt przydatne bycie czymkolwiek innym. —WINSTON CHURCHILL

Jeśli indeks Gittinsa jest zbyt skomplikowany lub jeśli nie znajdujesz się w sytuacji dobrze charakteryzującej się dyskontowaniem geometrycznym, masz inną opcję: skup się na żalu. Kiedy wybieramy, co jeść, z kim spędzać czas lub w jakim mieście mieszkać, żal staje się ogromny – mając zestaw dobrych opcji, łatwo jest zadręczać się konsekwencjami dokonania złego wyboru. Te żale często dotyczą rzeczy, których nie udało nam się zrobić, opcji, których nigdy nie próbowaliśmy. Jak pamiętne słowa teoretyka zarządzania Chestera Barnarda: „Próba i porażka oznacza przynajmniej naukę; zaniechanie próby oznacza poniesienie nieocenionej straty w tym, co mogłoby się wydarzyć. Żal może być również bardzo motywujący. Zanim Jeff Bezos zdecydował się założyć Amazon.com, miał bezpieczne i dobrze płatne stanowisko w firmie inwestycyjnej D.E. Shaw & Co. w Nowym Jorku. Założenie księgarni internetowej w Seattle zapowiadało się dużym krokiem naprzód – coś, co jego szef (czyli D. E. Shaw) poradził mu, aby dokładnie się nad tym zastanowił. Mówi Bezos:

Ramy, które znalazłem, dzięki którym decyzja była niezwykle łatwa, nazwałem – co nazwałby tylko kujon – „ramami minimalizacji żalu”. Chciałem więc przenieść się w przyszłość, do 80. roku życia i powiedzieć: „OK, teraz patrzę wstecz na swoje życie. Chcę zminimalizować liczbę wyrzutów sumienia, których żałuję”. Wiedziałem, że mając 80 lat, nie będę żałować, że spróbowałem. Nie zamierzałem żałować, że spróbowałem wziąć udział w tym czymś zwanym Internetem, co wydawało mi się naprawdę wielką sprawą. Wiedziałem, że jeśli mi się nie uda, nie będę tego żałować, ale wiedziałem, że jedyną rzeczą, której mogę żałować, jest to, że nigdy nie spróbowałem. Wiedziałem, że to będzie mnie prześladować każdego dnia, więc kiedy pomyślałem o tym w ten sposób, była to niezwykle łatwa decyzja.

Informatyka nie może zaoferować życia bez żalu. Ale potencjalnie może zaoferować ci dokładnie to, czego szukał Bezos: życie bez żalu. Żal jest wynikiem porównania tego, co faktycznie zrobiliśmy z tym, co z perspektywy czasu byłoby najlepsze. W przypadku wielorękiego bandyty „nieocenioną stratę” Barnarda można w rzeczywistości dokładnie zmierzyć i z żalem przypisać liczbę: jest to różnica między całkowitą wypłatą uzyskaną dzięki zastosowaniu określonej strategii a całkowitą wypłatą, którą teoretycznie można było uzyskać po prostu pociągając za najlepszą rękę za każdym razem (gdybyśmy od początku wiedzieli, która to będzie). Możemy obliczyć tę liczbę dla różnych strategii i poszukać takich, które ją minimalizują. W 1985 roku Herbert Robbins po raz drugi zajął się problemem wielorękiego bandyty, jakieś trzydzieści lat po swojej pierwszej pracy nad Win-Stay, Lose-Shift. On i inny matematyk z Kolumbii, Tze Leung Lai, byli w stanie udowodnić kilka kluczowych kwestii dotyczących żalu. Po pierwsze, zakładając, że nie jesteś wszechwiedzący, Twoja całkowita suma żalu prawdopodobnie nigdy nie przestanie rosnąć, nawet jeśli wybierzesz najlepszą możliwą strategię – ponieważ nawet najlepsza strategia nie za każdym razem jest idealna. Po drugie, żal będzie rósł wolniej, jeśli wybierzesz najlepszą strategię, niż jeśli wybierzesz inną; co więcej, przy dobrej strategii tempo wzrostu żalu będzie z czasem spadać, w miarę jak dowiesz się więcej o problemie i będziesz w stanie dokonywać lepszych wyborów. Po trzecie, i co najważniejsze, minimalny możliwy żal – ponownie zakładając nie-wszechwiedzę – to żal, który rośnie w tempie logarytmicznym przy każdym pociągnięciu za klamkę. Logarytmicznie rosnący żal oznacza, że w pierwszych dziesięciu wyciągach popełnimy tyle samo błędów, co w kolejnych dziewięćdziesięciu i tyle samo w pierwszym roku, co w pozostałej części dekady razem wziętych. (Z kolei błędów pierwszej dekady jest tyle, ile popełnimy przez resztę stulecia). To pewna miara pocieszenia. Ogólnie rzecz biorąc, nie możemy realistycznie oczekiwać, że pewnego dnia nigdy więcej nie będziemy żałować. Jeśli jednak zastosujemy algorytm minimalizujący żal, każdego roku możemy spodziewać się mniej nowych żalów niż rok wcześniej. Począwszy od Lai i Robbinsa, badacze w ostatnich dziesięcioleciach zaczęli szukać algorytmów zapewniających gwarancję minimalnego żalu. Spośród odkrytych przez nich najbardziej popularnych algorytmów znane są jako algorytmy z górnym ograniczeniem ufności. Wizualne przedstawienie statystyk często zawiera tak zwane słupki błędów, które rozciągają się powyżej i poniżej dowolnego punktu danych, wskazując

niepewność pomiaru; słupki błędów pokazują zakres wiarygodnych wartości, jakie w rzeczywistości może mieć mierzona wielkość. Zakres ten nazywany jest „przedziałem ufności” i w miarę zdobywania większej ilości danych na jakiś temat przedział ufności będzie się zmniejszał, odzwierciedlając coraz dokładniejszą ocenę. (Na przykład automat, który wypłacił wypłatę raz na dwa wyciągi, będzie miał szerszy przedział ufności, choć tę samą wartość oczekiwaną, co automat, który wypłacił pięć razy przy dziesięciu losowaniach). W przypadku problemu wielorękiego bandyty, algorytm górnej granicy ufności mówi po prostu, aby wybrać opcję, dla której górna część przedziału ufności jest najwyższa. Dlatego też, podobnie jak indeks Gittinsa, algorytmy Upper Confidence Bound przypisują pojedynczą liczbę każdemu ramieniu wielorękiego bandyty. Liczba ta została ustalona na najwyższą wartość, jaką ramię mogłoby rozsądnie posiadać na podstawie dotychczas dostępnych informacji. Zatem algorytm związany z górnym poziomem ufności nie dba o to, które ramię radziło sobie najlepiej do tej pory; zamiast tego wybiera ramię, które w przyszłości może w rozsądny sposób działać najlepiej. Jeśli nigdy wcześniej nie byłeś na przykład w restauracji, to z tego, co wiesz, może być wspaniale. Nawet jeśli byłeś tam raz lub dwa razy i spróbowałeś kilku dań, możesz nie mieć wystarczających informacji, aby wykluczyć możliwość, że okaże się to lepsze niż Twoje ulubione danie. Podobnie jak indeks Gittinsa, górna granica ufności jest zawsze większa od wartości oczekiwanej, ale w miarę zdobywania doświadczenia z konkretną opcją jest coraz mniejsza. (Restauracja z jedną przeciętną recenzją wciąż ma potencjał do świetności, jakiego nie ma w restauracji z setkami takich recenzji.) Zalecenia podawane przez algorytmy Upper Confidence Bound będą podobne do tych, które zapewnia indeks Gittinsa, ale są znacznie łatwiejsze obliczyć i nie wymagają założenia dyskонтowania geometrycznego. Algorytmy z górnym ograniczeniem ufności wdrażają zasadę nazwaną „optymizmem w obliczu niepewności”. Optymizm, jak pokazują, może być całkowicie racjonalny. Koncentrując się na najlepszej możliwej opcji, biorąc pod uwagę dotychczas uzyskane dowody, algorytmy te zwiększają możliwości, o których wiemy mniej. W rezultacie w naturalny sposób wnoszą dawkę eksploracji do procesu decyzyjnego, z entuzjazmem skacząc po nowych opcjach, ponieważ każda z nich może być kolejną wielką rzeczą. Tę samą zasadę zastosował na przykład Leslie Kaelbling z MIT, który buduje „optymistyczne roboty”, które eksplorują otaczającą ich przestrzeń, zwiększając wartość niezbadanego terenu. Wyraźnie ma to także konsekwencje dla życia ludzkiego. Sukces algorytmów o wyższym poziomie ufności oferuje formalne uzasadnienie na korzyść wątpliwości. Kierując się radami tych algorytmów, powinieneś być podekscytowany możliwością poznania nowych ludzi i wypróbowania nowych rzeczy – aby wyciągnąć z nich to, co najlepsze, jeśli nie ma dowodów przeciwnych. Na dłuższą metę optymizm jest najlepszą metodą zapobiegania żalowi.

Bandyci w Internecie

W 2007 roku menedżer produktu Google, Dan Siroker, wziął urlop, aby dołączyć do kampanii prezydenckiej ówczesnego senatora Baracka Obamy w Chicago. Kierując zespołem „New Media Analytics”, Siroker wykorzystał jedną z praktyk internetowych Google do wykorzystania jaskrawoczerwonego przycisku DONATE w kampanii. Wynik był wręcz zdumiewający: bezpośrednio dzięki jego pracy zebrano dodatkowe 57 milionów dolarów z datków.

Co on dokładnie zrobił z tym przyciskiem?

Przetestował to A/B.

Testowanie A/B przebiega w następujący sposób: firma tworzy kilka różnych wersji danej strony internetowej. Być może próbują różnych kolorów lub obrazów, różnych nagłówek artykułów prasowych lub różnych rozmieszczeń elementów na ekranie. Następnie losowo przydzielają przychodzących użytkowników do tych różnych stron, zwykle w równej liczbie. Jeden użytkownik może zobaczyć czerwony przycisk, podczas gdy inny użytkownik może zobaczyć niebieski; jeden może

zobaczyć DONATE, a drugi może zobaczyć WSPÓŁCZUJ. Następnie monitorowane są odpowiednie wskaźniki (np. współczynnik klikalności lub średni przychód na odwiedzającego). Jeśli po pewnym czasie zostaną zaobserwowane statystycznie istotne efekty, „zwycięska” wersja zazwyczaj zostaje zablokowana lub staje się kontrolą w kolejnej rundzie eksperymentów. W przypadku strony poświęconej darowiznom Obamy testy A/B przeprowadzone przez Sirokera wykazały wiele. W przypadku osób, które odwiedziły witrynę kampanii po raz pierwszy, najskuteczniejszym okazał się przycisk „Przeznacz darowiznę i otrzymaj prezent”, nawet po uwzględnieniu kosztów wysłania prezentu. W przypadku długoletnich subskrybentów biuletynu, którzy nigdy nie przekazali pieniędzy, najskuteczniejsza była metoda PROSZĘ DONATE, być może odwołując się do ich poczucia winy. W przypadku gości, którzy przekazali już datki w przeszłości, CONTRIBUTE najlepiej sprawdził się w zapewnianiu kolejnych datków – być może logika była taka, że dana osoba już „przekazała”, ale zawsze mogła „przekazać” więcej. We wszystkich przypadkach, ku zdumieniu zespołu prowadzącego kampanię, proste czarno-białe zdjęcie rodziny Obamów uzyskało lepsze wyniki niż jakiegokolwiek inne zdjęcie lub film, jaki zespół mógł wymyślić. Efekt netto wszystkich tych niezależnych optymalizacji był gigantyczny. Jeśli przez ostatnią dekadę w ogóle korzystałeś z Internetu, oznacza to, że byłeś częścią czyjegoś problemu eksploracji/eksploatacji. Firmy chcą odkryć rzeczy, które przynoszą im najwięcej pieniędzy, jednocześnie zarabiając jak najwięcej – eksplorując, eksploatując. Duże firmy technologiczne, takie jak Amazon i Google, zaczęły przeprowadzać na swoich użytkownikach testy A/B na żywo około 2000 roku, a przez kolejne lata Internet stał się największym kontrolowanym eksperymentem na świecie. Co badają i wykorzystują te firmy? Jednym słowem ty: cokolwiek to jest, co sprawia, że poruszasz myszką i otwierasz portfel. Firmy A/B testują nawigację w witrynie, tematy i czas wysyłania marketingowych e-maili, a czasem nawet ich rzeczywiste funkcje i ceny. Zamiast „algorytmu” wyszukiwarki Google i „przepływu transakcji” w Amazonie istnieją teraz niezliczone i niewyobrażalnie subtelne permutacje. (W 2009 roku Google niechlubnie przetestował czterdzieści jeden odcieni błękitu dla jednego ze swoich pasek narzędzi). W niektórych przypadkach jest mało prawdopodobne, że jakakolwiek para użytkowników będzie miała dokładnie takie same doświadczenia. Analityk danych Jeff Hammerbacher, były menedżer grupy Data w Facebooku, powiedział kiedyś Bloomberg Businessweek, że „najlepsze umysły mojego pokolenia zastanawiają się, jak nakłonić ludzi do klikania reklam”. Rozważmy to „Wycie” mileniów – czym nieśmiertelne „Widziałem, jak najlepsze umysły mojego pokolenia zniszczone przez szaleństwo” Allena Ginsberga było dla pokolenia beatników. Hammerbacher ocenił tę sytuację jako „do bani”. Ale niezależnie od tego, co o tym myśleć, sieć umożliwia eksperymentalną naukę o kliknięciu, o jakiej marketerom w przeszłości nawet nie śniło. Oczywiście wiemy, co przydarzyło się Obamie podczas wyborów w 2008 roku. Ale co stało się z jego dyrektorem ds. analityki, Danem Sirokerem? Po inauguracji Siroker wrócił na zachód, do Kalifornii, i wraz z innym Googlerem Petem Koomenem założył firmę Optimizely zajmującą się optymalizacją witryn internetowych. Do cyklu wyborów prezydenckich w 2012 roku ich firma zaliczała się do swoich klientów zarówno kampanii reelekcyjnej Obamy, jak i kampanii republikańskiego pretendenta Mitta Romneya. W ciągu mniej więcej dziesięciu lat od pierwszego wstępnego użycia testy A/B nie były już tajną bronią. Stało się tak głęboko zakorzenioną częścią sposobu prowadzenia biznesu i polityki w Internecie, że można je uznać za coś oczywistego. Gdy następnym razem otworzysz przeglądarkę, możesz mieć pewność, że kolory, obrazy, tekst, a może nawet ceny, które widzisz – a już na pewno reklamy – pochodzą z algorytmu eksploracji/eksploatowania, dostosowującego się do Twoich kliknięć. W tym konkretnym problemie z wielorękim bandytą nie jesteś hazardystą; jesteś jackpotem. Sam proces testów A/B z biegiem czasu był coraz bardziej udoskonalany. Najbardziej kanoniczna konfiguracja A/B – równy podział ruchu pomiędzy dwie opcje, uruchamianie testu przez określony czas, a następnie przekazanie całego ruchu zwycięzcy – niekoniecznie jest najlepszym algorytmem rozwiązania problemu, ponieważ oznacza, że połowa użytkowników utknie przy wyborze gorszej opcji, dopóki test będzie kontynuowany. A nagrody

za znalezienie lepszego podejścia są potencjalnie bardzo wysokie. Ponad 90% rocznych przychodów Google wynoszących około 50 miliardów dolarów pochodzi obecnie z płatnych reklam, a handel internetowy to setki miliardów dolarów rocznie. Oznacza to, że eksploracja/wykorzystywanie algorytmów skutecznie napędza, zarówno pod względem ekonomicznym, jak i technologicznym, znaczną część samego Internetu. Najlepsze algorytmy pozostają przedmiotem gorącego sporu, a rywalizujący ze sobą statystycy, inżynierowie i blogerzy nieustannie dyskutują o optymalnym sposobie zrównoważenia eksploracji i eksploatacji w każdym możliwym scenariuszu biznesowym. Dyskusja na temat dokładnych rozróżnień pomiędzy różnymi podejściami do problemu eksploracji/eksploatacji może wydawać się beznadziejnie tajemnicza. W rzeczywistości te rozróżnienia okazują się mieć ogromne znaczenie – i nie chodzi tylko o wybory prezydenckie i gospodarkę internetową. To także życie ludzkie.

Badania kliniczne w fazie prób

W latach 1932–1972 kilkuset Afroamerykanów chorych na kiłę w hrabstwie Macon w stanie Alabama celowo nie było leczonych przez lekarzy w ramach czterdziestoletniego eksperymentu amerykańskiej publicznej służby zdrowia, znanego jako badanie Tuskegee na kiłę. W 1966 roku pracownik Publicznej Służby Zdrowia Peter Buxtun złożył protest. Złożył drugi protest w 1968 r. Jednak dopiero, gdy przekazał tę historię prasie – ukazała się ona w „Washington Star” 25 lipca 1972 r., a następnego dnia znalazła się na pierwszej stronie „New York Timesa” – że rząd USA ostatecznie wstrzymał badanie. Po publicznym oburzeniu i przesłuchaniu w Kongresie podjęto inicjatywę sformalizowania zasad i standardów etyki lekarskiej. Wynikiem komisji zorganizowanej w duszpasterskim Centrum Konferencyjnym Belmont w Maryland w 1979 roku powstał dokument znany jako Raport Belmonta. Raport Belmonta kładzie podwaliny pod etyczną praktykę eksperymentów medycznych, tak aby eksperyment Tuskegee – rażące, jednoznacznie niewłaściwe naruszenie obowiązków pracowników służby zdrowia wobec pacjentów – nigdy się nie powtórzył. Zauważa jednak również, że w wielu innych przypadkach trudno jest dokładnie określić, gdzie należy poprowadzić linię. „Maksyma Hipokratesa «nie szkodzić» od dawna jest podstawową zasadą etyki lekarskiej” – zauważono w raporcie. „[Fizjolog] Claude Bernard rozszerzył to na obszar badań, twierdząc, że nie należy krzywdzić jednej osoby, niezależnie od korzyści, jakie mogą odnieść inni. Jednak nawet unikanie krzywdy wymaga poznania tego, co jest szkodliwe; oraz w procesie uzyskiwania tych informacji osoby mogą być narażone na ryzyko krzywdy.” W ten sposób Raport Belmonta potwierdza, ale nie rozwiązuje, napięcie istniejące pomiędzy działaniem w oparciu o najlepszą wiedzę a gromadzeniem jej więcej. Wyjaśnia także, że gromadzenie wiedzy może być tak cenne, że niektóre aspekty normalnej etyki lekarskiej mogą zostać zawieszane. Jak zauważono w raporcie, badania kliniczne nowych leków i metod leczenia często wymagają narażenia niektórych pacjentów na ryzyko, nawet jeśli zostaną podjęte kroki mające na celu zminimalizowanie tego ryzyka.

Zasada dobroczynności nie zawsze jest tak jednoznaczna. Pozostaje trudny problem etyczny, na przykład w przypadku badań [nad chorobami dziecięcymi], które stwarzają więcej niż minimalne ryzyko bez bezpośredniej perspektywy bezpośrednich korzyści dla zaangażowanych dzieci. Niektórzy twierdzili, że takie badania są niedopuszczalne, inni natomiast zwracali uwagę, że takie ograniczenie wykluczyłoby wiele badań obiecujących w przyszłości ogromne korzyści dla dzieci. I tutaj, jak we wszystkich trudnych przypadkach, różne roszczenia objęte zasadą dobroczynności mogą wejść w konflikt i wymusić trudne wybory.

Jedno z podstawowych pytań, które pojawiło się w ciągu dziesięcioleci od Raportu Belmonta, dotyczy tego, czy standardowe podejście do prowadzenia badań klinicznych rzeczywiście minimalizuje ryzyko dla pacjentów. W konwencjonalnym badaniu klinicznym pacjentów dzieli się na grupy, a każdej grupie przydziela się inne leczenie na czas trwania badania. (Tylko w wyjątkowych przypadkach badanie

zostaje przerwane wcześniej). Procedura ta koncentruje się na ostatecznym rozstrzygnięciu kwestii, które leczenie jest lepsze, a nie na zapewnieniu najlepszego leczenia każdemu pacjentowi w samym badaniu. W ten sposób działa to dokładnie tak, jak test A/B witryny internetowej, przy czym pewna część osób podczas eksperymentu otrzymuje doświadczenie, które ostatecznie okaże się gorsze. Jednak lekarze, podobnie jak firmy technologiczne, zdobywają w trakcie badania informacje na temat tego, która opcja jest lepsza – informacje, które można wykorzystać do poprawy wyników nie tylko przyszłych pacjentów po zakończeniu badania, ale także pacjentów obecnie w nim uczestniczących. W eksperymentach mających na celu znalezienie optymalnej konfiguracji strony internetowej w grę wchodzi miliony dolarów, ale w badaniach klinicznych eksperymentowanie w celu znalezienia optymalnych metod leczenia ma bezpośrednie konsekwencje dla życia lub śmierci. A rosnąca społeczność lekarzy i statystyków uważa, że robimy to źle: że powinniśmy traktować dobór terapii jako problem wielorękiego bandyty i próbować zapewnić ludziom lepsze metody leczenia nawet w trakcie eksperymentu . W 1969 roku Marvin Zelen, biostatystyk pracujący obecnie na Harvardzie, zaproponował przeprowadzenie badań „adaptacyjnych”. Jednym z zaproponowanych przez niego pomysłów był losowy algorytm „play the zwycięzca” – wersja Win-Stay, Lose-Shift, w której szansa na zastosowanie danego leczenia zwiększa się po każdej wygranej i maleje po każdej porażce. W procedurze Zelena zaczynasz od kapelusza zawierającego jedną kulkę dla każdej z dwóch badanych opcji leczenia. Wybór sposobu leczenia pierwszego pacjenta następuje poprzez wylosowanie kulki z kapelusza (kulka następnie odkłada się z powrotem). Jeśli wybrany zabieg zakończy się sukcesem, wkładasz do kapelusza kolejną kulkę na ten zabieg – teraz masz trzy kulki, z czego dwie są przeznaczone na pomyślne leczenie. Jeśli się nie powiedzie, włożysz do kapelusza kolejną kulkę do innego leczenia, co zwiększa prawdopodobieństwo, że wybierzesz alternatywę. Algorytm Zelena został po raz pierwszy zastosowany w badaniu klinicznym szesnastu lat później do badania pozaustrojowego utlenowania błony, czyli „ECMO” – odważnego podejścia do leczenia niewydolności oddechowej u niemowląt. Opracowany w latach 70. XX wieku przez Roberta Bartletta z Uniwersytetu Michigan, ECMO pobiera krew kierującą się do płuc i zamiast tego odprowadza ją z organizmu, gdzie jest natleniana przez maszynę i zwracana do serca. Jest to drastyczny środek, niosący ze sobą ryzyko (w tym możliwość wystąpienia zatoru), ale oferujący możliwe podejście w sytuacjach, w których nie było innego wyjścia. W 1975 roku ECMO uratowało życie nowonarodzonej dziewczynki w hrabstwie Orange w Kalifornii, której nawet respirator nie zapewniał wystarczającej ilości tlenu. Ta dziewczyna obchodzi obecnie swoje czterdzieste urodziny i jest zamężna i ma własne dzieci. Jednak na początku technologii i procedurę ECMO uważano za wysoce eksperymentalną, a wczesne badania na dorosłych nie wykazały żadnych korzyści w porównaniu z konwencjonalnymi metodami leczenia. W latach 1982–1984 Bartlett i jego współpracownicy z Uniwersytetu Michigan prowadzili badania na noworodkach z niewydolnością oddechową. Zespół jasno stwierdził, że chce zająć się, jak to ujął, „kwestią etyczną związaną z odmową niepotwierzonego, ale potencjalnie ratującego życie leczenia” i „niechętnie odmawiał leczenia ratującego życie innym pacjentom po prostu w celu spełnienia konwencjonalnej techniki losowego przydziału”. Dlatego zwrócili się ku algorytmowi Zelena. W wyniku tej strategii jedno niemowlę zostało poddane „konwencjonalnemu” leczeniu i zmarło, a jedenastu niemowląt z rzędu otrzymało eksperymentalne leczenie ECMO i wszystkie przeżyły. W okresie od kwietnia do listopada 1984 r., po zakończeniu oficjalnego badania, dziesięć dodatkowych niemowląt spełniało kryteria leczenia ECMO. Osiem osób leczono ECMO i wszystkie przeżyły. Dwóch leczono konwencjonalnie i obaj zmarli. Są to liczby przyciągające wzrok, jednak wkrótce po zakończeniu badania ECMO przeprowadzonego na Uniwersytecie Michigan, stało się ono pogrążone w kontrowersjach. Przy tak małej liczbie pacjentów objętych badaniem konwencjonalne leczenie znacznie odbiegało od standardowej metodologii, a sama procedura była wysoce inwazyjna i potencjalnie ryzykowna. Po opublikowaniu artykułu Jim Ware, profesor biostatystyki w Harvard School of Public Health, wraz ze współpracownikami medycznymi dokładnie przeanalizował dane i doszedł do wniosku, że „nie uzasadniają one rutynowego stosowania

ECMO bez dalszych badań”. Dlatego Ware i jego współpracownicy zaprojektowali drugie badanie kliniczne, nadal próbując zrównoważyć zdobywanie wiedzy ze skutecznym leczeniem pacjentów, ale stosując mniej radykalny projekt. Losowo przydzielali pacjentów do leczenia ECMO lub leczenia konwencjonalnego, aż do zaobserwowania określonej liczby zgonów w jednej z grup. Następnie przedstawiliby wszystkich pacjentów biorących udział w badaniu na skuteczniejsze leczenie z obu terapii. W pierwszej fazie badania Ware’a cztery z dziesięciu niemowląt otrzymujących leczenie konwencjonalne zmarło, a wszystkie dziewięć z dziesięciu niemowląt otrzymujących ECMO przeżyło. Cztery zgony wystarczyły, aby wywołać przejście do drugiej fazy, w której wszystkich dwudziestu pacjentów leczono ECMO, a dziewiętnastu przeżyło. Ware i współpracownicy byli o tym przekonani, dochodząc do wniosku, że „trudno jest etycznie bronić dalszej randomizacji”. Niektórzy jednak doszli do tego już przed badaniem Ware’a i głośno o tym mówili. Wśród krytyków znalazł się Don Berry, jeden z czołowych światowych ekspertów od wielorękich bandytów. W komentarzu opublikowanym obok badania Ware w *Statistical Science* Berry napisała, że „randomizacja pacjentów do terapii innej niż ECMO, jak w badaniu Ware, była nieetyczna.... Moim zdaniem badanie Ware nie powinno być przeprowadzane”. A jednak nawet badanie Ware’a nie było rozstrzygające dla wszystkich członków społeczności medycznej. W latach 90. XX wieku przeprowadzono kolejne badanie dotyczące ECMO, w którym wzięło udział prawie dwieście niemowląt w Wielkiej Brytanii. Zamiast stosować algorytmy adaptacyjne, w badaniu zastosowano tradycyjne metody, dzieląc niemowlęta losowo na dwie równe grupy. Naukowcy uzasadnili eksperyment stwierdzeniem, że przydatność ECMO „jest kontrowersyjna ze względu na różną interpretację dostępnych dowodów”. Jak się okazało, w Wielkiej Brytanii różnica pomiędzy sposobami leczenia nie była tak wyraźna, jak w dwóch amerykańskich badaniach, niemniej jednak wyniki ogłoszono „zgodnie z wcześniejszymi wstępnymi ustaleniami, że polityka wsparcia ECMO zmniejsza ryzyko zgonów”. Koszt tej wiedzy? W grupie „konwencjonalnej” zmarło o 24 dzieci więcej niż w grupie leczonej ECMO. Powszechne trudności z akceptacją wyników adaptacyjnych badań klinicznych mogą wydawać się niezrozumiałe. Weźmy jednak pod uwagę to, co pojawienie się statystyki zrobiło z medycyną na początku XX wieku i polegało na przekształceniu jej z dziedziny, w której lekarze musieli doraźnie przekonywać się nawzajem o każdym nowym leczeniu, w dziedzinę, w której mieli jasne wytyczne dotyczące tego, jakie rodzaje dowodów były, a jakie nie, przekonujące. Zmiany w przyjętej standardowej praktyce statystycznej mogą potencjalnie zaburzyć tę równowagę, przynajmniej tymczasowo. Po kontrowersjach wokół ECMO Don Berry przeniósł się z wydziału statystyki Uniwersytetu Minnesota do MD Anderson Cancer Center w Houston, gdzie wykorzystywał metody opracowane na podstawie badań wielorękich bandytów do projektowania badań klinicznych różnych metod leczenia raka. Chociaż pozostaje jednym z najgłośniejszych krytyków randomizowanych badań klinicznych, w żadnym wypadku nie jest jedyny. W ostatnich latach idee, o które walczył, wreszcie zaczynają przenikać do głównego nurtu. W lutym 2010 r. FDA opublikowała dokument „wytyczny” „Adaptive Design Clinical Trials for Drugs and Biologics”, który sugeruje – pomimo długiej historii trzymania się opcji, której ufają – że mogą w końcu zechcieć zbadać alternatywy.

Niespokojny Świat

Gdy już się z nimi zapoznasz, niemal wszędzie, gdzie się zwrócimy, łatwo będzie dostrzec wielorękich bandytów. Rzadko zdarza się, że podejmujemy ośmieloną decyzję, której wynik nie dostarcza nam żadnych informacji, które wykorzystamy do podjęcia innych decyzji w przyszłości. Naturalne jest więc pytanie, podobnie jak w przypadku optymalnego zatrzymywania, jak dobrze ludzie na ogół rozwiązują te problemy – pytanie to zostało szeroko zbadane w laboratorium przez psychologów i ekonomistów behawioralnych. Ogólnie rzecz biorąc, wydaje się, że ludzie mają tendencję do nadmiernego odkrywania i nieproporcjonalnego faworyzowania nowego w stosunku do najlepszego. W prostej demonstracji tego zjawiska, opublikowanej w 1966 roku, Amos Tversky i Ward Edwards przeprowadzili eksperymenty, podczas których pokazano ludziom pudełko z dwoma światłami i powiedziano im, że

każde światło włącza się przez określony (ale nieznan) procent czasu. Biorąc pod uwagę 1000 okazji, aby albo zaobserwować, które światło się zapaliło, albo postawić zakład na wynik, nie obserwując go. (W przeciwieństwie do bardziej tradycyjnego rozwiązania problemu bandytów, w tym przypadku nie można było wykonać „wyciągnięcia”, które byłoby jednocześnie zakładem i obserwacją; uczestnicy nie dowiedzieliby się, czy ich zakłady się opłaciły do końca.) To czysta eksploracja kontra wyzysk, przeciwstawiając zdobywanie informacji wprost ich wykorzystaniu. W większości przypadków ludzie przyjmowali rozsądną strategię obserwacji przez jakiś czas, a następnie obstawiali wynik, który wydawał się najlepszy, ale konsekwentnie spędzali o wiele więcej czasu na obserwacjach, niż powinni. Ile jeszcze czasu? W jednym eksperymencie jedno światło włączało się w 60% przypadków, a drugie w 40% przypadków, a różnica nie jest ani szczególnie rażąca, ani szczególnie subtelna. W tym przypadku ludzie wybierali obserwację średnio 505 razy, a w drugim obstawiali 495 razy. Jednak matematyka mówi, że powinni byli zacząć obstawiać już po 38 obserwacjach, pozostawiając 962 szanse na wygraną. Inne badania dały podobne wnioski. W latach 90. Robert Meyer i Yong Shi, badacze z Wharton, przeprowadzili badanie, w którym ludzie mieli do wyboru dwie opcje, jedną ze znaną szansą na wypłatę i drugą nieznaną – w szczególności dwie linie lotnicze, uznany przewoźnik ze znaną punktualnością stawkę i nową firmę bez jeszcze historii. Biorąc pod uwagę cel, jakim jest maksymalizacja liczby punktualnych przylotów w pewnym okresie, matematycznie optymalną strategią jest początkowo latanie tylko nową linią lotniczą, o ile ta już istniejąca nie jest wyraźnie lepsza. Jeśli w którymkolwiek momencie okaże się, że znany przewoźnik jest lepszy – to znaczy, jeśli wskaźnik Gittinsa nowej opcji spadnie poniżej stawki punktualności znanego przewoźnika – wówczas należy zdecydowanie przejść na znanego przewoźnika i nigdy nie szukać z powrotem. (Ponieważ w tej konfiguracji nie można uzyskać więcej informacji na temat nowej linii lotniczej po zaprzestaniu lotów, nie ma możliwości, aby się zrehabilitowała.) Jednak w eksperymencie ludzie mieli tendencję do zbyt rzadkiego korzystania z niewypróbowanej linii lotniczej, gdy ta było dobrze i za dużo, gdy było źle. Nie robili też czystych odlotów, często kontynuując loty na zmianę, zwłaszcza gdy żadna z linii lotniczych nie odlatowała punktualnie. Wszystko to jest zgodne ze skłonnością do nadmiernej eksploracji. Wreszcie psychologowie Mark Steyvers, Michał Lee i E.-J. Twórcy wag przeprowadzili eksperyment z czterorękim bandytą, prosząc grupę ludzi o wybranie ręki, którą chcą grać, w ciągu piętnastu okazji. Następnie sklasyfikowali strategie, które wydawali się stosować uczestnicy. Wyniki sugerują, że 30% graczy było najbliższej optymalnej strategii, 47% najbardziej przypominało strategię Win-Stay, Lose-Shift, a 22% wydawało się losowo przełączać pomiędzy wyborem nowej ręki a grą najlepszą znaną do tej pory ręką. Ponownie, jest to zgodne z nadmierną eksploracją, ponieważ wygrana-zostań, przegrana-przesunięcie i okazjonalne próbowanie losowego ramienia spowodują, że ludzie będą próbować rzeczy innych niż najlepsza opcja w późnej fazie gry, kiedy powinni wyłącznie wykorzystywać . Tak więc, chociaż mamy tendencję do zbyt wczesnego angażowania się w nową sekretarkę, wydaje się, że mamy tendencję do zbyt późnego kończenia próbowania nowych linii lotniczych. Ale tak jak brak sekretarki ma swoją cenę, tak też zbyt szybkie związanie się z konkretną linią lotniczą wiąże się z kosztami: świat może się zmienić. Standardowy problem wielorękiego bandyty zakłada, że prawdopodobieństwo, że broń się opłaci, jest stałe w czasie. Nie musi to jednak koniecznie dotyczyć linii lotniczych, restauracji czy innych sytuacji, w których ludzie muszą dokonywać powtarzających się wyborów. Jeśli prawdopodobieństwo wygranej w różnych ramionach zmienia się w czasie – co nazywa się „niespokojnym bandytą” – problem staje się znacznie trudniejszy. (W rzeczywistości jest o tyle trudniejszy, że nie ma wykonalnego algorytmu, który mógłby go całkowicie rozwiązać, i uważa się, że nigdy nie będzie). Częścią tej trudności jest to, że nie jest to już tylko kwestia badania przez jakiś czas, a następnie wykorzystania: kiedy świat może się zmienić, dalsze odkrywanie może być właściwym wyborem. Może warto wrócić do tej rozczarowującej restauracji, w której nie byłeś od kilku lat, na wypadek, gdyby była pod nowym kierownictwem. W swoim słynnym eseju „Walking” Henry David Thoreau zastanawiał się, jak wolał podróżować blisko domu, jak nigdy nie męczyło go otoczenie i

zawsze znajdował coś nowego lub zaskakującego w krajobrazie Massachusetts. „W rzeczywistości istnieje pewien rodzaj harmonii, którą można odkryć pomiędzy możliwościami krajobrazu w promieniu dziesięciu mil, czyli w granicach popołudniowego spaceru, a trzydziestoma latami życia ludzkiego” – napisał. „To nigdy nie stanie się dla ciebie całkiem znajome.” Życie w niespokojnym świecie wymaga pewnego niepokoju w sobie. Dopóki wszystko się zmienia, nie wolno ci całkowicie zaprzestać eksploracji. Mimo to techniki algorytmiczne udoskonalone pod kątem standardowej wersji problemu wielorękiego bandyty są przydatne nawet w niespokojnym świecie. Strategie takie jak indeks Gittinsa i górna granica ufności zapewniają dość dobre przybliżone rozwiązania i praktyczne zasady, szczególnie jeśli wypłaty nie zmieniają się zbyt w czasie. Wiele wypłat na świecie jest dziś prawdopodobnie bardziej statycznych niż kiedykolwiek wcześniej. Grządka z jagodami może być dojrzała w jednym tygodniu, a zgniła w następnym, ale jak to ujął Andy Warhol: „Cola to cola”. Posiadanie instynktów dostrojonych przez ewolucję do świata podlegającego ciągłym zmianom niekoniecznie jest pomocne w erze standaryzacji przemysłowej. Być może najważniejsze, myślenie o wersjach problemu wielorękiego bandyty, które mają optymalne rozwiązania, nie tylko oferuje algorytmy, ale także oferuje wgląd. Słownictwo pojęciowe wywodzące się z klasycznej formy problemu – napięcie eksploracji/eksploatacji, znaczenie interwału, wysoka wartość opcji 0–0, minimalizacja żalu – daje nam nowy sposób nadawania sensu nie tylko konkretnych problemów, które stoją przed nami, ale całego cyklu ludzkiego życia.

Badać ...

Chociaż badania laboratoryjne mogą być pouczające, odstęp między wieloma najważniejszymi problemami, z jakimi borykają się ludzie, jest zdecydowanie zbyt długi, aby można je było badać w laboratorium. Poznanie struktury otaczającego nas świata i budowanie trwałych relacji społecznych to zadania na całe życie. Pouczające jest zatem zobaczenie, jak ogólny wzór wczesnych eksploracji i późnej eksploatacji pojawia się na przestrzeni życia. Jedną z ciekawych rzeczy dotyczących istot ludzkich, którą każdy psycholog rozwojowy pragnie zrozumieć i wyjaśnić, jest to, że potrzebujemy lat, aby stać się kompetentnymi i autonomicznymi. Karibu i gazy muszą być przygotowane na ucieczkę przed drapieżnikami już od dnia narodzin, jednak ludziom stawianie pierwszych kroków zajmuje ponad rok. Alison Gopnik, profesor psychologii rozwojowej na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley i autorka książki *The Scientist in the Crib*, wyjaśnia, dlaczego istoty ludzkie mają tak długi okres zależności: „daje to rozwojowy sposób rozwiązania problemu kompromisu eksploracja/wyzysk”. Jak widzieliśmy, dobre algorytmy do gry w wielorękiego bandytę zwykle eksplorują więcej na początku, a później wykorzystują zdobytą wiedzę. Jednak, jak zauważa Gopnik, „wadą tego jest to, że na etapie eksploracji nie osiąga się dobrych zysków”. Stąd dzieciństwo: „Dzieciństwo to okres, w którym możesz po prostu odkrywać możliwości i nie musisz się martwić o nagrody, ponieważ o wypłaty dbają mamy, tatusiowie, babcie i opiekunki do dzieci”. Myślenie o dzieciach jako o przejściowym etapie eksploracji trwającego całe życie algorytmu może zapewnić rodzicom przedszkolaków pewne pocieszenie. (Tom ma dwie bardzo odkrywcze córki w wieku przedszkolnym i ma nadzieję, że postępują zgodnie z algorytmem, którego nie żałują). Ale dostarcza także nowych spostrzeżeń na temat racjonalności dzieci. Gopnik zwraca uwagę, że „jeśli przyjrzeć się historii sposobu, w jaki ludzie myśleli o dzieciach, zazwyczaj argumentowali, że dzieci mają różne deficyty poznawcze – ponieważ jeśli spojrzeć na ich zdolności do wyzysku, wyglądają okropnie. Nie potrafią zawiązać butów, nie są dobrzy w planowaniu długoterminowym, nie są dobrzy w skupieniu uwagi. To są wszystkie rzeczy, w których dzieci są naprawdę okropne. Ale losowe naciskanie przycisków, duże zainteresowanie nowymi zabawkami i szybkie przeskakiwanie z jednej rzeczy na drugą to rzeczy, w których dzieci są naprawdę świetne. I to jest dokładnie to, co powinni robić, jeśli ich celem jest eksploracja. Jeśli jesteś dzieckiem, wkładanie do ust wszystkich przedmiotów znajdujących się w domu jest jak uważne pociąganie za wszystkie klamki w kasynie. Mówiąc bardziej ogólnie, nasze intuicje dotyczące racjonalności zbyt często opierają się na

wyzysku, a nie na eksploracji. Kiedy mówimy o podejmowaniu decyzji, zwykle skupiamy się tylko na natychmiastowych skutkach pojedynczej decyzji – a jeśli traktujesz każdą decyzję tak, jakby była ostatnią, wtedy w istocie sens ma tylko wyzysk. Ale w ciągu życia podejmiesz wiele decyzji. W rzeczywistości racjonalne jest kładzenie nacisku na eksplorację – raczej nową niż najlepszą, ekscytującą zamiast bezpieczną, przypadkową, a nie przemyślaną – w przypadku wielu z tych wyborów, szczególnie na początku życia. To, co uważamy za kaprys dzieci, może być mądrzejsze, niż nam się wydaje.

... I eksploataj

Dotarłem do punktu w moim czytelniczym życiu, który jest znany tym, którzy tam byli: czy w wyznaczonym mi czasie na ziemi czytać coraz więcej nowych książek, czy też powinienem zaprzestać tej próżnej konsumpcji – próżnej, ponieważ nie ma końca – i zacząć ponownie czytać te książki, które w przeszłości sprawiały mi największą przyjemność. —LYDIA DAVIS

Na drugim biegunie od małych dzieci mamy osoby starsze. Myślenie o starzeniu się z perspektywy dylematu odkryj/wykorzystaj dostarcza również zaskakujących spostrzeżeń na temat tego, jak powinniśmy się spodziewać, że nasze życie zmieni się w miarę upływu czasu. Laura Carstensen, profesor psychologii na Uniwersytecie Stanforda, przez całą swoją karierę kwestionowała nasze uprzedzenia dotyczące starzenia się. W szczególności zbadała dokładnie, jak i dlaczego relacje społeczne ludzi zmieniają się wraz z wiekiem. Podstawowy schemat jest jasny: rozmiar sieci społecznościowych ludzi (to znaczy liczba relacji społecznych, w jakie się angażują) niemal niezmiennie maleje z biegiem czasu. Jednak badania Carstensen zmieniły sposób, w jaki powinniśmy myśleć o tym zjawisku. Tradycyjne wyjaśnienie, że osoby starsze mają mniejsze sieci społecznościowe, jest takie, że jest to tylko jeden z przykładów pogorszenia jakości życia wynikającego ze starzenia się – będącego wynikiem zmniejszonej zdolności do wnoszenia wkładu w relacje społeczne, większej kruchości i ogólnego wycofania się ze społeczeństwa. Carstensen argumentuje jednak, że w rzeczywistości osoby starsze z wyboru mają mniej relacji społecznych. Jak to ujmuje, spadki te są „wynikiem trwających przez całe życie procesów selekcji, dzięki którym ludzie strategicznie i adaptacyjnie pielęgnują swoje sieci społeczne, aby maksymalizować korzyści społeczne i emocjonalne oraz minimalizować ryzyko społeczne i emocjonalne”. Carstensen i jej współpracownicy odkryli, że kurczenie się sieci społecznościowych wraz ze starzeniem się wynika przede wszystkim z „przycinania” relacji peryferyjnych i skupiania uwagi na rdzeniu bliskich przyjaciół i członków rodziny. Proces ten wydaje się być świadomym wyborem: gdy ludzie zbliżają się do kresu swojego życia, chcą bardziej skupić się na powiązaniach, które są dla nich najbardziej znaczące. W eksperymencie testującym tę hipotezę Carstensen i jej współpracowniczka Barbara Fredrickson poprosiły ludzi, aby wybrali, z kim woleliby spędzić trzydzieści minut: z członkiem najbliższej rodziny, autorem niedawno przeczytanej książki czy kimś, kogo niedawno poznali, a kto wydawało się, że podziela ich zainteresowania. Starsi ludzie woleli członka rodziny; młodzi ludzie byli równie podekscytowani spotkaniem z autorem lub zawarciem nowego przyjaciela. Ale, co najważniejsze, jeśli poproszono młodych ludzi, aby wyobrazili sobie, że mają się przeprowadzić po całym kraju, woleliby także członka rodziny. W innym badaniu Carstensen i jej współpracownicy uzyskali ten sam wynik również w drugą stronę: jeśli poproszono osoby starsze, aby wyobrazily sobie, że przełom w edukacji pozwoli im żyć o dwadzieścia lat dłużej, ich preferencje stały się nie do odróżnienia od preferencji młodych ludzi. Rzecz w tym, że te różnice w preferencjach społecznych nie dotyczą wieku jako takiego – lecz tego, w jakim miejscu ludzie postrzegają siebie, w przedziale istotnym dla ich decyzji. Bycie wrażliwym na to, ile czasu ci pozostało, jest dokładnie tym, co sugeruje informatyka dotycząca dylematu eksploracja/eksploat. Uważamy, że młodzi ludzie są stereotypowo kapryśni; stare, stereotypowo ustawione na swój sposób. W rzeczywistości obaj zachowują się całkowicie poprawnie, jeśli chodzi o interwały. Celowe doskonalenie sieci społecznościowej tak, aby zawierała najbardziej znaczące relacje, jest racjonalną reakcją na to, że

mamy mniej czasu na cieszenie się nimi. Uznanie, że starość to czas wyciszenia, pomaga uzyskać nowe spojrzenie na niektóre klasyczne zjawiska starzenia się. Na przykład, gdy pójdziecie na studia – nowe środowisko społeczne pełne ludzi, których nie spotkałeś – jest zazwyczaj pozytywnym, ekscytującym czasem, wyjazd do domu spokojnej starości – nowego środowiska społecznego pełnego ludzi, których nie spotkałeś – może być bolesny. Różnica ta jest częściowo wynikiem tego, gdzie na tych etapach naszego życia znajdujemy się w kontinuum eksploracja/eksploatacja. Kompromis eksploracja/wykorzystywanie mówi nam również, jak myśleć o radach starszych. Kiedy Twój dziadek mówi Ci, które restauracje są dobre, powinieneś posłuchać – to perły zebrane przez dziesięciolecia poszukiwań. Ale kiedy idzie do tej samej restauracji tylko o 17:00. każdego dnia możesz swobodnie badać inne opcje, nawet jeśli prawdopodobnie będą gorsze. Być może najgłębszy wniosek, jaki wypływa z myślenia o późniejszym życiu jako o szansie na wykorzystanie wiedzy zdobytej przez dziesięciolecia, jest następujący: życie powinno z czasem stać się lepsze. To, co odkrywca zamienia na wiedzę, to przyjemność. Jak widzieliśmy, indeks Gittinsa i górna granica ufności zwiększają atrakcyjność mniej znanych opcji ponad to, czego faktycznie oczekujemy, ponieważ miłe niespodzianki mogą się opłacić wielokrotnie. Ale jednocześnie oznacza to, że eksploracja w większości przypadków prowadzi do rozczarowania. Przeniesienie większości uwagi na ulubione rzeczy powinno poprawić jakość życia. I wygląda na to, że tak jest: Carstensen odkryła, że osoby starsze są na ogół bardziej zadowolone ze swoich sieci społecznościowych i często zgłaszają wyższy poziom dobrostanu emocjonalnego niż młodszy dorośli. Jest więc na co czekać, będąc stałym bywalcem tej restauracji późnym popołudniem i delektując się owocami odkryć życiowych.

Sortowanie. Robienie porządku

Nowe, jeśli słowo, które chcesz znaleźć, zaczyna się od (a), to spójrz na początek tej Tabeli, a jeśli z (v) spójrz w stronę końca. Ponownie, jeśli twoje słowo zaczyna się od (ca), spójrz na początek litery (c), ale jeśli na (cu), spójrz w kierunku końca tej litery. I tak z całą resztą. &C. —ROBERT CAWDREY, TABELA ALFABETYCZNA (1604)

Zanim Danny Hillis założył korporację Thinking Machines, zanim wynalazł słynny superkomputer równoległy Connection Machine, był studentem MIT, mieszkał w akademiku i przerażony był skarpetkami swojego współlokatora. Tym, co przeraziło Hillisa, w przeciwieństwie do wielu studentów college'u, nie była higiena jego współlokatora. To nie tak, że współlokator nie wyprał skarpetek; on zrobił. Problem polegał na tym, co było potem. Współlokatorka wyciągnęła skarpetkę z czystego kosza na pranie. Następnie wyciągnął losowo kolejną skarpetkę. Jeśli nie pasował do pierwszego, wrzucał go z powrotem. Następnie kontynuował ten proces, wyciągając skarpetki jedna po drugiej i wrzucając je z powrotem, aż znalazł dopasowanie do pierwszej. W przypadku zaledwie 10 różnych par skarpet zastosowanie tej metody będzie wymagało średnio 19 pociągnięć, aby ukończyć pierwszą parę i 17 dodatkowych pociągnięć, aby ukończyć drugą. W sumie współlokator może spodziewać się łowienia w koszu 110 razy, aby sparować 20 skarpetek. To wystarczyło, aby każdy początkujący informatyk poprosił o przeniesienie do pokoju. Sposób sortowania skarpetek to dobry sposób, aby informatycy mówili zaskakująco długo. Pytanie dotyczące skarpetek zamieszczone w witrynie programistycznej Stack Overflow w 2013 r. wywołało dyskusję około dwunastu tysięcy słów. „Skarpetki mnie wprawiają w zakłopotanie!” wyznał nam obojgu legendarny kryptolog i zdobywca nagrody Turinga, informatyk Ron Rivest, kiedy poruszyliśmy ten temat. Miał wtedy na sobie sandały.

Ekstaza sortowania

Sortowanie to sedno działania komputerów. W rzeczywistości komputer powstał pod wieloma względami poprzez sortowanie. Pod koniec XIX wieku populacja Ameryki rosła o 30% co dekadę, a liczba „podmiotów badań” w amerykańskim spisie ludności wzrosła z zaledwie pięciu w 1870 r. do ponad dwustu w 1880 r. Zestawienie spisu ludności z 1880 r. spis ludności trwał osiem lat i ledwo się skończył, zanim rozpoczął się spis powszechny w 1890 r. Jak to ujął ówczesny pisarz, cudem było „urzędnicy, którzy trudzili się przeglądaniem irytujących kartek rachunkowych... nie oślepli i nie zwariowali”. Całemu przedsięwzięciu groziło zawalenie się pod własnym ciężarem. Trzeba było coś zrobić. Zainspirowany ówczesnymi dziurkowanymi biletami kolejowymi, wynalazca Herman Hollerith opracował system dziurkowanych kart manila do przechowywania informacji oraz maszynę, którą nazwał Maszyną Holleritha, do ich liczenia i sortowania. Hollerith otrzymał patent w 1889 r., a rząd przyjął maszynę Holleritha na potrzeby spisu powszechnego w 1890 r. Nikt nigdy czegoś podobnego nie widział. Jeden z zafascynowanych obserwatorów napisał: „Aparat działa niezawodnie jak młyny bogów, ale bije je w próżnię, jeśli chodzi o prędkość”. Inny jednak argumentował, że wynalazek ma ograniczone zastosowanie: „Ponieważ nigdy nie będzie z niego korzystał nikt poza rządami, wynalazca prawdopodobnie nie stanie się zbyt bogaty”. Ta przepowiednia, którą Hollerith spisał i zapisał, nie okazała się całkowicie słuszna. W 1911 roku firma Holleritha połączyła się z kilkoma innymi firmami, tworząc firmę Computing-Tabulated-Recording Company. Kilka lat później zmieniono nazwę na International Business Machines, czyli IBM. Sortowanie nadal napędzało rozwój komputerów przez następne stulecie. Pierwszym kodem, jaki kiedykolwiek napisano dla komputera z „programem przechowywanym”, był program do wydajnego sortowania. W rzeczywistości była to zdolność komputera do przewyższania dedykowanych maszyn IBM do sortowania kart przekonało to rząd USA, że jego ogromna inwestycja finansowa w maszynę ogólnego przeznaczenia była uzasadniona. W latach sześćdziesiątych XX wieku w jednym badaniu oszacowano, że ponad jedna czwarta zasobów obliczeniowych świata była wydawana na sortowanie. I nic dziwnego — sortowanie jest niezbędne w

pracy z niemal każdym rodzajem informacji. Niezależnie od tego, czy chodzi o znalezienie największych czy najmniejszych, najpowszechniejszych czy najrzadszych, zliczanie, indeksowanie, oznaczanie duplikatów, czy po prostu szukanie tego, czego szukasz, wszystkie te czynności zazwyczaj zaczynają się od czegoś w rodzaju sortowania. Ale sortowanie jest nawet bardziej powszechne. W końcu jednym z głównych powodów, dla których wszystko zostaje uporządkowane, jest pokazanie go ludzkim oczom w użytecznej formie, co oznacza, że sortowanie jest również kluczem do ludzkiego doświadczenia informacji. Posortowane listy są tak wszechobecne, że — tak jak on, ryba, która pyta: „Co to jest woda?” — musimy świadomie pracować, aby w ogóle je dostrzec. A potem dostrzegamy je wszędzie. W naszej skrzynce odbiorczej zazwyczaj wyświetla się pięćdziesiąt pierwszych wiadomości z potencjalnie tysięcy, posortowanych według czasu otrzymania. Kiedy szukamy restauracji na Yelp, pokazuje nam się kilkanaście najlepszych z setek, posortowanych według bliskości lub według oceny. Na blogu wyświetlana jest przycięta lista artykułów posortowana według daty. Kanał wiadomości na Facebooku, strumień na Twitterze i strona główna Reddit prezentują się jako listy posortowane według zastrzeżonych kryteriów. Nazywamy takie rzeczy jak Google i Bing „wyszukiwarkami”, ale jest to trochę mylące określenie: tak naprawdę są to wyszukiwarki sortujące. To, co sprawia, że Google tak dominujący w dostępie do informacji na całym świecie, to nie to, że znajduje nasz tekst na setkach milionów stron internetowych — jego konkurenci z lat 90. na ogół mogliby to zrobić wystarczająco dobrze — ale to, że tak dobrze sortuje te strony i tylko pokazuje nam najbardziej odpowiednią dziesiątkę. Obcięty szczyt ogromnej, posortowanej listy jest pod wieloma względami uniwersalnym interfejsem użytkownika. Informatyka pozwala nam zrozumieć, co dzieje się za kulisami wszystkich tych przypadków, co z kolei może dać nam pewien wgląd w czasy, kiedy to my utknęliśmy w porządkowaniu — z naszymi rachunkami, naszymi papierami, naszymi książkami, nasze skarpetki, prawdopodobnie częściej każdego dnia, niż zdajemy sobie sprawę. Określając ilościowo wadę (i zaletę) bałaganu, pokazuje nam również przypadki, w których w ogóle nie powinniśmy wprowadzać porządku. Co więcej, kiedy zaczynamy szukać, widzimy, że sortowanie to nie tylko coś, co robimy z informacjami. To coś, co robimy z ludźmi. Być może miejsce, w którym informatyka ustalania rangi jest najbardziej nieoczekiwanie przydatne jest na boisku sportowym i na ringu bokserskim — dlatego też podstawowa wiedza na temat sortowania może pomóc w wyjaśnieniu, w jaki sposób istoty ludzkie są w stanie żyć razem, choć tylko od czasu do czasu dochodzi do bójek. Oznacza to, że sortowanie dostarcza zaskakujących wskazówek na temat natury społeczeństwa — tego innego, większego i ważniejszego rodzaju porządku, który tworzymy.

Agonia sortowania

„Aby obniżyć koszty jednostkowe produkcji, ludzie zwykle zwiększają skalę swojej działalności” — napisał J. C. Hosken w 1955 roku w pierwszym opublikowanym artykule naukowym na temat sortowania. Jest to ekonomia skali znana każdemu studentowi biznesu. Ale w przypadku sortowania rozmiar jest przepisem na katastrofę: i odwrotnie, w miarę jak gatunek rośnie, „jednostkowy koszt sortowania zamiast spadać, rośnie”. Sortowanie wiąże się ze znacznymi korzyściami skali, naruszając naszą normalną intuicję dotyczącą zalet robienia rzeczy masowo. Gotowanie dla dwojga zazwyczaj nie jest trudniejsze niż gotowanie dla jednej osoby, a na pewno jest łatwiejsze niż gotowanie dla jednej osoby dwa razy. Ale sortowanie, powiedzmy, półki zawierającej sto książek zajmie ci więcej czasu niż sortowanie dwóch półek po pięćdziesiąt książek: masz dwa razy więcej rzeczy do uporządkowania i jest dwa razy więcej miejsc, w których każda z nich może się znaleźć. Im więcej bierzesz na siebie, tym jest gorzej. Jest to pierwszy i najbardziej fundamentalny wniosek teorii sortowania. Skala boli. Z tego możemy wywnioskować, że minimalizowanie bólu i cierpienia podczas sortowania polega na minimalizowaniu liczby rzeczy, które musimy posortować. To prawda: jednym z najlepszych sposobów zapobiegania trudnościom obliczeniowym sortowania skarpetek jest po prostu częstsze pranie. Powiedzmy, że pranie trzy razy częściej może zmniejszyć koszty sortowania dziesięciokrotnie.

Rzeczywiście, jeśli współlokator Hillisa trzymał się swojej osobliwej procedury, ale między praniem zamiast czternastu dni spędzał trzynaście dni, samo to zaoszczędziłoby mu dwudziestu ośmiu wyjęć z kosza. (A wydłużenie czasu między praniem o jeden dzień kosztowałoby go o trzydzieści pociągnięć więcej.) Nawet przy tak skromnym, dwutygodniowym zakresie, widzimy, że skala sortowania zaczyna stawać się nie do utrzymania. Komputery jednak muszą rutynowo sortować miliony elementów za jednym razem. Do tego, jak to ujęto w tekście ze Szczęk, będziemy potrzebować większej łodzi i lepszego algorytmu. Aby jednak odpowiedzieć na pytanie, jak powinniśmy sortować i które metody okażą się najskuteczniejsze, musimy najpierw wymyślić coś innego: w jaki sposób będziemy rejestrować wyniki.

Big-O: Miara najgorszego przypadku

Księga Rekordów Guinnessa przypisuje rekord w sortowaniu talii kart czeskiemu magikowi Zdeněkowi Bradáčowi. 15 maja 2008 r. Bradáč ułożył talię składającą się z 52 kart w zaledwie 36,16 sekundy*. Jak on to zrobił? Jaka technika sortowania zapewniła mu tytuł? Chociaż odpowiedź rzuciłaby interesujące światło na teorię sortowania, Bradáč odmówił komentarza. Chociaż nie mamy nic poza szacunkiem dla zabójstwa i zręczności Bradáča, jesteśmy w 100% pewni, co następuje: osobiście możemy pobić jego rekord. Tak naprawdę mamy 100% pewności, że uda nam się pobić rekord nie do pobicia. Potrzebujemy tylko około 80 658 175 170 943 878 571 660 636 856 403 766 975, 289 505 440 883 277 824 000 000 000 prób zdobycia tytułu. Ta liczba, nieco ponad 80 unvigintillionów, to silnia 52, czyli „52!” w notacji matematycznej - liczba sposobów, na jakie można uporządkować talię 52 kart. Podejmując mniej więcej taką liczbę prób, prędzej czy później zaczniemy od przetasowanej talii w rzeczywistości całkowicie posortowane przez przypadek. W tym momencie możemy z dumą wpisać Christian-Griffiths do Księgi Guinnessa wraz z niezbyt nędznym czasem 0:00. Aby być uczciwym, prawie na pewno próbowaliśmy aż do śmierci cieplnej wszechświata, zanim uda nam się uzyskać idealną próbę bicia rekordu. Niemniej jednak uwydatnia to największą zasadniczą różnicę między kronikarzami a informatykami. Świetni ludzie z Guinnessa dbają tylko o najlepsze wyniki (i piwo). Oczywiście nie można ich winić: wszystkie rekordy sportowe odzwierciedlają najlepsze wyniki. Informatyka jednak prawie nigdy nie dba o najlepszy przypadek. Zamiast tego informatycy mogą chcieć poznać średni czas sortowania kogoś takiego jak Bradáč: poproś go, aby posortował wszystkie 80 zamówień na talie unvigintillionów lub rozsądną wielkość próbki i oceń go na podstawie średniej prędkości we wszystkich próbach. (Możesz zobaczyć, dlaczego nie pozwalają informatykom zajmować się tymi rzeczami.)

Co więcej, informatyk chciałby znać najgorszy czas sortowania. Analiza najgorszego przypadku pozwala nam dać niezbite gwarancje: że krytyczny proces zakończy się na czas, a terminy nie zostaną przekroczone. Zatem przez resztę tego rozdziału – a właściwie przez resztę tej książki – będziemy omawiać tylko działanie algorytmów w najgorszym przypadku, chyba że zaznaczono inaczej. Informatyka opracowała skrót specjalnie do pomiaru najgorszych scenariuszy algorytmicznych: nazywa się to notacją „Big-O”. Notacja Big-O ma szczególne dziwactwo, a mianowicie jest niedokładna z założenia. Oznacza to, że zamiast wyrażać wydajność algorytmu w minutach i sekundach, notacja Big-O umożliwia omówienie rodzaju zależności pomiędzy rozmiarem problemu a czasem działania programu. Ponieważ notacja Big-O celowo pomija drobne szczegóły, wyłania się schemat podziału problemów na różne szerokie klasy. Wyobraź sobie, że organizujesz przyjęcie z n gośćmi. Czas potrzebny na posprzątanie domu przed ich przyjazdem nie zależy od liczby gości. Jest to najbardziej różowa klasa problemów: zwana „dużym O z jednego”, zapisana jako $O(1)$, znana również jako „czas stały”.

Warto zauważyć, że w notacji Big-O nie ma znaczenia, ile czasu faktycznie zajmuje sprzątanie – po prostu jest ono zawsze takie samo i całkowicie niezmiennie w stosunku do listy gości. Masz tę samą pracę do wykonania, jeśli masz jednego gościa, jakbyś miał dziesięciu, stu czy jakiegokolwiek inne n . Teraz

czas potrzebny na obsmażenie pieczeni wokół stołu będzie wynosić „duże-O z n”, zapisane jako $O(n)$, znane również jako „czas liniowy” – przy podwójnej liczbie gości będziesz czekać dwa razy dłużej na danie, które ma przyjść. I znowu, notacja Big-O nie przejmuje się liczbą serwowanych dań ani tym, czy trafiają one do drugiej porcji. W każdym przypadku czas nadal zależy liniowo od wielkości listy gości – jeśli narysowałeś wykres liczby gości w funkcji czasu, jaki był potrzebny, byłaby to linia prosta. Co więcej, istnienie jakichkolwiek czynników czasu liniowego, w notacji Big-O, zależy wszystkie czynniki czasu stałego. Oznacza to, że podawanie pieczeni raz dookoła stołu lub przebudowa jadalni na trzy miesiące, a następnie podawanie pieczeni raz dookoła stołu, dla informatyka są w rzeczywistości równoważne. Jeśli wydaje ci się to szalone, pamiętaj, że komputery radzą sobie z wartościami n, które z łatwością mogą sięgać tysięcy, milionów lub miliardów. Innymi słowy, informatycy myślą o bardzo, bardzo dużych imprezach. Przy milionowej liście gości jednorazowe podanie pieczeni rzeczywiście sprawiłoby, że przebudowa domu wydawałaby się karłowata do granic nieistotności. A co by było, gdyby po przybyciu gości każdy z nich uściskał drugiego na powitanie? Twój pierwszy gość przytula Cię; twój drugi gość ma do przekazania dwa uściski; twój trzeci gość, trzy. Ile będzie łącznie uścisków? Okazuje się, że jest to „duże O z n-kwadratu”, zapisane jako $O(n^2)$ i znane również jako „czas kwadratowy”. Tutaj znowu interesują nas tylko podstawowe kontury zależności pomiędzy n i czasem. Nie ma $O(2n^2)$ na dwa uściski na osobę, $O(n^2 + n)$ na uściski i podawanie jedzenia, ani $O(n^{2+1})$ na uściski i sprzątanie domu. To wszystko jest czasem kwadratowym, więc $O(n^2)$ pokrywa wszystko. Odtąd jest coraz gorzej. Jest czas wykładniczy”, $O(2n)$, gdzie każdy dodatkowy gość podwaja Twoją pracę. Jeszcze gorszy jest „czas silni”, $O(n!)$, klasa problemów tak naprawdę piekielnych, że informatycy mówią o nich tylko wtedy, gdy żartują – tak jak my wyobrażaliśmy sobie tasowanie talii do czasu jej uporządkowania – lub kiedy naprawdę, naprawdę chciałbym, żeby były.

Kwadraty: sortowanie bąbelkowe i sortowanie przez wstawianie

Kiedy ówczesny senator Obama odwiedził Google w 2007 roku, dyrektor generalny Eric Schmidt żartobliwie rozpoczął sesję pytań i odpowiedzi niczym rozmowę kwalifikacyjną, zadając mu pytanie: „Jaki jest najlepszy sposób na posortowanie miliona trzydziestodwubitowych liczb całkowitych?” Nie zapominając o jedzeniu, Obama uśmiechnął się krzywo i odpowiedział: „Myślę, że sortowanie bąbelkowe byłoby złym rozwiązaniem”. Tłum inżynierów Google wybuchł wiwatami. „Miał mnie w Bubble Sort” – wspominał później jeden z nich. Obama miał rację, unikając Bubble Sort, algorytmu, który stał się czymś w rodzaju worka treningowego dla studentów informatyki: jest prosty, intuicyjny i wyjątkowo nieefektywny. Wyobraź sobie, że chcesz ułożyć alfabetycznie swoją nieposortowaną kolekcję książek. Naturalnym podejściem byłoby po prostu przeszukanie półki w poszukiwaniu par nieuporządkowanych – na przykład Wallace, a potem Pynchon – i przrzucenie ich. Umieść Pynchona przed Wallace'em, a następnie kontynuuj skanowanie, za każdym razem, gdy dojdiesz do końca, zapętłając się na początek półki. Kiedy wykonasz pełne przejście, nie znajdując żadnego więcej nieuporządkowanych par na całej półce, to wiesz, że zadanie zostało wykonane. To jest sortowanie bąbelkowe, które łąduje w czasie kwadratowym. Jest n książek nieuporządkowanych, a każde skanowanie półki może przesunąć każdą z nich najwyżej o jedną pozycję. (Dostrzegamy drobny problem, wprowadzamy drobną poprawkę.) Zatem w najgorszym przypadku, gdy półka jest całkowicie odsunięta do tyłu, co najmniej jedną książkę trzeba będzie przesunąć o n pozycji. Zatem maksymalnie n przechodzi przez n książek, co w najgorszym przypadku daje nam $O(n^2)$. To nie jest straszne – po pierwsze, jest o wiele lepsze niż nasz pomysł $O(n!)$ przetasowania, aż zostanie posortowany z wcześniej (na wypadek, gdybyś potrzebował informatyki, żeby to potwierdzić). Ale mimo wszystko to kwadratowe określenie może szybko stać się zniechęcające. Oznacza to na przykład, że sortowanie pięciu półek z książkami zajmie nie pięć razy więcej czasu niż sortowanie jednej półki, ale dwadzieścia pięć razy dłużej. Możesz przyjąć inną taktykę – zdjęć wszystkie książki z półki i odłożyć je jedna po drugiej na miejsce. Pierwszą książkę umieszczasz na środku półki, następnie bierzesz drugą i

porównujesz ją z pierwszą, wkładając ją albo z prawej, albo z lewej strony. Podnosząc trzecią książkę, przeglądałeś książki na półce od lewej do prawej, aż znalazłeś odpowiednie miejsce do jej umieszczenia. Powtarzając ten proces, stopniowo wszystkie książki trafiały na półkę, a ty' będzie gotowe. Informatycy nazywają to, słusznie, sortowaniem przez wstawianie. Dobra wiadomość jest taka, że jest prawdopodobnie jeszcze bardziej intuicyjna niż sortowanie bąbelkowe i nie cieszy się tak złą reputacją. Zła wiadomość jest taka, że w rzeczywistości nie jest dużo szybszy. Nadal musisz wykonać jedno wstawienie dla każdej książki. A każde wstawienie nadal wiąże się z przejściem średnio przez około połowę książek na półce, aby znaleźć właściwe miejsce. Chociaż w praktyce sortowanie przez wstawianie działa nieco szybciej niż sortowanie bąbelkowe, ponownie lądujemy prosto, jeśli tak wolisz, w czasie kwadratowym. Sortowanie czegokolwiek więcej niż jednej półki na książki jest nadal nieporęczną perspektywą.

Przełamanie bariery kwadratowej: dziel i zwyciężaj

W tym momencie, widząc, że dwa całkowicie rozsądne podejścia wpadają w niezrównoważony czas kwadratowy, naturalne jest, że zastanawiamy się, czy szybsze sortowanie jest w ogóle możliwe. Pytanie brzmi, jakby dotyczyło produktywności. Ale porozmawiaj z informatykiem, a okaże się, że jest to bliższe metafizyce – podobnej do myślenia o prędkości światła, podróżach w czasie, nadprzewodnikach czy entropii termodynamicznej. Jakie są podstawowe zasady i ograniczenia wszechświata? Co jest możliwe? Co jest dozwolone? W ten sposób informatycy w równym stopniu dostrzegają plany Boga, co fizycy cząstek elementarnych i osmolodzy. Jaki jest minimalny wysiłek wymagany do złożenia zamówienia? Czy moglibyśmy znaleźć sortowanie o stałym czasie, $O(1)$, które (jak sprzątanie domu przed przybyciem grupy gości) może posortować listę dowolnej wielkości w tym samym czasie? Cóż, nawet samo potwierdzenie, że półka z n książkami jest posortowana, nie może być wykonane w stałym czasie, ponieważ wymaga sprawdzenia wszystkich n z nich. Zatem sortowanie książek w stałym czasie wydaje się wykluczone. A co z sortowaniem w czasie liniowym, $O(n)$, tak skutecznym jak przesuwanie talerza po stole, gdzie podwojenie liczby elementów do sortowania jedynie podwaja pracę? Myśląc o powyższych przykładach, trudno sobie wyobrazić, jak to mogłoby działać. Wartość n^2 w każdym przypadku wynika z faktu, że trzeba przenieść n książek, a praca wymagana w każdym przesunięciu również skaluje się z n . Jak moglibyśmy przejść od n ruchów o rozmiarze n do samego n ? W sortowaniu bąbelkowym nasz czas działania $O(n^2)$ wynikał z obsługi każdej z n książek i przenoszenia ich aż o n miejsc każda. W przypadku sortowania przez wstawianie kwadratowy czas działania wynika z obsługi każdej z n książek i porównania ich z aż n innymi książkami przed ich wstawieniem. Sortowanie według czasu liniowego oznacza obsługę każdej książki przez stały czas, niezależnie od tego, ilu innych potrzebuje, aby znaleźć swoje miejsce. Nie wydaje się prawdopodobne. Wiemy więc, że potrafimy radzić sobie co najmniej tak dobrze z czasem kwadratowym, ale prawdopodobnie nie tak dobrze z czasem liniowym. Być może nasza granica leży gdzieś pomiędzy czasem liniowym a czasem kwadratowym. Czy istnieją algorytmy pomiędzy liniowym i kwadratowym, pomiędzy n i $n \times n$? Są... i ukrywały się na widoku. Jak wspomnieliśmy wcześniej, przetwarzanie informacji rozpoczęło się w dziewiętnastowiecznych spisach powszechnych w USA wraz z opracowaniem przez Hermana Holleritha, a później przez IBM, fizycznych urządzeń do sortowania kart dziurkowanych. W 1936 roku IBM rozpoczął produkcję linii maszyn zwanych „zbieraczami”, które potrafiły łączyć dwa oddzielnie zamówione stosy kart w jeden. Dopóki oba stosy były same posortowane, procedura łączenia ich w jeden posortowany stos była niezwykle prosta i trwała liniowo: po prostu porównaj ze sobą dwie górne karty, przenieś mniejszą z nich do nowego stosu, który tworzysz tworzenie i powtarzaj aż do końca. Program, który John von Neumann napisał w 1945 roku, aby zademonstrować możliwości komputera z zapisanym programem, doprowadził ideę zestawiania do pięknego i ostatecznego zakończenia. Sortowanie dwóch kart jest proste: wystarczy położyć mniejszą na wierzchu. Mając parę stosów dwóch kart, obydwa posortowane, możesz z łatwością ułożyć je w uporządkowany stos składający się z

czterech kart. Powtarzając tę sztuczkę kilka razy, będziesz budować coraz większe stosy, a każdy z nich będzie już posortowany. Już wkrótce będziesz mógł stworzyć doskonale poukładaną, pełną talię – z ostatecznym kulminacyjnym połączeniem, niczym bliźniak tworzący porządek w grze karabinowej, dający pożądaną rezultat. Podejście to znane jest dziś jako Mergesort i jest jednym z legendarnych algorytmów w informatyce. Jak napisano w artykule z 1997 r.: „Scalanie jest tak samo ważne w historii sortowania, jak sortowanie w historii informatyki”. Siła scalania wynika z faktu, że faktycznie kończy się to złożonością pomiędzy czasem liniowym i kwadratowym – w szczególności $O(n \log n)$, znanym jako czas „liniowy”. Każde przejście przez karty podwaja rozmiar posortowanych stosów, więc aby całkowicie posortować n kart, musisz wykonać tyle przejść, ile potrzeba, aby liczba 2 pomnożona przez siebie dała n : logarytm o podstawie dwa, innymi słowy. W dwóch przebiegach sortowania można sortować do czterech kart, w trzecim przebiegu do ośmiu kart, a w czwartym do szesnastu kart. Podejście „dziel i zwyciężaj” zastosowane w programie Mergesort zainspirowało wiele innych algorytmów sortowania liniowego, które szybko deptały mu po piętach. A stwierdzenie, że złożoność liniowa jest ulepszeniem złożoności kwadratowej, jest gigantycznym niedopowiedzeniem. W przypadku sortowania, powiedzmy, liczby pozycji na poziomie spisu ludności, jest to różnica między wykonaniem dwudziestu dziewięciu przejść przez zbiór danych... a trzystu milionami. Nic dziwnego, że jest to metoda wybierana w przypadku problemów związanych z sortowaniem przemysłowym na dużą skalę. Mergesort ma również realne zastosowanie w przypadku domowych problemów sortowania na małą skalę. Jednym z powodów, dla których jest tak szeroko stosowany, jest to, że można go łatwo zrównoleglić. Jeśli nadal zastanawiasz się nad tą półką na książki, rozwiązaniem Mergesort byłoby zamówienie pizzy i zaproszenie kilku znajomych. Podziel książki równomiernie i poproś każdą osobę o posortowanie własnego stosu. Następnie połącz ludzi w pary i poproś, aby połączyli swoje stosy. Powtarzaj ten proces, aż pozostaną tylko dwa stosy i połącz je po raz ostatni na półce. Staraj się tylko unikać płam po pizzy na książkach.

Poza porównaniem: przechytzyć logarytm

W niepozornym parku przemysłowym w pobliżu miasta Preston w stanie Waszyngton, schowany za jednym z wielu niepozornych szarych wejść, znajduje się mistrz sortowania Biblioteki Narodowej z 2011 i 2013 roku. Długi, podzielony na segmenty przenośnik taśmowy przenosi 167 książek na minutę – 85 000 dziennie – przez skaner kodów kreskowych, gdzie są one automatycznie kierowane do drzwi komory bombowej, które wrzucają do jednego z 96 pojemników. Preston Sort Center to jedna z największych i najskuteczniejszych sortowni książek na świecie. Jest prowadzona przez King County Library System, który rozpoczął zdrową rywalizację z podobnie wyposażoną Biblioteką Publiczną Nowego Jorku, a tytuł powtarzał się przez cztery lata. „Biblioteka hrabstwa King pobiła nas w tym roku?” powiedział zastępca dyrektora BookOps w NYPL, Salvatore Magaddino, przed rozgrywką w 2014 roku. „Fuhgeddaboutit.” Jest coś szczególnie imponującego w Preston Sort Center, także z teoretycznego punktu widzenia. Książki przechodzące przez jego system są sortowane w czasie $O(n)$ – liniowym. W ważnym sensie czas liniowy $O(n \log n)$ oferowany przez Mergesort jest naprawdę najlepszym, jaki możemy osiągnąć. Udowodniono, że jeśli chcemy w pełni posortować n elementów za pomocą serii bezpośrednich porównań, po prostu nie ma możliwości porównania ich mniej niż $O(n \log n)$ razy. Jest to podstawowe prawo wszechświata i nie ma dwóch sposobów, aby je obejść. Ale to, ściśle rzecz biorąc, nie zamyka książki na temat sortowania. Ponieważ czasami nie jest potrzebny w pełni uporządkowany zestaw, a czasami sortowanie można przeprowadzić bez porównywania poszczególnych pozycji. Te dwie zasady razem wzięte pozwalają na przybliżone praktyczne sortowanie w czasie szybszym niż liniowo. Pięknie pokazuje to algorytm znany jako sortowanie kubekowe, którego doskonałą ilustracją jest Preston Sort Center. W przypadku sortowania kubekowego elementy są grupowane w szereg posortowanych kategorii, bez względu na dokładniejsze sortowanie wewnątrzkategorijskie; to może przyjść później. (W informatyce termin „bucket” odnosi się po prostu

do fragmentu nieposortowanych danych, ale niektóre z najpotężniejszych zastosowań sortowania Bucket w świecie rzeczywistym, jak w KCLS, traktują tę nazwę całkowicie dosłownie.) Oto kicker: jeśli chcesz pogrupować n elementów w m segmentów, grupowanie można wykonać w czasie $O(nm)$ — to znaczy, że czas jest po prostu proporcjonalny do liczby elementów pomnożonej przez liczbę koszyków. I pod warunkiem, że liczba wiader jest stosunkowo niewielka w porównaniu z liczbą elementów notacja Big-O zaokrągli ją do $O(n)$ lub czasu liniowego. Kluczem do faktycznego przełamania bariery liniowości jest znajomość rozkładu, z którego losowane są sortowane elementy. Źle wybrane wiadra sprawią, że będziesz niewiele lepszy niż na początku; jeśli na przykład wszystkie książki wylądują w tym samym koszu, nie poczynisz żadnych postępów. Jednakże dobrze dobrane pojemniki podzielą Twoje przedmioty na mniej więcej równe grupy, co – biorąc pod uwagę podstawową zasadę sortowania, że „skala boli” – jest ogromnym krokiem w kierunku pełnego sortowania. W Preston Sort Center, którego zadaniem jest sortowanie książek według oddziału docelowego, a nie alfabetycznego, o wyborze koszyków decydują statystyki nakładów. Niektóre oddziały mają większy wolumen nakładów niż inne, dlatego mogą mieć przydzielone dwa, a nawet trzy pojemniki. Podobna znajomość materiału przyda się także sortownikom-ludziom. Aby zobaczyć ekspertów od sortowania w akcji, wybraliśmy się na wycieczkę terenową do bibliotek Doe i Moffitt na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley, gdzie jest co najmniej pięćdziesiąt dwie mile półek na książki, które należy utrzymać w porządku – a wszystko to odbywa się ręcznie. Książki zwracane do biblioteki umieszczane są najpierw w zakulisie, przydzielonym do półek wyznaczonych przez numery sygnatur Biblioteki Kongresu. Na przykład na jednym zestawie półek znajduje się zbiór wszystkich niedawno zwróconych książek o sygnaturach PS3000–PS9999. Następnie asystenci studentów ładują te książki na wózki, ustawiając do 150 książek w odpowiedniej kolejności, aby można je było zwrócić na półki biblioteczne. Uczniowie przechodzą podstawowe szkolenie w zakresie sortowania, ale z czasem opracowują własne strategie. Po pewnym doświadczeniu mogą posortować pełny wózek zawierający 150 książek w mniej niż 40 minut. Duża część tego doświadczenia wiąże się z wiedzą, czego się spodziewać. Student Berkeley, Jordan Ho, absolwent chemii i sortownik gwiazd, opowiedział nam o swoim procesie przeglądania imponującego stosu książek na półkach PS3000–PS9999:

Z doświadczenia wiem, że 3500 jest dużo, więc chcę poszukać książek, które są poniżej 3500 i je z grubsza posegregować. A kiedy już to zrobię, sortuję je dokładniej. Po posortowaniu elementów poniżej 3500 wiem, że samo 3500 to duża sekcja — 3500–3599 — więc chcę, aby była to sekcja sama w sobie. Jeśli jest ich dużo, być może będę chciał je jeszcze bardziej dostroić: 3510, 3520, 3530.

Jordan zamierza umieścić na swoim wózku grupę około 25 książek, zanim ułoży je w ostatecznej kolejności, co robi za pomocą sortowania przez wstawianie. A jego starannie opracowana strategia jest dokładnie właściwym sposobem, aby to osiągnąć: sortowanie kubełkowe, z jego dobrze poinformowaną prognozą dotyczącą liczby książek, które będzie miał, z różnymi numerami sygnatur, które informują go, jakie powinny być jego koszyki.

Sortowanie to profilaktyka wyszukiwania

Znajomość wszystkich tych algorytmów sortowania powinna się przydać, gdy następnym razem zdecydujesz się na alfabetyczną półkę z książkami. Podobnie jak prezydent Obama, będziesz wiedział, że nie należy używać sortowania bąbelkowego. Zamiast tego dobrą strategią — zatwierdzoną zarówno przez bibliotekarzy ludzi, jak i bibliotekarzy maszyn — jest sortowanie kubełkowe, aż do uzyskania stosów na tyle małych, że sortowanie przez wstawianie będzie rozsądne, lub zorganizowanie przyjęcia z pizzą przez scalanie. Ale jeśli rzeczywiście poprosiłbyś informatyka o pomoc we wdrożeniu tego procesu, pierwszym pytaniem byłoby to zapytaj, czy w ogóle powinieneś sortować. Informatyka, jak uczy się studentów, polega na kompromisach. Widzieliśmy to już w napięciach między patrzeniem a skakaniem, między odkrywaniem a wykorzystywaniem. Jednym z najważniejszych kompromisów jest

sortowanie i wyszukiwanie. Podstawowa zasada jest następująca: wysiłek włożony w sortowanie materiałów jest po prostu atakiem wyprzedzającym przeciwko wysiłkowi, jaki będzie potrzebny podczas ich późniejszego przeszukiwania. To, jaka powinna być dokładna równowaga, zależy od dokładnych parametrów sytuacji, ale myślenie o sortowaniu jako wartościowym jedynie w celu wsparcia przyszłych poszukiwań mówi nam coś zaskakującego:

Błąd po stronie bałaganu.

Sortowanie czegoś, czego nigdy nie będziesz przeszukiwać, to kompletna strata; przeszukiwanie czegoś, czego nigdy nie posortowałeś, jest po prostu nieefektywne. Pojawia się oczywiście pytanie, jak z wyprzedzeniem oszacować, jakie będzie przyszłe wykorzystanie. Najlepszym przykładem zalet sortowania byłaby wyszukiwarka internetowa, taka jak Google. Wydaje się zdumiewające, że Google może wziąć wyszukiwane hasło i przeszukać w jego poszukiwaniu cały Internet w mniej niż pół sekundy. Cóż, nie może – ale nie musi. Jeśli jesteś Google, masz niemal pewność, że (a) Twoje dane zostaną przeszukane, (b) będą przeszukiwane nie tylko raz, ale wielokrotnie, oraz (c) czas potrzebny na sortowanie jest w jakiś sposób „mniej wartościowy” niż czas potrzebny na poszukiwania. (W tym przypadku maszyny sortują z wyprzedzeniem, zanim wyniki będą potrzebne, a wyszukiwanie dokonują użytkownicy, dla których czas jest najważniejszy.) Wszystkie te czynniki przemawiają za ogromnym sortowaniem z góry, które w rzeczywistości jest co robi Google i inne wyszukiwarki. Czy warto więc układać półki na książki alfabetycznie? W przypadku większości domowych półek na książki prawie żaden z warunków, które decydują o opłacalności sortowania, nie jest spełniony. Dość rzadko zdarza się, że szukamy konkretnego tytułu. Koszty wyszukiwania nieposortowanego są dość niskie: w przypadku każdej książki, jeśli mniej więcej wiemy, gdzie ona się znajduje, możemy szybko ją znaleźć. Różnica między dwiema sekundami potrzebnymi na znalezienie książki na posortowanej półce a dziesięcioma sekundami na wyszukanie jej na nieposortowanej półce nie stanowi problemu. Rzadko kiedy potrzebujemy znaleźć tytuł tak pilnie, że warto poświęcić kilka godzin na przygotowanie, aby zaoszczędzić kilka sekund później. Co więcej, szukamy szybkimi oczami i sortujemy wolnymi rękami. Werdykt jest jasny: zamówienie półki na książki zajmie więcej czasu i energii niż kiedykolwiek jej przeglądanie. Twoja nieposortowana półka na książki może nie jest codziennym zajęciem, ale Twoja skrzynka e-mailowa prawie na pewno tak – i jest to kolejna domena, w której wyszukiwanie przewyższa wygodne sortowanie. Ręczne umieszczanie wiadomości elektronicznych w folderach zajmuje mniej więcej tyle samo czasu, co wkładanie fizycznych dokumentów w świecie rzeczywistym, ale wiadomości e-mail można przeszukiwać znacznie wydajniej niż ich fizyczne odpowiedniki. Gdy koszt wyszukiwania spada, sortowanie staje się mniej wartościowe. Steve Whittaker jest jednym ze światowych ekspertów w zakresie tego, jak ludzie radzą sobie z pocztą elektroniczną. Whittaker, pracownik naukowy w IBM i profesor na Uniwersytecie Kalifornijskim w Santa Cruz, od prawie dwudziestu lat bada, w jaki sposób ludzie zarządzają danymi osobowymi. (Napisał artykuł na temat „przebiegnięcia poczty e-mail” w 1996 r., zanim wiele osób w ogóle korzystało z poczty e-mail). W 2011 r. Whittaker przeprowadził badanie dotyczące nawyków wyszukiwania i sortowania użytkowników poczty e-mail, w wyniku czego powstał artykuł zatytułowany „Czy marnuję czas na organizowanie E-mail?” Uwaga na spoiler: konkluzja była stanowcza: „Tak”. „To badanie empiryczne, ale także oparte na doświadczeniu” – podkreśla Whittaker. „Kiedy przeprowadzam wywiady z ludźmi na temat tego rodzaju problemów organizacyjnych, charakterystycznie mówią o tym, że w pewnym sensie zmarnowali część swojego życia”. Informatyka pokazuje, że zagrożenia bałaganem i zagrożenia porządku są wymierne, a ich koszty można mierzyć w tej samej walucie: czasie. Pozostawienie czegoś nieuporządkowanego można uznać za akt zwlekania – przerzucenie odpowiedzialności na siebie w przyszłości, które będzie musiało spłacić z odsetkami to, czego nie zdecydowaliśmy się zapłacić z góry. Ale cała historia jest bardziej subtelna. Czasami bałagan to coś więcej niż tylko łatwy wybór. To optymalny wybór.

Rodzaje i sport

Kompromis sortowania poprzez wyszukiwanie sugeruje, że często skuteczniejsze jest pozostawienie bałaganu. Jednak oszczędność czasu nie jest jedynym powodem, dla którego sortujemy rzeczy: czasami wyprodukowanie ostatecznego zamówienia jest celem samym w sobie. Nigdzie nie jest tak wyraźnie jak na boisku sportowym. W 1883 roku Charles Lutwidge Dodgson rozwinął niezwykle silne uczucia co do stanu brytyjskiego tenisa ziemnego. Jak wyjaśnia:

Podczas Turnieju Tenisa Trawnikowego, gdzie jakiś czas temu miałem okazję być widzem, obecny sposób przyznawania nagród został mi uświadomiony przez lamenty jednego z Graczy, który został pobity (i w ten sposób stracił wszelkie szanse nagrody) na początku konkursu i który był zawstydzony widokiem drugiej nagrody odebranej przez Gracza, o którym wiedział, że jest od niego znacznie gorszy.

Normalni widzowie mogliby uznać takie „lamenty” za coś więcej niż ukłucie porażki, ale Dodgson nie był zwykłym słuchem pełnym współczucia. Był wykładowcą matematyki w Oksfordzie, a skargi sportowca skłoniły go do głębokiego zbadania natury turniejów sportowych. Dodgson był kimś więcej niż tylko matematykiem z Oksfordu – właściwie ledwo go pamiętamy. Dziś jest najbardziej znany pod pseudonimem Lewis Carroll, pod którym napisał Alicję w Krainie Czarów i wiele innych ukochanych dzieł literatury XIX wieku. Łącząc swoje talenty matematyczne i literackie, Dodgson stworzył jedno ze swoich mniej znanych dzieł: „Turnieje tenisa ziemnego: prawdziwa metoda przydzielania nagród wraz z dowodem na błędność obecnej metody”. Skarga Dodgsona dotyczyła struktury turnieju Single Elimination, w którym gracze są dobierani w pary i eliminowani z rywalizacji zaraz po przegranej w pojedynczym meczu. Jak stanowczo argumentował Dodgson, prawdziwym drugim najlepszym graczem może być którykolwiek z graczy wyeliminowanych przez najlepszych – a nie tylko ten, który został wyeliminowany jako ostatni. Jak na ironię, na igrzyskach olimpijskich organizujemy mecze o brązowy medal, co zdaje się potwierdzać, że format pojedynczej eliminacji nie dostarcza nam wystarczających informacji, aby określić trzecie miejsce.* Jednak w rzeczywistości ten format nie mówi nam wystarczająco dużo, aby określić drugie miejsce albo – albo w istocie cokolwiek oprócz zwycięzcy. Jak to ujął Dodgson: „Obecny sposób przyznawania nagród jest, z wyjątkiem przypadku pierwszej nagrody, całkowicie bez znaczenia”. Mówi się wprost: srebrny medal to kłamstwo. „Według matematycznego faktu” – kontynuował – „szansa, że drugi najlepszy Gracz otrzyma nagrodę, na którą zasługuje, wynosi tylko 16/31; natomiast szansa, że najlepsza czwórka otrzyma odpowiednie nagrody, jest tak mała, że szanse na to, że tak się stanie, wynoszą 12 do 1!” Pomimo mocy swego pióra wydaje się, że Dodgson miał niewielki wpływ na świat tenisa ziemnego. Jego rozwiązanie, niezręczne podejście do potrójnej eliminacji, w którym porażka kogoś, kto cię pokonał, może również wyeliminować ciebie, nigdy się nie przyjęło. Chociaż rozwiązanie Dodgsona było kłopotliwe, jego krytyka problemu była jednak trafna. (Niestety, srebrne medale są nadal rozdawane w turniejach Single Elimination do dziś.) Ale w logice Dodgsona kryje się też głębszy wgląd. My, ludzie, sortujemy więcej niż nasze dane i więcej niż nasz dobytek. Sortujemy się. Puchar Świata, Igrzyska Olimpijskie, NCAA, NFL, NHL, NBA i MLB – wszystkie one domyślnie implementują procedury sortowania. Ich sezony, rankingi i play-offy to algorytmy tworzenia kolejności rankingów. Jednym z najbardziej znanych algorytmów w sporcie jest format Round-Robin, w którym każda z n drużyn ostatecznie gra z każdą z pozostałych $n - 1$ drużyn. Choć prawdopodobnie najbardziej wszechstronny, jest także jednym z najbardziej pracochłonnych. Mierzenie się każdej drużyny z każdą inną drużyną jest jak wymiana uścisków przez gości na naszym przyjęciu: straszny czas kwadratowy $O(n^2)$. Turnieje drabinkowe — popularne w takich sportach jak badminton, squash i racquetball — umieszczają graczy w liniowym rankingu, w którym każdy gracz może rzucić bezpośrednie wyzwanie graczowi znajdującemu się bezpośrednio nad nim, zamieniając się miejscami, jeśli zwycięży. Drabiny to rodzaj bąbelków w świecie sportu, a zatem są również kwadratowe, co wymaga gier $O(n^2)$, aby osiągnąć stabilny ranking. Jednak być może najbardziej

rozpowszechnionym formatem turniejów jest turniej drabinkowy – jak między innymi w słynnym koszykarskim turnieju NCAA „March Madness”. Turniej March Madness przebiega od „Rundy 64” i „Rundy 32” do „Sweet 16”, „Elite Eight”, „Final Four” i finału. Każda runda dzieli pole na pół: czy to brzmi znajomo logarytmicznie? Turnieje te w rzeczywistości polegają na łączeniu, rozpoczynaniu od nieposortowanych par drużyn i zestawieniu, zestawieniu i jeszcze raz zestawieniu. Wiemy, że Mergesort działa w czasie liniowym – $O(n \log n)$ – więc biorąc pod uwagę, że są 64 drużyny, możemy spodziewać się, że będziemy potrzebować tylko około 6 rund (192 gier), a nie aż 63 rund (2016 gier.) wymagałoby to drabiny lub metody round-robin. To ogromna poprawa: projektowanie algorytmów działa. Sześć rund March Madness brzmi nieźle, ale chwileczkę: 192 gry? Turniej NCAA składa się tylko z 63 gier. Tak naprawdę March Madness nie jest kompletnym połączeniem – nie tworzy pełnego uporządkowania wszystkich 64 drużyn. Aby naprawdę uszeregować drużyny, potrzebowalibyśmy dodatkowego zestawu meczów, aby określić drugie miejsce, kolejnego na trzecie miejsce i tak dalej – biorąc w sumie liniową liczbę meczów. Ale March Madness tego nie robi. Zamiast tego, podobnie jak turniej tenisa ziemnego, na który narzekał Dodgson, wykorzystuje format pojedynczej eliminacji, w którym wyeliminowane drużyny pozostają nieposortowane. Zaletą jest to, że działa w czasie liniowym: ponieważ w każdej grze eliminuje się dokładnie jedną drużynę, aby jedna drużyna pozostała, potrzeba tylko $n - 1$ gier – liczba liniowa. Wadą jest to, że tak naprawdę nigdy nie wiesz, jakie są rankingi poza pierwszym miejscem. Jak na ironię, w grze Single Elimination żadna struktura turniejowa nie jest w ogóle konieczna. Każde 63 mecze przyniosą jednego niepokonanego mistrza. Na przykład możesz po prostu mieć pojedynczą drużynę „króla wzgórza”, która będzie walczyć jeden po drugim z przeciwnikami, aż zostanie zdetronizowana, a wtedy ktokolwiek ją pokona, zajmie jej miejsce i będzie kontynuować grę. Ten format miałby jednak tę wadę, że wymagałby 63 oddzielnych rund, ponieważ gry nie mogłyby toczyć się równolegle; Ponadto jedna drużyna może potencjalnie być zmuszona do rozegrania aż 63 meczów z rzędu, co może nie być idealne z punktu widzenia zmęczenia. Choć urodził się ponad sto lat po Dodgsonie, być może nikt nie kontynuuje jego matematycznego podejścia wkroczył w XXI wiek równie mocno jak Michael Trick. Spotkaliśmy Tricka podczas naszej dyskusji na temat optymalnego zatrzymania, ale w ciągu dziesięcioleci, które upłynęły od nieszczęsnego zastosowania Reguły 37% w życiu miłosnym, stał się nie tylko mężem i profesorem badań operacyjnych – jest teraz także jednym z głównych osób planujących Major League Baseball i konferencje NCAA, takie jak Wielka Dziesiątka i ACC, wykorzystując informatykę do decydowania o tegorocznych pojedynkach. Jak wskazuje Trick, ligom sportowym nie zależy na ustalaniu rankingów tak szybko i sprawnie, jak to możliwe. Zamiast tego kalendarze sportowe są wyraźnie zaprojektowane tak, aby utrzymywać napięcie przez cały sezon, co rzadko było przedmiotem zainteresowania teorii sortowania. Na przykład w Major League Baseball często organizuje się wyścigi, aby zobaczyć, kto wygra ligę. Jeśli zignorujemy konfigurację dywizji, niektóre z tych wyścigów mogą zostać rozstrzygnięte dość wcześnie w sezonie. Zamiast tego jednak upewniamy się, że w ciągu ostatnich pięciu tygodni każdy zagra z każdym w swojej lidze. Celem tego jest to, że nie ma znaczenia, kto bierze udział w wyścigu dywizjonowym: będą musieli rozegrać co najmniej sześć meczów z najbliższym najbliższym przeciwnikiem w ciągu ostatnich pięciu tygodni sezonu. Pozwala to na większe zainteresowanie harmonogramem czy sezonem, bo w tym przypadku niepewność opóźnia się w jego rozstrzygnięciu. Co więcej, sport nie zawsze jest oczywiście projektowany wyłącznie w celu minimalizacji liczby meczów. Bez pamiętania o tym niektóre aspekty planowania wydarzeń sportowych wydawałyby się informatykom tajemnicze. Jak Trick mówi o sezonie zasadniczym baseballu, który składa się z 2430 meczów: „Wiemy, że $n \log n$ to liczba porównań wystarczająca do przeprowadzenia pełnego sortowania. To może dopaść każdego. Dlaczego robią n^2 , żeby w pewnym sensie zdobyć szczyt, jeśli tylko na tym im zależy?” Innymi słowy, po co robić pełny system $O(n^2)$ Round-Robin, a potem jeszcze więcej, jeśli wiemy, że możemy wykonać pełne sortowanie w czasie liniowym i możemy wyłonić niepokonanego mistrza Single Elimination w mniej niż n grach? Cóż, minimalizowanie liczby meczów tak naprawdę nie leży w interesie ligi. W informatyce

niepotrzebne porównania są zawsze złe, to strata czasu i wysiłku. Ale w sporcie jest to dalekie od przypadku. W końcu pod wieloma względami najważniejsze są same gry.

Prawa do chwytania: hałas i wytrzymałość

Innym, być może nawet ważniejszym sposobem uczenia algorytmicznego spojrzenia na sport, jest zadanie pytania nie o to, jaką pewność powinniśmy mieć w srebrnym medalu, ale jaką pewność powinniśmy mieć w złocie. Jak wyjaśnia Michael Trick, w niektórych dyscyplinach sportowych „na przykład w baseballu zespół przegrywa 30% swoich meczów, a zespół wygrywa 30% swoich meczów, praktycznie bez względu na to, kim jest”. Ma to niepokojące konsekwencje dla formatu pojedynczej eliminacji. Jeśli, powiedzmy, mecze koszykówki NCAA wygrywa silniejsza drużyna w 70% przypadków, a wygranie turnieju wymaga zwycięstwa w 6 meczach z rzędu, wówczas najlepsza drużyna ma tylko 0,70 do potęgi 6, czyli mniej niż 12%, szans na wygraną Turniej! Innymi słowy, turniej tylko raz na dekadę umożliwiłby wyłonienie naprawdę najlepszej drużyny ligi. Może się zdarzyć, że w niektórych sportach posiadanie nawet 70% pewności co do wyniku meczu może oznaczać zbyt duże przywiązanie do wyniku końcowego. Fizyk z UCSD, Tom Murphy, zastosował techniki modelowania numerycznego w piłce nożnej i doszedł do wniosku, że niskie wyniki w piłce nożnej sprawiają, że wyniki meczów są znacznie bardziej losowe, niż większość fanów chciałaby sobie wyobrazić. „Wynik 3:2 daje zwycięskiej drużynie jedynie 5 na 8 szans na to, że faktycznie będzie lepszym zespołem... Osobiście nie uważam tego za imponujące. Nawet wynik 6:1 pozostawia 7% szans, że był to statystyczny przypadek. Informatycy nazywają to zjawisko hałasem. Wszystkie algorytmy sortowania, które rozważaliśmy do tej pory, zakładają doskonałe, bezbłędne i niezawodne porównania, takie, które nigdy się nie mylą i błędnie oceniają mniejszą z dwóch wielkości jako większą. Kiedy dopuścimy do tego „hałaśliwy komparator”, niektóre z najświętszych algorytmów informatyki wypadają, a niektóre z ich najbardziej oczernianych doczekają się dnia odkupienia. Dave Ackley, profesor informatyki na Uniwersytecie Nowego Meksyku, pracuje na styku informatyki i „sztucznego życia” — wierzy, że komputery mogą nauczyć się kilku rzeczy z biologii. Po pierwsze, organizmy żyją w świecie, w którym niewiele procesów osiąga poziom niezawodności zbliżony do poziomu niezawodności komputerów, dlatego też są one budowane od podstaw pod kątem tego, co badacze nazywają solidnością. Najwyższy czas, twierdzi Ackley, abyśmy zaczęli dostrzegać zalety solidności także w algorytmach. Tak więc, choć autorytatywny tom poświęcony programowaniu Sorting and Searching odważnie stwierdza, że „sortowanie bąbelkowe nie ma widocznych cech korzystnych”, badania Ackleya i jego współpracowników sugerują, że mimo wszystko może istnieć miejsce na algorytmy takie jak sortowanie bąbelkowe. Sama jego nieefektywność — przesuwanie elementów tylko w jedną pozycję na raz — sprawia, że jest on dość odporny na szumy, znacznie skuteczniejszy niż szybsze algorytmy, takie jak sortowanie przez scalanie, w których każde porównanie potencjalnie przesuwa element na większą odległość. Bardzo wydajność Mergesort sprawia, że jest on kruchy. Wczesny błąd w trybie Mergesort jest jak przypadkowa porażka w pierwszej rundzie turnieju Single Elimination, który może nie tylko pokrzyżować nadzieje faworyzowanej drużyny na mistrzostwo, ale także trwale zepchnąć ją do dolnej połowy wyników.* W turnieju rankingowym z drugiej strony, podobnie jak w przypadku sortowania bąbelkowego, przypadkowa porażka cofnie gracza tylko o jedno miejsce w rankingach. Ale tak naprawdę to nie sortowanie bąbelkowe okazuje się najlepszym algorytmem w obliczu zaszumionego komparatora. Zwycięzcą tego szczególnego wyróżnienia został algorytm o nazwie Comparison Counting Sort. W tym algorytmie każdy element jest porównywany ze wszystkimi pozostałymi i obliczany jest, o ile elementów jest większy. Numer ten można następnie wykorzystać bezpośrednio jako rangę przedmiotu. Ponieważ porównuje wszystkie pary, sortowanie przez porównanie jest algorytmem czasu kwadratowego, takim jak sortowanie bąbelkowe. Dlatego nie jest to popularny wybór w tradycyjnych zastosowaniach informatycznych, ale jest wyjątkowo odporny na błędy. Działanie tego algorytmu powinno brzmieć znajomo. Sortowanie z liczeniem porównawczym działa dokładnie tak, jak turniej

okrężny. Innymi słowy, bardzo przypomina sezon zasadniczy drużyny sportowej – gra z każdą inną drużyną w lidze i budowanie bilansu zwycięstw i porażek, według którego są ustalane rankingi. To, że sortowanie przez porównanie jest najsolidniejszym znanym algorytmem sortowania, kwadratowym lub lepszym, powinno oferować fanom sportu coś bardzo specyficznego: jeśli Twoja drużyna nie przejdzie do play-offów, nie marudź. Sezon posezonowy Mergesort jest ryzykowny, ale sezon zasadniczy Comparison Counting już nie; pierścienie mistrzowskie nie są mocne, ale rankingi w dywizjach są dosłownie tak solidne, jak to tylko możliwe. Inaczej mówiąc, jeśli twoja drużyna zostanie wyeliminowana na początku sezonu posezonowego, będzie to pech. Ale jeśli twojemu zespołowi nie uda się dotrzeć do posezonu, będzie to trudna prawda. Możesz zyskać współczucie w barze sportowym od innych rozczarowanych fanów, ale nie dostaniesz go od informatyka.

Rodzaj krwi: porządki dziobania i hierarchie dominacji

We wszystkich przykładach, które rozważaliśmy do tej pory, proces sortowania w każdym przypadku został narzucony od góry do dołu: bibliotekarz odkładał książki na półki, a NCAA mówiła drużynom, z kim mają grać i kiedy. Ale co by było, gdyby bezpośrednie porównania miały miejsce tylko dobrowolnie? Jak wygląda sortowanie, gdy pojawia się organicznie, od dołu do góry? Może to wyglądać jak poker online. W przeciwieństwie do większości sportów, którymi rządzi jakiś organ zarządzający, poker pozostaje w pewnym stopniu anarchiczny, pomimo gwałtownego wzrostu popularności w ciągu ostatniej dekady. Chociaż w niektórych prestiżowych turniejach wyraźnie sortuje się uczestników (i odpowiednio ich wynagradza), znaczna część pokera nadal rozgrywana jest w tak zwanych „grach pieniężnych”, w których dwóch lub więcej graczy spontanicznie zgadza się grać na prawdziwe pieniądze na linię każdą ręką. Praktycznie nikt nie zna tego świata głębiej niż Isaac Haxton, jeden z najlepszych graczy w pokera cashowego. W większości sportów wystarczy być tak dobrym, jak to tylko możliwe, a im mniej jesteśmy świadomi swoich umiejętności, tym lepiej. Jednak Haxton wyjaśnia: „W pewnym sensie najważniejszą umiejętnością profesjonalnego pokerzysty jest umiejętność oceny, jak dobry jesteś. Jeśli niewiele brakuje Ci do najlepszego pokerzysty na świecie, możesz być prawie pewien, że zbankrutujesz, jeśli będziesz bez końca gotowy grać z lepszymi od siebie.” Haxton to specjalista od gier heads-up, no-limit: „heads-up” oznacza pokera jeden na jednego, a „no-limit” oznacza właśnie to – najwyższe stawki, ograniczone jedynie tym, co mogą obłożyć i przetrzymać. W wieloosobowych grach cashowych w pokerze często jeden słaby gracz – na przykład bogaty amator – zasila stół pełen profesjonalistów, których nie obchodzi zbytnio, kto z nich jest lepszy od kogo. W świecie heads-up jest inaczej. „Musi istnieć spór między tobą a nimi co do tego, kto jest lepszy, albo ktoś musi dobrowolnie przegrywać”. Co więc się stanie, gdy istnieje dość ugruntowany konsensus i nikt nie będzie chciał zagrać z nikim lepszym od nich? Otrzymujesz coś, co bardzo przypomina graczy walczących o miejsca. Większość witryn pokerowych online ma ograniczoną liczbę dostępnych stołów. „Więc jeśli chcesz grać heads-up no-limit, z blindami wynoszącymi pięćdziesiąt i sto dolarów, dostępnych jest tylko dziesięć stołów” – mówi Haxton – „a więc tylko dziesięciu najlepszych graczy, którzy obecnie nie grają ... usiądź i poczekaj, aż pojawi się ktoś, kto chce zagrać”. A jeśli przyjdzie lepszy gracz i usiądzie przy jednym z tych stołów? Jeśli osoba siedząca nie chce podbić stawki, ucieka. „Wyobraźmy sobie dwie małpy” – mówi Christof Neumann. „Jeden siedzi i żeruje na swoim miejscu, bardzo spokojnie, a drugi podchodzi do miejsca, w którym siedzi drugi. A ten facet wtedy wstał i wyszedł.” Neumann nie tworzy pokerowej metafory. Jest biologiem behawioralnym na Uniwersytecie w Neuchâtel, który bada dominację u makaków. To, co właśnie opisał, nazywa się przemieszczeniem. Przemieszczenie ma miejsce, gdy zwierzę wykorzystuje swoją wiedzę na temat hierarchii do ustalenia, że dana konfrontacja po prostu nie jest tego warta. W wielu społecznościach zwierzęcych zasoby i możliwości – pożywienie, partnerzy, preferowane przestrzenie itd. – są ograniczone i w jakiś sposób trzeba zdecydować, kto co dostanie. Ustalenie porządku z wyprzedzeniem jest mniej gwałtowne niż wszczynanie bójek za każdym razem, gdy pojawia się okazja do krycia lub najlepsze miejsce na trawę. Chociaż możemy się wzdrygnąć, gdy

widzimy stworzenia kręcące przeciwko sobie pazurami i dziobami, biolodzy mają tendencję do myślenia o wydawaniu rozkazów jako o przemocy, która uprzedza przemoc. Brzmi znajomo? To kompromis w zakresie wyszukiwania i sortowania. Utworzenie kolejności dziobania jest bokserskim rozwiązaniem problemu o charakterze zasadniczo obliczeniowym. Z tego powodu, nawiasem mówiąc, obcinanie dziobów kurczaków na farmach może być podejściem pełnym dobrych intencji, ale przynoszącym efekt przeciwny do zamierzonego: usuwa uprawnienia indywidualnych walk o rozstrzygnięcie porządku, a zatem znacznie utrudnia stadzie przeprowadzenie jakiegokolwiek procedury sortowania. Zatem poziom antagonizmu w stadzie w wielu przypadkach faktycznie wzrasta. Spojrzenie na zachowanie zwierząt z perspektywy informatyki sugeruje kilka rzeczy. Po pierwsze, oznacza to, że liczba wrogich konfrontacji napotykanych przez każdą osobę znacznie wzrośnie — przynajmniej logarytmicznie, a być może kwadratowo — w miarę powiększania się grupy. Rzeczywiście badania „zachowań agonistycznych” u kur wykazały, że „akty agresywne na kurę wzrastały wraz ze zwiększaniem się liczebności grupy”. Teoria sortowania sugeruje zatem, że etyczna hodowla zwierząt może obejmować ograniczanie wielkości stada. (Na wolności zdziczałe kurczaki wędrują w grupach liczących od dziesięciu do dwudziestu osobników, znacznie mniejszych niż stada w gospodarstwach komercyjnych.) Badania pokazują również, że agresja wydaje się zanikać po kilku tygodniach, chyba że do stada dodani zostaną nowi członkowie. — potwierdzając pogląd, że grupa sama się sortuje. Kluczem do myślenia o zdecentralizowanym sortowaniu w przyrodzie, twierdzi Jessica Flack, współdyrektor Centrum Złożoności i Obliczeń Zbiorowych na UW – Madison, jest to, że hierarchie dominacji są ostatecznie hierarchiami informacyjnymi. Flack podkreśla, że zdecentralizowane systemy sortowania wiążą się ze znacznym obciążeniem obliczeniowym. Liczba walk w, powiedzmy, grupie makaków jest minimalizowana tylko w takim stopniu, w jakim każda małpa ma szczegółowe – i podobne – zrozumienie hierarchii. W przeciwnym razie nastąpi przemoc. Jeśli sprowadzi się to do tego, jak dobrze bohaterowie radzą sobie z bieżącym porządkiem, możemy spodziewać się mniejszej liczby konfrontacji, w miarę jak zwierzęta będą lepiej rozumować i zapamiętywać. Być może ludzie rzeczywiście są najbliższym optymalnie wydajnego sortowania. Jak Haxton mówi o pokerowym świecie: „Jestem jednym z najlepszych graczy heads-up, no-limit hold 'em na świecie i w mojej głowie mam dość konkretny ranking dwudziestu lub więcej najlepszych graczy. Gracze są i myślę, że każdy z nich ma w głowie podobny ranking. Myślę, że istnieje dość wysoki stopień konsensusu co do wyglądu tej listy. Gry cashowe będą miały miejsce dopiero wtedy, gdy te rankingi będą się różnić.

Wyścig zamiast walki

Widzieliśmy teraz dwie odrębne wady chęci jakiegokolwiek grupy do uporządkowania się. Masz co najmniej liniową liczbę konfrontacji, co sprawia, że życie każdego z nich staje się bardziej waleczne w miarę powiększania się grupy, a także zobowiązujesz każdego zawodnika do śledzenia stale zmieniającego się statusu wszystkich pozostałych, w przeciwnym razie będą musieli toczyć bitwy, w których nie trzeba było. Obciąża nie tylko ciało, ale i umysł. Ale to nie musi tak wyglądać. Istnieją sposoby na uporządkowanie bez kosztów. Są na przykład zawody sportowe, w których dziesiątki tysięcy zawodników zostaje całkowicie sklasyfikowanych w czasie potrzebnym do zorganizowania tylko jednej imprezy. (Z drugiej strony turniej typu round-robin z dziesięcioma tysiącami graczy wymagałby stu milionów pojedynków.) Jedynym zastrzeżeniem jest to, że czas potrzebny na wydarzenie jest ustalany przez jego najwolniejszych zawodników. Te zawody sportowe to maraton i sugerują coś istotnego: wyścig zasadniczo różni się od walki. Rozważ różnicę między bokserami a narciarzami, między szermierzami a biegaczami. Bokser olimpijski musi narazić się na wstrząs mózgu $O(\log n)$ razy, zwykle od 4 do 6, aby dostać się na podium; dopuszczenie większej liczby sportowców do udziału w igrzyskach zagroziłoby zdrowiu wszystkich. Jednak zawodnik szkieletowy, skoczek narciarski lub specjalista od halfpipe'a musi podejmować tylko stałą liczbę ryzyk z grawitacją, niezależnie od wielkości boiska. Szermierz oddaje się na łaskę przeciwnika $O(\log n)$ razy, ale maratończyk musi przetrwać tylko jeden

wyścig. Możliwość przypisania prostej, numerycznej miary wydajności skutkuje algorytmem określającym stan w czasie stałym. To przejście od liczb „porządkowych” (które wyrażają jedynie rangę) do liczb „kardynalnych” (które bezpośrednio przypisują miarę do kalibru czegoś) w naturalny sposób porządkuje zbiór bez konieczności porównywania parami. W związku z tym umożliwia tworzenie hierarchii dominacji, które nie wymagają bezpośrednich pojedynków typu head-to-head. Lista Fortune 500, w zakresie, w jakim tworzy swego rodzaju hierarchię korporacyjną, jest jedną z nich. Aby znaleźć najcenniejszą firmę w Stanach Zjednoczonych, analitycy nie muszą przeprowadzać analizy due diligence, porównując Microsoft z General Motors, następnie General Motors z Chevron, Chevron z Walmart i tak dalej. Te pozornie konkursy typu „jabłka do pomarańczy” (ile instalacji oprogramowania dla przedsiębiorstw równa się liczbie kontraktów terminowych na ropę naftową?) stają się „jabłkami do jabłek” w przeliczeniu na dolary. Posiadanie punktu odniesienia – dowolnego punktu odniesienia – rozwiązuje problem obliczeniowy związany ze skalowaniem sortowania. W Dolinie Krzemowej na przykład krąży powiedzenie o spotkaniach: „Idziesz do pieniędzy, a pieniądze nie przychodzą do ciebie”. Sprzedawcy zwracają się do założycieli, założyciele do inwestorów venture capital, inwestorzy venture capital do swoich komandytariuszy. Możliwe jest, że poszczególne osoby będą miały pretensje do podstaw tej hierarchii, ale tak naprawdę nie będą kwestionować jej werdyktu. W rezultacie indywidualne interakcje w parach odbywają się przy minimalnej walce o status. Ogólnie rzecz biorąc, każda para ludzi może określić, bez konieczności negocjacji, kto i jaki poziom szacunku komu ma okazywać. Każdy wie, gdzie się spotkać. Podobnie, choć pierwszeństwo przejazdu na morzu w teorii reguluje niezwykle skomplikowany zestaw konwencji, w praktyce jedna prosta zasada określa, które statki ustępują któremu statkowi: „Prawo tonażu brutto”. Po prostu mniejszy statek schodzi z drogi większemu. Niektóre zwierzęta mają również szczęście, że mają tak wyraźne hierarchie dominacji. Jak zauważa Neumann: „Przyjrzyj się na przykład rybom: ta większa dominuje. To jest bardzo proste.” A ponieważ jest to takie proste, jest spokojne. W przeciwieństwie do kurczaków i naczelnych ryby porządkują bez rozlewu krwi. Kiedy myślimy o czynnikach, które umożliwiają istnienie społeczeństw ludzkich na dużą skalę, łatwo jest skupić się na technologiach: rolnictwie, metalach, maszynach. Jednak kulturowa praktyka pomiaru statusu za pomocą wymiernych wskaźników może być równie ważna. Pieniądze oczywiście nie muszą być kryterium; Na przykład zasada taka jak „szanuj starszych” również rozstrzyga kwestie statusu ludzi poprzez odniesienie do wspólnej wielkości. I ta sama zasada działa pomiędzy narodami, jak i wewnątrz nich. Często zauważa się, że punkt odniesienia, taki jak krajowy PKB – który leży u podstaw list zaproszonych na szczyty dyplomatyczne, takie jak G20 – jest przybliżonym i niedoskonałym pomiarem. Ale istnienie w ogóle jakiegokolwiek punktu odniesienia zmienia kwestię statusu narodowego z wymagającej co najmniej liniowej liczby przepychanek i rozstrzygnięć w kwestię mającą jeden punkt odniesienia, który ocenia wszystkich. Biorąc pod uwagę, że spory dotyczące statusu między narodami często przybierają formę militarną, oszczędza to nie tylko czas, ale i życie. Liniowa liczba walk może działać dobrze w przypadku małych grup; robią to w naturze. Ale w świecie, w którym status ustala się poprzez porównania parami – niezależnie od tego, czy obejmują one wymianę retoryki lub strzelaninę – skala konfrontacji szybko wymyka się spod kontroli wraz z rozwojem społeczeństwa. Działanie na skalę przemysłową, w której wiele tysięcy lub milionów osób dzieli tę samą przestrzeń, wymaga skoku dalej. Skok od porządkowego do kardynalnego. Choć ubolewamy nad codziennym wyścigiem szczurów, fakt, że jest to raczej wyścig, a nie walka, jest kluczową częścią tego, co odróżnia nas od małp, kurczaków – i, jeśli o to chodzi, szczurów.

Buforowanie

Zapomnij o tym

W praktycznym wykorzystaniu naszego intelektu zapominanie jest funkcją równie ważną jak zapamiętywanie. —WILLIAMA JAMESA

Masz problem. Twoja szafa jest przepełniona, rozsypując buty, koszule i bieliznę na podłogę. Myślisz: „Czas się zorganizować”. Teraz masz dwa problemy. W szczególności musisz najpierw zdecydować, co zachować, a po drugie, jak to zorganizować. Na szczęście istnieje niewielka grupa ludzi, którzy zajmują się tymi bliźniaczymi problemami w celach zarobkowych i chętnie służą swoją radą. Jeśli chodzi o to, co zatrzymać, Martha Stewart radzi zadać sobie kilka pytań: „Jak długo to mam? Czy to nadal działa? Czy jest to duplikat czegoś, co już posiadam? Kiedy ostatni raz to nosiłem lub używałem?” Jeśli chodzi o organizację tego, co przechowujesz, zaleca „grupowanie podobnych rzeczy”, a jej inni eksperci zgadzają się z tym. Francine Jay w książce *The Joy of Less* stwierdza: „Powieś razem wszystkie spodnie, spodnie, sukienki i płaszcze razem”. Andrew Mellen, który reklamuje się jako „najbardziej zorganizowany człowiek w Ameryce”, dyktuje: „Artykuły zostaną posortowane według rodzaju — wszystkie spodnie razem, koszule, płaszcze itp. W ramach każdego typu są one dodatkowo sortowane według koloru i stylu — z długimi lub krótkimi rękawami, przy dekolcie itp.” Poza problemem sortowania, jaki może to powodować, wygląda to na dobrą radę; z pewnością wydaje się jednomyślne. Tyle że istnieje inna, większa branża, złożona z profesjonalistów, którzy również obsesyjnie myślą o przechowywaniu i mają własne pomysły. Twoja szafa wiąże się z tym samym wyzwaniem, przed którym staje komputer zarządzający swoją pamięcią: przestrzeń jest ograniczona, a celem jest oszczędność zarówno pieniędzy, jak i czasu. Odkąd istnieją komputery, informatycy borykają się z podwójnymi problemami: co przechowywać i jak to zorganizować. Wyniki tych dziesięcioleci wysiłków pokazują, że w swojej czterozdaniowej radzie na temat tego, co wyrzucić, Martha Stewart tak naprawdę przedstawia kilka różnych i nie w pełni zgodnych zaleceń — z których jedna jest znacznie bardziej krytyczna od pozostałych. Informatyka zajmująca się zarządzaniem pamięcią ujawnia również dokładnie, jak powinna być zaaranżowana Twoja szafa (i biuro). Na pierwszy rzut oka wydaje się, że komputery podążają za maksymą Marthy Stewart dotyczącą „grupowania podobnych rzeczy”. Systemy operacyjne zachęcają nas do umieszczania plików w folderach, tworząc hierarchie, które rozgałęziają się w miarę jak ich zawartość staje się coraz bardziej szczegółowa. Ale tak jak porządek na biurku naukowca może ukryć bałagan w jego umyśle, tak pozorny porządek w systemie plików komputera przesłania wysoce sztuczny chaos związany z tym, jak dane są faktycznie przechowywane pod okleiną zagnieżdżonych folderów. To, co się naprawdę dzieje, nazywa się buforowaniem. Buforowanie odgrywa kluczową rolę w architekturze pamięci i leży u podstaw wszystkiego, od układu chipów procesora w skali milimetrowej po geografie globalnego Internetu. Oferuje nowe spojrzenie na różne systemy przechowywania i banki pamięci w życiu człowieka — nie tylko na nasze maszyny, ale także na nasze szafy, nasze biura i nasze biblioteki. I nasze głowy.

Hierarchia pamięci

Pewna kobieta miała bardzo bystrą świadomość, ale prawie żadnej pamięci.... Pamiętała wystarczająco dużo, żeby pracować, i pracowała ciężko. —LYDIA DAVIS Mniej więcej od około 2008 roku każdy, kto jest na rynku nowy komputer napotkał szczególną zagadkę przy wyborze opcji przechowywania. Muszą dokonać kompromisu między rozmiarem a szybkością. Branża komputerowa przechodzi obecnie od dysków twardych do dysków półprzewodnikowych; w tym samym przedziale cenowym dysk twardy będzie oferował znacznie większą pojemność, ale dysk półprzewodnikowy będzie oferował znacznie lepszą wydajność — o czym większość konsumentów już wie lub wkrótce odkryje, rozpoczynając zakupy. Zwykli konsumenci mogą nie wiedzieć, że dokładnie ten kompromis jest dokonywany w samej

maszynie w różnych skalach — do tego stopnia, że uważa się go za jedną z podstawowych zasad informatyki. W 1946 roku Arthur Burks, Herman Goldstine i John von Neumann pracujący w Institute for Advanced Study w Princeton przedstawili propozycję projektu tak zwanego elektrycznego „organu pamięci”. W idealnym świecie – napisali – maszyna oczywiście posiadałaby nieograniczoną ilość błyskawicznej pamięci, ale w praktyce nie było to możliwe. (W dalszym ciągu tak nie jest). Zamiast tego trio zaproponowało coś, co uznali za kolejną najlepszą rzecz: „hierarchię wspomnień, z których każda ma większą pojemność niż poprzednia, ale jest trudniej dostępna”. Mając efektywnie piramidę różnych form pamięci – małą, szybką i dużą, powolną – może moglibyśmy w jakiś sposób uzyskać to, co najlepsze z obu. Podstawowa idea hierarchii pamięci powinna być intuicyjna dla każdego, kto kiedykolwiek korzystał z biblioteki. Jeśli szukasz tematu do pracy, założmy, że są pewne książki, do których być może będziesz musiał wracać wielokrotnie. Zamiast za każdym razem wracać do biblioteki, oczywiście przeglądasz odpowiednie książki i zabierasz je do domu na swoje biurko, gdzie masz do nich łatwiejszy dostęp. W informatyce koncepcja „hierarchii pamięci” pozostawała jedynie teorią aż do opracowania w 1962 roku w Manchesterze w Anglii superkomputera o nazwie Atlas. Jego główna pamięć składała się z dużego bębna, który można było obracać w celu odczytu i zapisu informacji, podobnie jak woskowy cylinder gramofonowy. Ale Atlas miał też mniejszą, szybszą „pracującą” pamięć zbudowaną z polaryzacji magnesów. Dane można było odczytać z bębna do magnesów, z łatwością tam manipulować, a wyniki następnie zapisać z powrotem na bębnie. Wkrótce po opracowaniu Atlasu matematyk z Cambridge Maurice Wilkes zdał sobie sprawę, że ta mniejsza i szybsza pamięć to nie tylko wygodne miejsce do pracy z danymi przed ich ponownym zapisaniem. Można go również wykorzystać do celowego przechowywania informacji, które mogą być potrzebne później, przewidywania podobnych przyszłych żądań i radykalnego przyspieszania działania maszyny. Jeśli to, czego potrzebujesz, nadal znajdowało się w pamięci roboczej, nie musiałbyś w ogóle ładować tego z bębna. Jak to ujął Wilkes, mniejsza pamięć „automatycznie gromadzi w sobie słowa pochodzące z wolniejszej pamięci głównej i udostępnia je do późniejszego wykorzystania bez konieczności ponownego naliczania kary za dostęp do pamięci głównej”. Kluczem byłoby oczywiście zarządzanie tą małą, szybką i cenną pamięcią, tak aby zawierała to, czego szukałeś tak często, jak to możliwe. Kontynuując analogię z biblioteką: jeśli jesteś w stanie tylko raz udać się do stosów, aby zdobyć wszystkie potrzebne książki, a następnie spędzić resztę tygodnia pracując w domu, to prawie tak dobrze, jak gdyby każda książka w bibliotece był już dostępny na Twoim biurku. Im częściej wracasz do biblioteki, tym wolniej wszystko idzie i tym mniej Twoje biurko tak naprawdę dla Ciebie robi. Propozycję Wilkesa zaimplementowano w superkomputerze IBM 360/85 pod koniec lat 60. XX wieku, gdzie zyskał on nazwę „pamięci podręcznej”. Od tego czasu pamięci podręczne pojawiły się wszędzie w informatyce. Pomysł przechowywania fragmentów informacji, do których Ty możesz odnosić się często ma tak duże możliwości, że można go stosować w każdym aspekcie obliczeń. Procesory mają pamięć podręczną. Dyski twarde mają pamięć podręczną. Systemy operacyjne mają pamięć podręczną. Przeglądarki internetowe mają pamięć podręczną. Serwery dostarczające treści do tych przeglądarek również mają pamięć podręczną, dzięki czemu możliwe jest natychmiastowe pokazanie tego samego filmu przedstawiającego kota jadącego na odkurzaczu, co miliony... Ale trochę wyprzedzamy siebie. Historię komputerów trwającą ponad pięćdziesiąt lat przedstawia się jako historię wykładniczego wzrostu rok po roku – odnosząc się częściowo do słynnej, dokładnej prognozy „prawa Moore’a” dokonanej przez Gordona Moore’a z Intela w 1975 r., że liczba komputerów tranzystorów w procesorach podwajałoby się co dwa lata. To, co nie uległo poprawie w tym tempie, to wydajność pamięci, co oznacza, że w stosunku do czasu przetwarzania koszt dostępu do pamięci również rośnie wykładniczo. Na przykład, im szybciej możesz pisać prace, tym większa jest utrata produktywności po każdej wizycie w bibliotece. Podobnie fabryka, która co roku podwaja prędkość produkcyjną – ale ma taką samą liczbę części wysyłanych do niej z zagranicy w tym samym powolnym tempie – będzie oznaczać niewiele więcej niż fabryka, która jest dwukrotnie mniej bezczynna. Przez chwilę wydawało się, że prawo Moore’a niewiele

daje, z wyjątkiem procesorów, które kręciły kciukami coraz szybciej i coraz częściej. W latach 90. zaczęto to nazywać „ścianą pamięci”. Najlepszą obroną informatyki przed uderzeniem w ten mur jest coraz bardziej skomplikowana hierarchia: pamięci podręczne dla pamięci podręcznych dla pamięci podręcznych, aż do samego dołu. Nowoczesne laptopy, tablety i smartfony konsumenckie mają sześciowarstwową hierarchię pamięci, a inteligentne zarządzanie pamięcią nigdy nie było tak ważne w informatyce jak dzisiaj. Zacznijmy więc od pierwszego pytania, które przychodzi na myśl, dotyczącego skrytek (lub szaf, jeśli już o tym mowa). Co zrobimy, gdy się zapełnią?

Eksmisja i jasnovidzenie

Polegaj na tym, że nadchodzi czas, kiedy po każdym dodaniu wiedzy zapominasz o czymś, co wiedziałeś wcześniej. Jest zatem sprawą najwyższej wagi, aby niepotrzebne fakty nie wypierały przydatnych. — SHERLOK HOLMES

Kiedy pamięć podręczna się zapełni, oczywiście będziesz musiał zwolnić miejsce, jeśli chcesz przechowywać cokolwiek innego, a w informatyce to zwalnianie miejsca nazywa się „wymianą pamięci podręcznej” lub „eksmisją pamięci podręcznej”. Jak napisał Wilkes: „Ponieważ [pamięć podręczna] może stanowić jedynie ułamek rozmiaru pamięci głównej, słowa nie mogą być w niej przechowywane w nieskończoność i do systemu musi być podłączony algorytm, dzięki któremu będą one stopniowo nadpisywane”. Algorytmy te nazywane są „zasadami zastępowania” lub „zasadami eksmisji” lub po prostu algorytmami buforowania. Jak widzieliśmy, IBM odegrał wczesną rolę we wdrażaniu systemów buforowania w latach sześćdziesiątych. Nic dziwnego, że było to także miejsce, w którym prowadzono przełomowe, wczesne badania nad algorytmami buforowania – żadne z nich nie było być może tak ważne jak badania László „Lesa” Bélády’ego. Bélády urodził się w 1928 r. na Węgrzech, gdzie studiował jako inżynier mechanik, zanim uciekł do Niemiec podczas rewolucji węgierskiej w 1956 r., mając tylko torbę zawierającą „jedną zmianę bielizny i moją pracę dyplomową”. Z Niemiec udał się do Francji, a w 1961 r. wyemigrował do Stanów Zjednoczonych, przywożąc żonę „niemowlętego synka i 1000 dolarów w kieszeni i to wszystko”. Wygląda na to, że do czasu, gdy znalazł się w IBM, pracując nad usuwaniem pamięci podręcznej, nabył już doskonale wyczucia tego, co zachować, a co zostawić. Artykuł Bélády’ego z 1966 roku na temat algorytmów buforowania stał się najczęściej cytowanym dziełem badań informatycznych przez piętnaście lat. Jak wyjaśnia, celem zarządzania pamięcią podręczną jest zminimalizowanie sytuacji, w których nie możesz znaleźć tego, czego szukasz w pamięci podręcznej i musisz przejść do wolniejszej pamięci głównej, aby to znaleźć; są one nazywane „błędami strony” lub „błędami pamięci podręcznej”. Optymalna polityka usuwania pamięci podręcznej – zasadniczo z definicji, napisał Bélády – polega na tym, że gdy pamięć podręczna jest pełna, eksmitowanie tego elementu, którego będziemy potrzebować najdłużej od teraz. Oczywiście łatwiej jest powiedzieć, kiedy dokładnie będziesz czegoś potrzebować, niż zrobić. Hipotetyczny, wszechwiedzący, przewidujący algorytm, który patrzy w przyszłość i realizuje optymalną politykę, jest dziś znany w hołdzie jako algorytm Bélády’ego. Algorytm Bélády’ego jest przykładem tego, co informatycy nazywają algorytmem „jasnowidza”: algorytmu opartego na danych z przyszłości. Nie musi to być tak szalone, jak się wydaje — są przypadki, w których system może wiedzieć, czego się spodziewać — ale ogólnie rzecz biorąc, jasnovidzenie jest trudne, a inżynierowie oprogramowania żartują, że napotkają „trudności z wdrożeniem”, gdy próbują wdrożyć algorytm Bélády’ego w praktyce. Wyzwanie polega więc na znalezieniu algorytmu, który będzie jak najbardziej zbliżony do jasnovidzenia, na wszystkie te chwile, kiedy utkniemy twardo w terażniejszości i możemy jedynie zgadywać, co nas czeka. Moglibyśmy po prostu spróbować Random Eviction, dodając nowe dane do pamięci podręcznej i losowo nadpisując stare dane. Jednym z zaskakujących wczesnych wyników teorii buforowania jest to, że choć dalekie od doskonałości, podejście to nie jest w połowie złe. Tak się składa, że samo posiadanie pamięci podręcznej sprawia, że system jest bardziej wydajny, niezależnie od tego, w jaki sposób go utrzymujesz.

Przedmioty, których często używasz, i tak wkrótce znajdują się z powrotem w pamięci podręcznej. Inną prostą strategią jest zasada „pierwsze weszło, pierwsze wyszło” (FIFO), w której eksmitujesz lub nadpisujesz to, co najdłużej znajdowało się w pamięci podręcznej (jak w pytaniu Marthy Stewart „Jak długo to mam?”). Trzecie podejście to ostatnio używane (LRU): eksmisja przedmiotu, który najdłużej leżał nietknięty (Stewart: „Kiedy ostatni raz go nosiłem lub używałem?”). Okazuje się, że te dwie mantry Stewart nie tylko sugerują zupełnie odmienną politykę, ale jedna z jej sugestii wyraźnie przewyższa drugą. Bélády porównał losową eksmisję, FIFO i warianty LRU w wielu scenariuszach i odkrył, że LRU konsekwentnie działał najbliżej jasnowidzenia. Zasada LRU jest skuteczna ze względu na coś, co informatycy nazywają „lokalnością czasową”: jeśli program raz zażądał określonej informacji, prawdopodobnie zrobi to ponownie w najbliższej przyszłości. Lokalność czasowa wynika częściowo ze sposobu, w jaki komputery rozwiązują problemy (na przykład wykonywanie pętli tworzącej szybką serię powiązanych odczytów i zapisów), ale pojawia się również w sposobie, w jaki ludzie rozwiązują problemy. Jeśli pracujesz na komputerze, być może przełączasz się między pocztą e-mail, przeglądarką internetową i edytorem tekstu. Fakt, że ostatnio korzystałeś z jednego z nich, jest wskazówką, że prawdopodobnie zrobisz to ponownie, a przy założeniu, że program, którego nie używasz od dłuższego czasu, prawdopodobnie również to zrobi. nie będzie używany przez jakiś czas. W rzeczywistości zasada ta jest nawet ukryta w interfejsie, który komputery pokazują swoim użytkownikom. Okna na ekranie komputera mają tak zwany „porządek Z” – symulowaną głębokość, która określa, na które programy zostaną nałożone nakładki. Najmniej ostatnio używane lądują na dole. Jak ujęła to była dyrektor kreatywna przeglądarki Firefox, Aza Raskin: „Większość czasu, korzystając z nowoczesnej przeglądarki (komputera), spędzasz w cyfrowym odpowiedniku przerzucania papierów”. To „przemieszanie” jest również dokładnie odzwierciedlone w interfejsach przełączania zadań w systemach Windows i Mac OS: po naciśnięciu Alt + Tab lub Command + Tab, zobaczysz listę aplikacji w kolejności od ostatnio do najrzadziej używanej. Literatura na temat zasad eksmisji jest tak głęboka, jak tylko można sobie wyobrazić – obejmuje algorytmy uwzględniające częstotliwość i niedawność użycia, algorytmy śledzące czas przedostatniego dostępu, a nie ostatniego i tak dalej. Jednak pomimo mnóstwa innowacyjnych schematów buforowania, z których niektóre mogą pokonać LRU w odpowiednich warunkach, sam LRU – wraz z drobnymi poprawkami – jest zdecydowaną faworytą informatyków i jest używany w szerokiej gamie wdrożonych aplikacji w różnych warunkach waga. LRU uczy nas, że następną rzeczą, której możemy się spodziewać, jest ostatnia rzecz, której będziemy potrzebować, podczas gdy rzecz, której będziemy potrzebować później, będzie prawdopodobnie drugą od niedawna. A ostatnią rzeczą, jakiej możemy się spodziewać, jest ta, bez której już obyliśmy się najdłużej. Jeśli nie mamy dobrego powodu, by sądzić inaczej, wydaje się, że naszym najlepszym przewodnikiem po przyszłości jest lustrzane odbicie przeszłości. Rzeczą najbardziej zbliżoną do jasnowidzenia jest założenie, że historia się powtarza – wstecz.

Wywracanie biblioteki na lewą stronę

Głęboko w podziemiach Gardner Stacks na Uniwersytecie Kalifornijskim w Berkeley, za zamkniętymi drzwiami i widocznym napisem „Tylko dla personelu”, całkowicie niedostępnym dla czytelników, znajduje się jeden z klejnotów systemu bibliotecznego Uniwersytetu Kalifornijskiego. Cormac McCarthy, Thomas Pynchon, Elizabeth Bishop i JD Salinger; Anaïs Nin, Susan Sontag, Junot Díaz i Michael Chabon; Annie Proulx, Mark Strand i Philip K. Dick; William Carlos Williams, Chuck Palahniuk i Toni Morrison; Denis Johnson, Juliana Spahr, Jorie Graham i David Sedaris; Sylvia Plath, David Mamet, David Foster Wallace i Neil Gaiman... Nie jest to rzadki księgozbiór biblioteki; to jego pamięć podręczna. Jak już wspomnieliśmy, biblioteki są naturalnym przykładem hierarchii pamięci, jeśli są używane w połączeniu z naszą przestrzenią na biurku. W rzeczywistości biblioteki same w sobie, z różnymi sekcjami i urządzeniami do przechowywania, są doskonałym przykładem wielopoziomowej hierarchii pamięci. W rezultacie napotykać różnego rodzaju problemy z buforowaniem. Muszą zdecydować, które książki

umieścić na ograniczonej powierzchni wystawowej z przodu biblioteki, które trzymać w stosach, a które przekazać do magazynu zewnętrznego. Zasady przekazywania książek poza siedzibę różnią się w zależności od biblioteki, ale prawie wszystkie korzystają z wersji LRU. „Na przykład w przypadku Main Stacks” – mówi Beth Dupuis, która nadzoruje proces w bibliotekach Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley – „jeśli pozycja nie była używana przez dwanaście lat, jest to granica”. Na drugim końcu spektrum książek nietkniętych od kilkunastu lat znajduje się obszar „zgrubnego sortowania”, który omówiliśmy w poprzednim rozdziale. To tutaj trafiają książki zaraz po zwróceniu, zanim zostaną w pełni posortowane i ponownie ułożone na stosach. Ironią jest to, że ciężko pracujący asystenci, którzy odkładają je z powrotem na półki, mogą w pewnym sensie sprawić, że będą mniej uporządkowane. Oto dlaczego: jeśli obowiązuje lokalność czasowa, to na półkach do wstępnego sortowania znajdują się najważniejsze książki w całym budynku. Są to książki, które były ostatnio używane, więc to właśnie ich klienci będą najczęściej szukać. Wydaje się przestępstwem, że prawdopodobnie najatrakcyjniejsza i najatrakcyjniejsza do przeglądania półka spośród wielu bibliotek jest zarówno ukryta, jak i stale niszczone przez gorliwych pracowników biblioteki, którzy po prostu wykonują swoją pracę. Tymczasem w holu Biblioteki Licencjackiej Moffit – gdzie znajdują się najbardziej widoczne i dostępne półki – prezentowane są ostatnio zakupione książki. Tworzy to coś w rodzaju pamięci podręcznej FIFO, uprzywilejowując elementy, które zostały ostatnio dodane do biblioteki, a nie ostatnie przeczytane. Dominująca wydajność algorytmu LRU w większości testów, jakie rzucali mu informatycy, prowadzi do prostej sugestii: wyrócić bibliotekę do góry nogami. Odłóż nabytki na bok, dla tych, którzy chcą je znaleźć. I umieść ostatnio zwrócone przedmioty w holu, gdzie nadają się do przeglądania. Ludzie są istotami społecznymi i prawdopodobnie dla studentów studiów licencjackich interesujące byłoby zapoznanie się z ich własnymi nawykami czytelnictwa. Popchnęłoby kampus w kierunku bardziej organicznej i swobodnej wersji tego, do czego dążą uczelnie, przydzielając „wspólne książki”, a mianowicie ułatwiania intelektualnych wspólnych punktów odniesienia. W tym przypadku książki czytane na kampusie, jakiegokolwiek by one nie były, stałyby się książkami, na które najprawdopodobniej nieoczekiwanie natkną się inni studenci. Coś w rodzaju oddolnego, oddolnego odpowiednika wspólnego programu książkowego. Ale taki system byłby nie tylko bardziej pozytywny społecznie. Ponieważ ostatnio zwrócone przedmioty są tymi, które najprawdopodobniej zostaną wyewidencjonowane w następnej kolejności, byłoby to również bardziej wydajne. To prawda, że uczniów może zdziwić fakt, że popularne książki czasami można znaleźć na stosach, a czasem w lobby. Jednakże na stosach tak czy inaczej brakuje niedawno zwróconych książek, które oczekują na ponowne umieszczenie na półce. Tyle, że obecnie są one niedostępne podczas tej krótkiej zawieszki. Jeśli zamiast tego zwrócone książki ozdobią hol, uczniowie będą mieli szansę na całkowite skrócenie procesu odkładania na półki. Żaden pracownik nie musiałby zapuszczać się na stosy, aby zdeponować woluminy, ani studenci nie musieliby zapuszczać się na stosy, aby je odzyskać. Dokładnie tak ma działać buforowanie.

Chmura na końcu ulicy

„Właściwie stworzyliśmy mapę kraju w skali od mili do mili!” „Czy dużo go używałeś?” – zapytałem. „Nigdy jeszcze tego nie rozpowszechniono” – powiedział Mein Herr: „rolnicy sprzeciwili się: twierdzili, że tak się stanie, że zakryj cały kraj i zablokuj światło słoneczne! Dlatego teraz używamy samego kraju jako własnej mapy i zapewniam cię, że radzi sobie prawie równie dobrze. —LEWIS CARROLL

Często myślimy o Internecie jako o płaskiej, niezależnej i luźno połączonej sieci. W rzeczywistości to żadna z tych rzeczy. Jedna czwarta całego ruchu internetowego jest obecnie obsługiwana przez jedną korporację, której udaje się niemal całkowicie pozostać poza nagłówkami gazet. Ta firma z siedzibą w Massachusetts nazywa się Akamai i zajmuje się buforowaniem. Uważamy również, że Internet jest abstrakcyjny, dematerialny i postgeograficzny. Powiedziano nam, że nasze dane znajdują się „w

chmurze”, co ma sugerować rozproszone, odległe miejsce. Powtórzę raz jeszcze: żadne z nich nie jest prawdą. Rzeczywistość jest taka, że Internet składa się wyłącznie z wiązek fizycznych przewodów i metalowych stojaków. Jest to znacznie bardziej powiązane z geografiami, niż można by się spodziewać. Projektując sprzęt komputerowy, inżynierowie myślą o geografii w małej skali: szybsza pamięć jest zwykle umieszczana bliżej procesora, co minimalizuje długość przewodów, którymi musi podróżować informacja. Dzisiejsze cykle procesorów mierzone są w gigahercach, co oznacza, że wykonują one operacje w ułamkach nanosekund. Dla porównania, jest to czas potrzebny światłu na przebycie kilku cali, dlatego też fizyczny układ elementów wewnętrznych komputera budzi duże obawy. Stosując tę samą zasadę na znacznie większą skalę, faktyczne położenie geograficzne okazuje się krytyczne dla funkcjonowania sieci, której przewody rozciągają się nie na cale, ale potencjalnie na tysiące mil. Jeśli możesz utworzyć pamięć podręczną zawartości stron internetowych, która będzie fizycznie i geograficznie bliżej osób, które jej potrzebują, możesz szybciej udostępniać te strony. Większość ruchu w Internecie jest obecnie obsługiwana przez „sieci dystrybucji treści” (CDN), w których skład wchodzi komputery na całym świecie przechowujące kopie popularnych witryn internetowych. Dzięki temu użytkownicy żądający tych stron mogą uzyskać dane z pobliskiego komputera, bez konieczności pokonywania długich tras przez kontynenty do pierwotnego serwera. Największą z tych sieci CDN zarządza Akamai: dostawcy treści płacą za „Akamaizację” swoich witryn internetowych w celu uzyskania lepszej wydajności. Na przykład Australijczyk przesyłający strumieniowo wideo z BBC prawdopodobnie trafia na lokalne serwery Akamai w Sydney; prośba w ogóle nie dociera do Londynu. Nie musi. Mówi główny architekt Akamai, Stephen Ludin: „Naszym przekonaniem – i wokół tego budujemy firmę – że odległość ma znaczenie”. W naszej wcześniejszej dyskusji zauważyliśmy, że niektóre typy pamięci komputerowej charakteryzują się większą wydajnością, ale kosztem więcej na jednostkę pamięci, co prowadzi do „hierarchii pamięci”, która stara się uzyskać to, co najlepsze z obu. Ale tak naprawdę nie jest konieczne, aby pamięć była wykonana z różnych materiałów, aby buforowanie miało sens. Buforowanie jest równie przydatne, gdy liczy się bliskość, a nie wydajność, bo to rzadki zasób. To podstawowe założenie – że pliki na żądanie powinny być przechowywane w pobliżu miejsca, w którym są używane – przekłada się również na środowiska czysto fizyczne. Na przykład ogromne centra logistyczne firmy Amazon generalnie unikają wszelkich form organizacji zrozumiałych dla człowieka, takich, jakie można znaleźć w bibliotece lub domu towarowym. Zamiast tego pracownikom zaleca się umieszczanie przychodzących artykułów tam, gdzie jest to możliwe w magazynie – baterie obok siebie, temperówki, pieluchy, grille i płyty DVD z nauką dobrego – i oznaczają lokalizację każdego artykułu w centralnej bazie danych. za pomocą kodów kreskowych. Jednak ten celowo wyglądający na chaotyczny system przechowywania wciąż ma jeden widoczny wyjątek: artykuły o dużym popycie są umieszczane w innym miejscu, łatwiej dostępnym niż reszta. Ten obszar to pamięć podręczna Amazona. Niedawno Amazon otrzymał patent na innowację, która posuwa tę zasadę o krok dalej. Patent mówi o „wyprzedzającej wysyłce paczek”, którą prasa podchwyciła, jak gdyby Amazon mógł w jakiś sposób wysłać Ci coś pocztą, zanim to kupisz. Amazon, jak każda firma technologiczna, chciałby mieć tego rodzaju jasnowidzenie na poziomie Bélády’ego, ale w najlepszym przypadku sprowadza się do buforowania. Ich patent dotyczy w rzeczywistości wysyłania produktów, które stały się ostatnio popularne w danym regionie, do magazynu tymczasowego w tym regionie – na przykład posiadanie własnego CDN dla towarów fizycznych. Następnie, gdy ktoś złoży zamówienie, przedmiot jest tuż obok. Przewidywanie zakupów pojedynczych osób jest wyzwaniem, ale gdy przewiduje się zakupy kilku tysięcy osób, włącza się prawo wielkich liczb. Ktoś w Berkeley zamierza danego dnia zamówić, powiedzmy, papier toaletowy z recyklingu, a kiedy to robi, już większość drogi. Kiedy rzeczy popularne na danym obszarze również pochodzą z tego obszaru, pojawia się jeszcze bardziej interesująca geografia chmury. W 2011 roku krytyk filmowy Micah Mertes stworzył mapę Stanów Zjednoczonych, korzystając z „Lokalnych ulubionych” poszczególnych stanów w serwisie Netflix, przedstawiając filmy niezwykle popularne w każdym z tych stanów. Okazało się, że w

przeważającej mierze ludzie uwielbiają oglądać filmy, których akcja rozgrywa się w miejscu ich zamieszkania. Mieszkańcy Waszyngtonu preferują singli, a akcja rozgrywa się w Seattle; Mieszkańcy Luizjany oglądają The Big Easy, którego akcja rozgrywa się w Nowym Orleanie; Angelinos, co nie jest zaskoczeniem, lubią L.A. Story; Mieszkańcy Alaski uwielbiają Braving Alaska; i Montanans w Montana Sky.* A ponieważ nic nie przynosi tak dużych korzyści z lokalnego buforowania, jak ogromne pliki składające się na pełnometrażowy film HD, mamy pewność, że Netflix zaaranżował to tak, aby pliki na przykład L.A. Story znajdowały się bezpośrednio w Los Angeles, podobnie jak jego bohaterowie – i, co ważniejsze, jego fani.

Buforowanie na froncie domowym

Chociaż buforowanie zaczęło się jako schemat organizowania informacji cyfrowych w komputerach, jasne jest, że ma ono również zastosowanie do organizowania obiektów fizycznych w środowisku człowieka. Kiedy rozmawialiśmy z Johnem Hennessym – rektorem Uniwersytetu Stanforda i pionierskim architektem komputerowym, który pomógł opracować nowoczesne systemy buforowania – natychmiast dostrzegł link:

Buforowanie jest rzeczą oczywistą, ponieważ robimy to cały czas. Mam na myśli ilość informacji, które otrzymuję... pewne rzeczy, które muszę teraz przechowywać, kilka rzeczy, które mam na biurku, a potem inne rzeczy są segregowane, a następnie ostatecznie umieszczane w systemie archiwów uniwersyteckich, gdzie jeśli chcę, wydobyć z tego czegoś zajmuje cały dzień. Ale cały czas używamy tej techniki, próbując uporządkować swoje życie.

Bezpośrednie podobieństwo między tymi problemami oznacza, że istnieje potencjał świadomego zastosowania rozwiązań z informatyki w domu. Po pierwsze, kiedy decydujesz, co zachować, a co wyrzucić, LRU jest potencjalnie dobrą zasadą do zastosowania – znacznie lepszą niż FIFO. Nie musisz koniecznie wyrzucać tej koszulki ze studiów, jeśli nadal ją nosisz od czasu do czasu. Ale spodnie w kratę, których nie nosiłeś od lat? Mogą to być czyjeś cuda w sklepie z używaną odzieżą.

Po drugie, wykorzystaj geografii. Upewnij się, że rzeczy znajdują się w skrytce znajdującej się najbliżej miejsca, w którym są zwykle używane. Nie jest to konkretna rekomendacja w większości książek o organizacji domu, ale konsekwentnie pojawia się w programach, które prawdziwi ludzie opisują jako dobrze się sprawdzające. „Biegam i ćwiczę sprzęt w skrzyni stojącej na podłodze przed szafą na ubrania” – mówi na przykład jedna z osób cytowana w książce Julie Morgenstern *Organizing from the Inside Out*. „Lubię mieć go blisko drzwi wejściowych”. Nieco bardziej skrajny przykład pojawia się w książce *Keeping Found Things Found* autorstwa Williama Jonesa:

Lekarka opowiedziała mi o swoim podejściu do przechowywania rzeczy. „Moje dzieci uważają, że jestem wariatem, ale odkładam rzeczy tam, gdzie myślę, że będą mi później potrzebne, nawet jeśli nie ma to większego sensu”. Jako przykład swojego systemu podała mi, że trzyma dodatkowe worki do odkurzacza za kanapą w salonie. Za kanapą w salonie? Czy to ma jakiś sens?... Okazuje się, że gdy używamy odkurzacza, to najczęściej do dywanu w salonie.... Kiedy worek do odkurzacza się zapełni i trzeba będzie nowy, to najczęściej w salonie pokój. I właśnie tam znajdują się worki do odkurzacza.

Ostatnim spostrzeżeniem, które nie znalazło się jeszcze w przewodnikach po organizacji szafy, jest wielopoziomowa hierarchia pamięci. Posiadanie pamięci podręcznej jest wydajne, ale posiadanie wielu poziomów pamięci podręcznej — od najmniejszej i najszybszej do największej i najwolniejszej — może być jeszcze lepsze. Jeśli chodzi o Twoje rzeczy, szafa znajduje się na jednym poziomie skrytki, piwnica na drugim, a szafka do samodzielnego przechowywania na trzecim. (Oczywiście są one uporządkowane według malejącej szybkości dostępu, więc powinieneś zastosować zasadę LRU jako podstawę do podjęcia decyzji, co zostanie eksmitowane z każdego poziomu na następny.) Ale możesz także

przyspieszyć działanie, dodając jeszcze jeden poziom buforowania: jeszcze mniejszy, szybszy i bliższy niż Twoja szafa. Poza tym niezwykle tolerancyjna żona Toma sprzeciwia się stosowi ubrań obok łóżka, pomimo jego upierania się, że w rzeczywistości jest to bardzo wydajny system buforowania. Na szczęście nasze rozmowy z informatykami wykazały rozwiązanie również i tego problemu. Rik Belew z Uniwersytetu Kalifornijskiego w San Diego, który bada wyszukiwarki z perspektywy poznawczej, zalecił korzystanie z parkingu. Choć obecnie nie widuje się ich zbyt wiele, stanowisko parkingowe to w zasadzie szafa na jeden strój, złożony wieszak na marynarkę, krawat i spodnie – idealny element sprzętu do domowych potrzeb związanych z buforowaniem. To pokazuje, że informatycy nie tylko zaoszczędzą czas; mogą także uratować Twoje małżeństwo.

Archiwizacja i pilowanie

Po podjęciu decyzji, co zachować i gdzie umieścić, ostatnim wyzwaniem jest wiedza, jak to zorganizować. Rozmawialiśmy już o tym, co mieści się w szafie i gdzie powinna się ona znajdować, ale jak uporządkować rzeczy w środku? Jedną ze stałych cech wszystkich porad dotyczących organizacji domu, które widzieliśmy do tej pory, jest pomysł grupowania „podobnych z podobnymi” – i być może nikt tak bezpośrednio nie sprzeciwia się tej radzie jak Yukio Noguchi. „Muszę podkreślić” – mówi Noguchi – „że bardzo podstawową zasadą mojej metody jest niegrupowanie plików według zawartości.” Noguchi jest ekonomistą na Uniwersytecie Tokijskim i autorem serii książek oferujących „super” triki ułatwiające uporządkowanie biura i życia. Ich tytuły można z grubsza przetłumaczyć jako metoda super perswazji, metoda super pracy, metoda super nauki i, co dla nas najważniejsze, metoda super zorganizowanej. Na początku swojej kariery ekonomisty Noguchi był nieustannie zalewany informacjami – korespondencją, danymi, rękopisami – i tracił znaczną część każdego dnia na próby uporządkowania tego wszystkiego. Szukał więc alternatywy. Zaczął od prostego umieszczenia każdego dokumentu w pliku oznaczonym tytułem i datą dokumentu, a następnie włożenia wszystkich plików do jednego dużego pudełka. Oszczędziło to czas – nie musiał myśleć o właściwym miejscu do umieszczenia każdego dokumentu – ale nie przełożyło się na jakąkolwiek formę organizacji. Potem, gdzieś na początku lat 90., nastąpił przełom: zaczął wstawiać pliki wyłącznie po lewej stronie pudełka. I tak narodził się „super” system archiwizacji. Zasada wstawiania lewej strony, jak określa Noguchi, musi być przestrzegana zarówno w przypadku starych, jak i nowych plików: za każdym razem, gdy wyciągasz plik, aby wykorzystać jego zawartość, po powrocie do skrzynki. A gdy szukasz pliku, zawsze zaczynasz również od lewej strony. Dzięki temu najszybciej można znaleźć pliki, do których uzyskiwano ostatnio dostęp. Ta praktyka zaczęła się, wyjaśnia Noguchi, ponieważ powrót każdego pliku na lewą stronę był po prostu łatwiejszy niż próba ponownego wstawienia go w tym samym miejscu, z którego pochodził. Dopiero stopniowo zdał sobie sprawę, że ta procedura jest nie tylko prosta, ale także zaskakująco skuteczna. System archiwizacji Noguchi wyraźnie oszczędza czas, gdy wymieniasz coś po zakończeniu jego używania. Pozostaje jednak pytanie, czy jest to dobry sposób na znalezienie potrzebnych plików. Przecież z pewnością kłóci się to z zaleceniami innych guru efektywności, którzy mówią nam, że powinniśmy łączyć podobne rzeczy w jedną całość. Rzeczywiście, nawet etymologia słowa „zorganizowany” przywołuje na myśl ciało złożone z narządów – które są niczym innym jak komórkami zgrupowanymi w podobny sposób i podobnymi”, połączonymi razem przez podobną formę i funkcję. Ale informatyka daje nam coś, czego nie daje większość guru wydajności: gwarantuje. Choć Noguchi wtedy o tym nie wiedział, jego system archiwizacji stanowi rozszerzenie zasady LRU. LRU mówi nam, że kiedy dodajemy coś do naszej pamięci podręcznej, powinniśmy odrzucić najstarszy element, ale nie mówi nam, gdzie powinniśmy umieścić nowy element. Odpowiedź na to pytanie pochodzi z badań przeprowadzonych przez informatyków w latach 70. i 80. XX wieku. Ich wersja problemu nazywa się „listami samoorganizującymi się”, a jej konfiguracja niemal dokładnie naśladuje dylemat Noguchiego dotyczący archiwizacji. Wyobraź sobie, że masz zestaw elementów w sekwencji i musisz okresowo je przeszukiwać, aby znaleźć określone elementy. Samo wyszukiwanie jest ograniczone do

liniowego — musisz przeglądać elementy jeden po drugim, zaczynając od początku — ale gdy znajdziesz przedmiot, którego szukasz, możesz umieścić go z powrotem w dowolnym miejscu sekwencji. Gdzie należy wymienić elementy, aby wyszukiwanie było jak najbardziej efektywne? W ostatecznej pracy na temat list samoorganizujących się, opublikowanej przez Daniela Sleatora i Roberta Tarjana w 1985 r., zbadano (w klasyczny sposób z zakresu informatyki) najgorsze działanie różnych sposobów organizowania listy przy wszystkich możliwych sekwencjach żądań. Intuicyjnie, ponieważ wyszukiwanie zaczyna się od przodu, warto ułożyć kolejność tak, aby najprawdopodobniej wyszukiwane elementy pojawiały się właśnie tam. Ale jakie to będą przedmioty? Znowu wracamy do pragnienia jasnowidzenia. „Jeśli znasz sekwencję z wyprzedzeniem”, mówi Tarjan, który dzieli swój czas między Princeton i Dolinę Krzemową, „możesz dostosować strukturę danych, aby zminimalizować całkowity czas całej sekwencji. To optymalny algorytm offline: algorytm Boga, jeśli wolisz, lub algorytm w niebie. Oczywiście nikt nie zna przyszłości, więc pytanie brzmi: jeśli nie znasz przyszłości, jak blisko możesz zbliżyć się do optymalnego algorytmu na niebie? Wyniki Sleatora i Tarjana pokazały, że niektóre „bardzo proste schematy samoregulacji, co zaskakujące, wchodzi w skład stałego czynnika” jasnowidzenia.

Mianowicie, jeśli postępujesz zgodnie z zasadą LRU – gdzie po prostu zawsze umieść element z powrotem na samym początku listy — wtedy łączny czas spędzony na szukaniu nigdy nie będzie większy niż dwa razy dłuższy, niż gdybyś znał przyszłość. Nie jest to gwarancja, którą może dać jakikolwiek inny algorytm. Uznanie systemu archiwizacji Noguchi za przykład zastosowania zasady LRU w działaniu mówi nam, że jest on nie tylko skuteczny. To rzeczywiście optymalne. Wyniki Sleatora i Tarjana dostarczają nam jeszcze jednego zwrotu, który możemy uzyskać, przewracając System Archiwizacji Noguchi na bok. Po prostu pudełko z plikami na boku staje się stosem. I taka jest natura stosów, że przeszukujesz je od góry do dołu i że za każdym razem, gdy wyciągasz dokument, wraca on nie tam, gdzie go znalazłeś, ale na wierzch.* Krótko mówiąc, matematyka samoorganizujących się list sugeruje coś radykalnego: wielka sterta papierów na Twoim biurku, nie będąca chaosem wywołującym poczucie winy, jest w rzeczywistości jedną z najlepiej zaprojektowanych i wydajnych dostępnych struktur. To, co innym może wydawać się nieorganizowanym bałaganem, w rzeczywistości jest samoorganizującym się bałaganem. Wyrzucenie wszystkiego z powrotem na stos to najlepsze, co możesz zrobić, nie znając przyszłości. W poprzednim rozdziale sprawdziliśmy przypadki, w których pozostawienie czegoś nieposortowanego było bardziej efektywne niż poświęcenie czasu na posortowanie wszystkiego; tutaj jednak jest zupełnie inny powód, dla którego nie musisz tego organizować.

Już masz.

Krzywa zapominania

Oczywiście żadna dyskusja na temat pamięci nie może być kompletna bez wzmianki o „narzędzie pamięci” najbliższym domu: ludzkim mózgu. W ciągu ostatnich kilku dziesięcioleci wpływ informatyki spowodował coś w rodzaju rewolucji w sposobie myślenia psychologów o pamięci. Przyjmuje się, że początki nauki o ludzkiej pamięci datuje się na rok 1879, za sprawą młodego psychologa z Uniwersytetu Berlińskiego, Hermanna Ebbinghaus. Ebbinghaus chciał dotrzeć do sedna działania ludzkiej pamięci i pokazać, że można badać umysł z całą matematyczną precyzją nauk fizycznych. Zaczął więc eksperymentować na sobie. Każdego dnia Ebbinghaus siadał i zapamiętywał listę bezsensownych sylab. Potem sprawdzał się na listach z poprzednich dni. Trzymając się tego nawyku, w ciągu roku ustalił wiele najbardziej podstawowych wyników badań ludzkiej pamięci. Potwierdził na przykład, że wielokrotne ćwiczenie listy sprawia, że utrzymuje się ona dłużej w pamięci, a liczba pozycji, które można dokładnie przywołać, maleje wraz z upływem czasu. Jego wyniki sporządziły wykres zanikania pamięci w czasie, nazywany dziś przez psychologów „krzywą zapominania”. Wyniki Ebbinghaus

potwierdziły wiarygodność ilościowa nauka o ludzkiej pamięci, ale pozostawili otwartą pewną tajemnicę. Dlaczego ta konkretna krzywa? Czy sugeruje to, że ludzka pamięć jest dobra czy zła? Jaka jest tutaj główna historia? Pytania te stymulują spekulacje i badania psychologów od ponad stu lat. W 1987 roku psycholog i informatyk z Carnegie Mellon, John Anderson, czytał o systemach wyszukiwania informacji w bibliotekach uniwersyteckich. Celem Andersona – a przynajmniej tak mu się wydawało – było napisanie o tym, w jaki sposób projektowanie tych systemów mogłoby zostać oparte na badaniu ludzkiej pamięci. Zamiast tego stało się odwrotnie: zdał sobie sprawę, że informatyka może dostarczyć brakującego elementu w badaniu umysłu. „Przez długi czas” – mówi Anderson – „czułem, że czegoś brakuje w istniejących teoriach ludzkiej pamięci, w tym także w mojej. Zasadniczo wszystkie te teorie charakteryzują pamięć jako arbitralną i nieoptymalną konfigurację.... Od dawna uważałem, że podstawowe procesy pamięciowe są dość adaptacyjne, a może nawet optymalne; jednakże nigdy nie widziałem ram, w których mógłbym to stwierdzić. Pracując w informatyce nad wyszukiwaniem informacji, zobaczyłem przed sobą zarysowane ramy.” Naturalnym sposobem myślenia o zapominaniu jest to, że w naszych umysłach po prostu brakuje miejsca. Kluczową ideą nowego ujęcia ludzkiej pamięci Andersona jest to, że problem może nie dotyczyć przechowywania, ale organizacji. Według jego teorii umysł ma zasadniczo nieskończoną pojemność w zakresie wspomnień, ale mamy tylko skończoną ilość czasu na ich poszukiwanie. Anderson dokonał analogii do biblioteki z jedną, dowolnie długą półką – systemu archiwalnego Noguchi w skali Biblioteki Kongresu. Na tej półce możesz zmieścić dowolną liczbę przedmiotów, ale im bliżej przodu znajduje się jakiś przedmiot, tym szybciej będzie go znaleźć. Klucz do dobrej ludzkiej pamięci staje się wówczas tym samym, co klucz do dobrej pamięci podręcznej komputera: przewidywanie, które przedmioty będą najprawdopodobniej potrzebne w przyszłości. Pomijając jasnowidzenie, najlepsze podejście do przewidywania tego w ludzkim świecie wymaga zrozumienia samego świata. Wraz ze swoją współpracowniczką Lael Schooler Anderson postanowił przeprowadzić badania przypominające Ebbinghaus’a nie nad ludzkimi umysłami, ale nad ludzkim społeczeństwem. Pytanie było proste: jakie wzorce charakteryzują sposób, w jaki sam świat „zapomina” – sposób, w jaki wydarzenia i odniesienia blakną z biegiem czasu? Anderson i Schooler przeanalizowali trzy środowiska ludzkie: nagłówki z „New York Timesa”, nagrania rozmów rodziców z dziećmi oraz własną skrzynkę e-mailową Andersona. We wszystkich dziedzinach odkryli, że słowo najprawdopodobniej pojawi się ponownie zaraz po jego użyciu, a prawdopodobieństwo ponownego zobaczenia go maleje wraz z upływem czasu. Innymi słowy, rzeczywistość sama w sobie ma strukturę statystyczną naśladującą krzywą Ebbinghaus’a. To sugeruje coś niezwykłego. Jeśli wzór, według którego rzeczy blakną z naszych umysłów, jest tym samym wzorcem, według którego rzeczy wokół nas blakną, to może istnieć bardzo dobre wyjaśnienie krzywej zapominania Ebbinghaus’a – mianowicie, że jest to doskonałe dostrojenie mózgu do świata, udostępniając dokładnie to, co najprawdopodobniej będzie potrzebne. Kładąc nacisk na czas, buforowanie pokazuje nam, że pamięć wiąże się z nieuniknionymi kompromisami i pewną sumą zerową. Nie możesz mieć każdej książki z biblioteki na swoim biurku, każdego produktu wystawionego w przedniej części sklepu, każdego nagłówka na stronie zakładki i każdej gazety na górze stosu. W ten sam sposób nie możesz mieć przed oczami wszystkich faktów, twarzy i imion. „Wiele osób uważa, że ludzka pamięć wcale nie jest optymalna” – napisali Anderson i Schooler. „Wskazują na wiele frustrujących usterek pamięci. Jednakże w krytyce tej nie docenia się zadania stojącego przed ludzką pamięcią, jakim jest próba zarządzania ogromnym zasobem wspomnień. W każdym systemie odpowiedzialnym za zarządzanie ogromną bazą danych muszą wystąpić awarie wyszukiwania. Utrzymanie dostępu do nieograniczonej liczby elementów jest po prostu zbyt kosztowne”. To zrozumienie z kolei doprowadziło do drugiego odkrycia na temat ludzkiej pamięci. Jeśli tych kompromisów naprawdę nie da się uniknąć, a mózg wydaje się być optymalnie dostrojony do otaczającego go świata, to to, co nazywamy nieuniknionym „pogorszeniem funkcji poznawczych”, które pojawia się wraz z wiekiem, może w rzeczywistości być czymś innym

Tyrania doświadczenia

Duża książka to wielka uciążliwość. —KALLIMACHUS (305–410 p.n.e.), bibliotekarz w Aleksandrii

Dlaczego nie zbudują całego samolotu z tej czarnej skrzynki? —STEVEN WRIGHT

Potrzeba hierarchii pamięci komputera w postaci kaskady pamięci podręcznych wynika w dużej mierze z tego, że nie stać nas na wykonanie całej pamięci z najdroższego typu sprzętu. Na przykład najszybsza pamięć podręczna na obecnych komputerach składa się z tak zwanej pamięci SRAM, której koszt za bajt jest w przybliżeniu tysiąc razy większy niż pamięć flash w dyskach półprzewodnikowych. Ale prawdziwa motywacja do buforowania sięga głębiej. W rzeczywistości nawet gdybyśmy mogli uzyskać maszynę na zamówienie, która korzystałaby wyłącznie z najszybszej możliwej formy pamięci, nadal potrzebowalibyśmy pamięci podręcznej. Jak wyjaśnia John Hennessy, sam rozmiar wystarczy, aby zmniejszyć prędkość:

Kiedy robisz coś większego, jest to z natury wolniejsze, prawda? Jeśli powiększysz miasto, dotarcie z punktu A do punktu B zajmie więcej czasu. Jeśli powiększysz bibliotekę, znalezienie książki w bibliotece zajmie więcej czasu. Jeśli na biurku masz większy stos papierów, znalezienie papieru, którego szukasz, zajmuje więcej czasu, prawda? Pamięci podręczne są w rzeczywistości rozwiązaniem tego problemu... Na przykład teraz, jeśli kupisz procesor, otrzymasz w chipie pamięć podręczną poziomu 1 i pamięć podręczną poziomu 2. Powodem, dla którego istnieją – nawet na samym chipie są dwie pamięci podręczne! – jest to, że aby dotrzymać kroku częstotliwości taktowania procesora, pamięć podręczna pierwszego poziomu jest ograniczona.

Nie da się uniknąć, im większa jest pamięć, tym więcej czasu potrzeba na wyszukanie i wydobywanie z niej informacji. Brian i Tom, trzydziestolatkowie, już coraz częściej przeciągają rozmowę, na przykład czekając, aż przyjdzie im do głowy imię kogoś „na końcu języka”. Z drugiej strony Brian w wieku dziesięciu lat miał dwudziestu kolegów w szkole; dwadzieścia lat później ma setki kontaktów w telefonie i tysiące na Facebooku i mieszka w czterech miastach, każde z własną społecznością przyjaciół, znajomych i współpracowników. Na tym etapie swojej kariery akademickiej Tom współpracował z setkami współpracowników i uczył tysiące studentów. (Właściwie ta książka dotyczyła spotkań z około setką osób i cytowania tysiąca). Takie efekty nie ograniczają się oczywiście do kontaktów społecznych: typowy dwulatek zna dwieście słów; typowy dorosły zna trzydzieści tysięcy. A jeśli chodzi o pamięć epizodyczną, coś, co roku dodaje się jedną trzecią miliona minut na jawie do całkowitego przeżytego doświadczenia. Biorąc to pod uwagę, to cud, że my dwoje — lub ktokolwiek inny — w ogóle potrafimy mentalnie nadążyć. Zaskakujące nie jest spowolnienie pamięci, ale fakt, że umysł może utrzymać się na powierzchni i reagować, gdy gromadzi się tak dużo danych. Jeśli podstawowym wyzwaniem dla pamięci naprawdę jest jej organizacja, a nie przechowywanie, być może powinno to zmienić sposób, w jaki myślimy o wpływie starzenia się na nasze zdolności umysłowe. Niedawna praca zespołu psychologów i lingwistów pod przewodnictwem Michaela Ramscara z Uniwersytetu w Tybindze sugeruje, że to, co nazywamy „pogorszeniem funkcji poznawczych” – opóźnienia i błędy wyszukiwania – może nie wynikać ze spowolnienia lub pogorszenia się procesu wyszukiwania, ale (przynajmniej częściowo) jest nieuniknioną konsekwencją coraz większej ilości informacji, którymi musimy się poruszać. Niezależnie od innych wyzwań, jakie niesie ze sobą starzenie się, starsze mózgi – które muszą zarządzać większymi zasobami wspomnień – dosłownie z każdym dniem rozwiązują trudniejsze problemy obliczeniowe. Starzy mogą kpić z młodych za ich szybkość: „To dlatego, że jeszcze nic nie wiecie!” Grupa Ramscara wykazała wpływ dodatkowych informacji na ludzką pamięć, skupiając się na przypadku języka. Za pomocą serii symulacji naukowcy wykazali, że zwykła wiedza utrudnia rozpoznawanie słów, imion, a nawet liter. Bez względu na to, jak dobry jest Twój schemat organizacji, konieczność przeszukiwania większej liczby rzeczy nieuchronnie zajmie więcej

czasu. To nie tak, że zapominamy; to jest to, co pamiętamy. Stajemy się archiwami. Ramscar twierdzi, że zrozumienie nieuniknionych wymagań obliczeniowych pamięci powinno pomóc ludziom pogodzić się z wpływem starzenia się na funkcje poznawcze. „Myślę, że najważniejszą namacalną rzeczą, jaką mogą zrobić seniorzy, jest próba oswojenia się z myślą, że ich umysły są naturalnymi urządzeniami przetwarzającymi informacje” – pisze. „Niektóre rzeczy, które w miarę starzenia się mogą wydawać się frustrujące (np. zapamiętywanie imion!), są funkcją ilości rzeczy, przez które musimy przesiać... i niekoniecznie są oznaką załamania umysłu”. Jak to ujął: „Większość tego, co obecnie nazywa się upadkiem, to po prostu nauka”. Buforowanie daje nam język pozwalający zrozumieć, co się dzieje. Mówimy „brain pierdnięcie”, kiedy tak naprawdę powinniśmy powiedzieć „chybienie pamięci podręcznej”. Nieproporcjonalne, sporadyczne opóźnienia w wyszukiwaniu informacji przypominają, jak wiele korzyści możemy zyskać przez resztę czasu, mając przed oczami to, czego potrzebujemy. Kiedy się starzejesz i zaczynasz doświadczać sporadycznych opóźnień, nabierz otuchy: długość opóźnienia jest częściowo wskaźnikiem zakresu Twojego doświadczenia. Wysiętek związany z odzyskaniem jest świadectwem tego, jak dużo wiesz. A rzadkość tych opóźnień świadczy o tym, jak dobrze to zaaranżowałeś: trzymając najważniejsze rzeczy pod ręką.

Planowanie

Najpierw rzeczy pierwsze

To, jak spędzamy dni, jest oczywiście tym, w jaki sposób spędzamy życie.

—ANNIE DILLARD

„Dlaczego nie napiszemy książki o teorii planowania?” Zapytałem.... „To nie powinno zająć dużo czasu!” Pisanie książek, podobnie jak prowadzenie wojen, często wiąże się z poważnymi błędami w obliczeniach. Piętnaście lat później harmonogram nadal nie jest ukończony. —EUGENE LAWLER.

Jest poniedziałek rano, a Ty masz jeszcze pusty harmonogram i długą listę zadań do wykonania. Niektóre można rozpocząć dopiero po zakończeniu innych (nie można załadować zmywarki, jeśli nie jest ona rozładowana) , a niektóre można uruchomić dopiero po pewnym czasie (sąsiedzi będą narzekać, jeśli przed wtorkowym wieczorem wyrzucisz śmieci na krawężnik). Niektóre mają ostre terminy, inne da się zrobić kiedykolwiek, a wiele z nich jest niewyraźnie pomiędzy. Niektóre są pilne, ale nieważne. Niektóre są ważne, ale nie pilne. „Jesteśmy tym, co wielokrotnie robimy” – zdaje się, że pamiętasz powiedzenie Arystotelesa – niezależnie od tego, czy chodzi o mycie podłogi, spędzanie więcej czasu z rodziną, terminowe składanie zeznań podatkowych, czy naukę francuskiego. Co więc zrobić, kiedy i w jakiej kolejności? Twoje życie czeka. Chociaż zawsze udaje nam się znaleźć jakiś sposób na uporządkowanie tego, co robimy na co dzień, z reguły nie uważamy się w tym za szczególnie dobrych – stąd odwieczny status bestsellerów przewodników dotyczących zarządzania czasem. Niestety wskazówki, jakie w nich znajdujemy, często są rozbieżne i niespójne. Getting Things Done opowiada się za polityką natychmiastowego wykonywania dowolnego zadania trwającego dwie minuty lub krócej, gdy tylko przyjdzie mu do głowy. Rywalizujący bestseller Zjedz tę żabę! radzi zacząć od najtrudniejszego zadania i przechodzić do coraz łatwiejszych rzeczy. Nawyk „Teraz” sugeruje, aby najpierw zaplanować swoje spotkania towarzyskie i czas wolny, a następnie wypełnić luki pracą – a nie na odwrót, jak to często robimy. William James, „ojciec amerykańskiej psychologii”, twierdzi, że „nie ma nic bardziej męczącego niż wieczne wstrzymywanie się z niedokończonym zadaniem”, ale Frank Partnoy w swojej książce Wait przedstawia argumenty za celowym nierobieniem czegoś od razu. Każdy guru ma inny system i trudno wiedzieć, kogo słuchać.

Spędzanie czasu staje się nauką

Chociaż zarządzanie czasem wydaje się problemem tak starym jak sam czas, nauka o planowaniu rozpoczęła się w warsztatach maszynowych rewolucji przemysłowej. W 1874 roku Frederick Taylor, syn zamożnego prawnika, odrzucił przyjęcie na Harvard i został praktykantem mechanikiem w Enterprise Hydraulic Works w Filadelfii. Cztery lata później ukończył praktykę zawodową i rozpoczął pracę w Midvale Steel Works, gdzie awansował od operatora tokarki do brygadzysty warsztatu mechanicznego, a ostatecznie do głównego inżyniera. W trakcie tego procesu doszedł do przekonania, że czas maszyn (i ludzi), które nadzorował, nie był wykorzystywany zbyt dobrze, co doprowadziło go aby rozwinąć dyscyplinę, którą nazwał „zarządzaniem naukowym”. Taylor stworzył biuro planowania, którego sercem była tablica ogłoszeń wyświetlająca harmonogram sklepu, który każdy mógł zobaczyć. Tablica przedstawiała każdą maszynę znajdującą się w warsztacie, pokazując zadanie aktualnie realizowane przez tę maszynę oraz wszystkie zadania, które na nią czekają. Praktykę tę rozwinął kolega Taylora, Henry Gantt, który w latach 1910. XX wieku opracował wykresy Gantta, które pomogły w organizacji wielu najbardziej ambitnych projektów budowlanych XX wieku, od tamy Hoovera po system autostrad międzystanowych. Sto lat później wykresy Gantta nadal zdobią ściany i ekrany kierowników projektów w takich firmach jak Amazon, IKEA i SpaceX. Taylor i Gantt uczynili planowanie przedmiotem badań i nadali mu formę wizualną i koncepcyjną. Nie rozwiązały jednak podstawowego problemu

ustalenia, które harmonogramy są najlepsze. Pierwsza wskazówka, że ten problem w ogóle da się rozwiązać, pojawiła się dopiero kilkadziesiąt lat później, w artykule z 1954 roku opublikowanym przez matematyka RAND Corporation, Selmera Johnsona. Scenariusz, który zbadał Johnson, dotyczył introligatorstwa, w którym każdą książkę trzeba wydrukować na jednej maszynie, a następnie oprawić na drugiej. Ale najczęstszym przykładem tej dwóch maszyn jest znacznie bliżej domu: pralnia. Kiedy pierzesz ubrania, muszą one przejść przez pralkę i suszarkę po kolei, a różne wsady będą wymagały różnej ilości czasu w każdym przypadku. Pranie mocno zabrudzonego wsadu może zająć więcej czasu, ale suszenie trwa zwykle dłużej; suszenie dużego wsadu może zająć więcej czasu, ale jest to typowy czas prania. Zatem Johnson zapytał, jeśli masz do zrobienia kilka prania tego samego dnia, jak najlepiej to zrobić? Jego odpowiedź była taka, że powinieneś zacząć od znalezienia pojedynczego kroku, który zajmie najmniej czasu – wsadu, który upierze lub wysuszy najszybciej. Jeśli ten najkrótszy krok dotyczy pralki, zaplanuj najpierw wykonanie tego zadania. Jeśli dotyczy to suszarki, zaplanuj zrobienie tego na końcu. Powtórz ten proces dla pozostałych ładunków, zaczynając od dwóch końców zestawienia w kierunku środka. Intuicyjnie algorytm Johnsona działa, ponieważ niezależnie od kolejności wsadów, na początku będzie jakiś czas, gdy pralka będzie działać, ale nie suszarka, i jakiś czas na końcu, gdy będzie działać suszarka, ale nie pralka. Dzięki najkrótszemu czasowi prania na początku i najkrótszemu czasowi suszenia na końcu maksymalizujesz nakładanie się prania – gdy pralka i suszarka działają jednocześnie. W ten sposób możesz ograniczyć całkowity czas spędzony na praniu do absolutnego minimum. Analiza Johnsona dała pierwszy optymalny algorytm planowania: zacznij od najlżejszego prania, a zakończ na najmniejszym koszcie. Oprócz bezpośrednich zastosowań artykuł Johnsona ujawnił dwie głębsze kwestie: po pierwsze, planowanie można wyrazić algorytmicznie, a po drugie, że istnieją optymalne rozwiązania w zakresie planowania. To zapoczątkowało coś, co stało się rozległą literaturą, badającą strategię dla ogromnej menażerii hipotetycznych fabryk wyposażonych w każdą możliwą liczbę i rodzaj maszyn. Skoncentrujemy się na niewielkim podzbiore tej literatury: części, która w odróżnieniu od introligatorstwa czy prania zajmuje się planowaniem pracy pojedynczej maszyny. Ponieważ najważniejszy problem z planowaniem dotyczy tylko jednej maszyny: nas samych.

Terminy obsługi

W przypadku planowania na jednej maszynie od razu napotykamy na poważny problem. Praca Johnsona nad oprawą introligatorską opierała się na minimalizacji całkowitego czasu potrzebnego obu maszynom na wykonanie wszystkich zadań. Natomiast w przypadku harmonogramowania jednomaszynowego, jeśli zamierzamy wykonać wszystkie przydzielone nam zadania, wówczas wykonanie wszystkich harmonogramów zajmie nam tyle samo czasu; kolejność nie ma znaczenia. Jest to kwestia na tyle fundamentalna i sprzeczna z intuicją, że warto ją powtórzyć. Jeśli masz tylko jedną maszynę i zamierzasz wykonać wszystkie swoje zadania, to dowolne uporządkowanie zadań zajmie Ci tyle samo czasu. W ten sposób napotykamy pierwszą lekcję dotyczącą pojedynczej maszyny planowanie dosłownie, zanim w ogóle zaczniemy: określ jasno swoje cele. Nie możemy ogłosić zwycięzcy żadnego harmonogramu, dopóki nie dowiemy się, w jaki sposób utrzymujemy wynik. Jest to coś w rodzaju tematu w informatyce: zanim będziesz mógł mieć plan, musisz najpierw wybrać metrykę. Jak się okazuje, wybrany tutaj wskaźnik będzie miał bezpośredni wpływ na to, które podejście do planowania będzie najlepsze. Pierwsze artykuły na temat planowania na jednej maszynie pojawiły się szybko po pracy introligatorskiej Johnsona i zaproponowały kilka wiarygodnych wskaźników do rozważenia. Dla każdego wskaźnika odkryli prostą, optymalną strategię. Oczywiście często zdarza się, że zadania mają określony termin ukończenia, a spóźnienie zadania oznacza stopień jego przekroczenia. Możemy więc myśleć o „maksymalnym spóźnieniu” zestawu zadań jako o opóźnieniu dowolnego zadania, które najbardziej przekroczyło termin – jest to coś, na co pracodawca może zwrócić uwagę podczas oceny wyników. (Albo na czym mogą interesować się Twoi klienci w handlu detalicznym lub usługach, gdzie zadanie „maksymalnie spóźnione” odpowiada klientowi narażonemu

na najdłuższy czas oczekiwania). Jeśli zależy Ci na minimalizacji maksymalnego spóźnienia, najlepszą strategią jest zacząć od zadania, które ma nastąpić najszybciej i zmierzać do zadania, które ma nastąpić jako ostatnie. Strategia ta, znana jako Najwcześniejszy termin płatności, jest dość intuicyjna. (Na przykład w kontekście sektora usług, gdzie „termin” każdego przybywającego klienta to w rzeczywistości moment, w którym przekracza drzwi, oznacza to po prostu obsługę klientów według kolejności przybycia). Jednak niektóre z jego implikacji są zaskakujące. Na przykład to, ile czasu zajmie wykonanie każdego zadania, jest całkowicie nieistotne: nie zmienia to planu, więc tak naprawdę nie musisz nawet o tym wiedzieć. Liczy się tylko termin wykonania zadań. Być może korzystasz już z opcji Najwcześniejszy termin płatności, aby poradzić sobie z obciążeniem pracą – w takim przypadku tak prawdopodobnie nie trzeba informatyki, aby powiedzieć, że jest to rozsądna strategia. Być może nie wiedziałeś jednak, że jest to optymalna strategia. Mówiąc dokładniej, optymalne jest założenie, że interesuje Cię tylko jeden konkretny wskaźnik: zmniejszenie maksymalnego spóźnienia. Jeśli jednak nie jest to Twoim celem, bardziej odpowiednia może być inna strategia. Weźmy na przykład pod uwagę lodówkę. Jeśli jesteś jedną z wielu osób, które mają subskrypcję rolnictwa wspieranego przez społeczność (CSA), to co tydzień lub dwa otrzymujesz od razu mnóstwo świeżych produktów prosto do domu. Każdy produkt ulega zepsuciu w innym terminie, więc zjedzenie go przed najwcześniejszą datą przydatności do spożycia, według harmonogramu psucia się, wydaje się rozsądnym punktem wyjścia. To jednak nie koniec historii. Najwcześniejszy termin jest optymalny, jeśli chodzi o ograniczenie maksymalnej liczby spóźnień, co oznacza, że zminimalizuje zepsucie nawet najbardziej zepsutej rzeczy, którą będziesz musiał zjeść; to może nie być najbardziej apetyczny wskaźnik do jedzenia. Może zamiast tego chcielibyśmy zminimalizować liczbę żywności, która się psuje. Tutaj strategia zwana algorytmem Moore’a daje nam najlepszy plan. Algorytm Moore’a mówi, że zaczynamy tak samo, jak od najwcześniejszego terminu przydatności do spożycia – planując nasze produkty według daty zepsucia, zaczynając od najwcześniejszego, po jednym produkcie na raz. Gdy jednak wydaje się, że nie zdążymy zjeść kolejnej porcji, zatrzymujemy się, spoglądamy wstecz na posiłki, które już zaplanowaliśmy i wyrzucamy największą rzecz (czyli taką, która zajęłaby najwięcej dni do spożycia). Może to na przykład oznaczać rezygnację z arbuza, którego zjedzenie wymagałoby sześciu porcji; nawet niepodjęcie takiej próby będzie oznaczać dotarcie do wszystkiego, co nastąpi, znacznie wcześniej. Następnie powtarzamy ten schemat, układając żywność według daty zepsucia i wyrzucając największą już zaplanowaną porcję za każdym razem, gdy mamy zaległości. Kiedy wszystko, co zostanie, będzie można zjeść zgodnie z datą zepsucia, bez zepsucia się, mamy nasz plan. Algorytm Moore’a minimalizuje liczbę przedmiotów, które trzeba wyrzucić. Oczywiście możesz także kompostować żywność, przekazać ją lokalnemu bankowi żywności lub przekazać sąsiadowi. W kontekście przemysłowym lub biurokratycznym, w którym nie można po prostu odrzucić projektu, ale w którym nadal największym zmartwieniem jest liczba, a nie dotkliwość spóźnionych projektów, algorytm Moore’a jest również obojętny na sposób obsługi opóźnionych zadań. Wszystko, co zostanie uruchomione z głównej części harmonogramu, może zostać wykonane na samym końcu, w dowolnej kolejności; to nie ma znaczenia, bo wszyscy są już spóźnieni.

Wykonywanie zadań

Rób trudne rzeczy, gdy są łatwe i rób wielkie rzeczy, gdy są małe. — LAO TZU

Czasami terminy nie są dla nas najważniejsze i chcemy po prostu załatwić sprawę: jak najwięcej i jak najszybciej. Okazuje się, że przełożenie tego pozornie prostego pragnienia na wyraźną metrykę planowania jest trudniejsze, niż się wydaje. Jednym ze sposobów jest przyjęcie perspektywy osoby z zewnątrz. Zauważyliśmy, że w przypadku planowania na jednej maszynie nic, co zrobimy, nie jest w stanie zmienić czasu, jaki zajmie nam wykonanie wszystkich zadań — ale jeśli na przykład każde zadanie reprezentuje oczekującego klienta, istnieje sposób, aby zająć się tym jak najmniej wspólnego czasu.

Wyobraź sobie, że zaczynasz w poniedziałek rano z czterodniowym i jednodniowym projektem w swoim programie. Jeśli dostarczysz większy projekt w czwartek po południu (minęły 4 dni), a następnie mniejszy w piątkowe popołudnie (upłynęło 5 dni), klienci będą czekać w sumie $4 + 5 = 9$ dni. Jeśli jednak odwrócisz kolejność, możesz zakończyć mały projekt w poniedziałek, a duży w piątek, a klienci czekają w sumie tylko $1 + 5 = 6$ dni. Tak czy inaczej jest to dla Ciebie pełny tydzień pracy, ale teraz zaoszczędziłeś swoim klientom trzy dni ich łącznego czasu. Teoretycy planowania nazywają tę metrykę „sumą czasów realizacji”. Minimalizacja sumy czasów ukończenia prowadzi do bardzo prostego optymalnego algorytmu zwanego Najkrótszym czasem przetwarzania: zawsze wykonuj zadanie najszybciej, jak możesz. Nawet jeśli nie masz niecierpliwych klientów czekających na każde zlecenie, Najkrótszy czas przetwarzania załatwi sprawę. (Być może nie jest niespodzianką, że jest zgodne z zaleceniem w Getting Things Done, aby natychmiast wykonać dowolne zadanie, które zajmuje mniej niż dwie minuty.) Ponownie nie ma możliwości zmiany całkowitego czasu, jaki zajmie Ci praca, ale Najkrótsze przetwarzanie Czas może uspokoić umysł, zmniejszając liczbę zaległych zadań tak szybko, jak to możliwe. Wskaźnik sumy czasów ukończenia można wyrazić w inny sposób: przypomina to skupienie się przede wszystkim na skróceniu długości listy rzeczy do zrobienia. Jeśli każda niedokończona sprawa jest cierniem w boku, ściganie się z najłatwiejszymi sprawami może przynieść pewną ulgę. Oczywiście nie wszystkie niedokończone sprawy są sobie równe. Rzeczywiste ugaszenie pożaru w kuchni powinno prawdopodobnie nastąpić przed „ugaszeniem pożaru” szybkim e-mailem do klienta, nawet jeśli to pierwsze trwa nieco dłużej. W harmonogramowaniu tę różnicę ważności ujmuje się w zmiennej zwanej wagą. Kiedy przeglądasz listę rzeczy do zrobienia, ten ciężar może wydawać się dostówny – ciężar, który zdejmiesz z ramion, kończąc każde zadanie. Czas ukończenia zadania pokazuje, jak długo dźwigasz ten ciężar, więc zminimalizowanie sumy ważonych czasów ukończenia (to znaczy czasu trwania każdego zadania pomnożonego przez jego wagę) oznacza zminimalizowanie całkowitego ucisku podczas pracy nad całym planem. Optymalną strategią osiągnięcia tego celu jest prosta modyfikacja Najkrótszego Czasu Przetwarzania: podziel wagę każdego zadania przez czas jego zakończenia, a następnie pracuj w kolejności od najwyższej wynikającej ważności w jednostce czasu (nazwij to „gęstość”, jeśli chcesz, aby kontynuować metaforę wagi) do najniższej. I chociaż przypisanie stopnia ważności każdemu z codziennych zadań może być trudne, strategia ta oferuje jednak praktyczną zasadę: nadaj priorytet zadaniu, które zajmuje dwa razy więcej czasu, jeśli jest dwa razy ważniejsze. W kontekście biznesowym „wagę” można łatwo przełożyć na kwotę pieniędzy, jaką przyniesie każde zadanie. Koncepcja dzielenia nagrody przez czas trwania oznacza zatem przypisanie każdemu zadaniu stawki godzinowej. (Jeśli jesteś konsultantem lub freelancerem, w rzeczywistości może to być już dla Ciebie zrobione: po prostu podziel wynagrodzenie za każdy projekt przez jego wielkość i przejdź od najwyższej do najniższej stawki godzinowej.) Co ciekawe, ta strategia ważona również pokazuje w badaniach nad żerowaniem zwierząt, gdzie orzechy i jagody zastąpiły dolary i centy. Zwierzęta, chcąc zmaksymalizować tempo gromadzenia energii z pożywienia, powinny sięgać po żywność w kolejności odpowiadającej stosunkowi ich energii kalorycznej do czasu potrzebnego na jej zdobycie i zjedzenie – i rzeczywiście wydaje się, że tak się dzieje.

Ta sama zasada zastosowana do długów, a nie do dochodów, daje strategię wyjścia na manowce, którą nazwano „lawiną długów”. Ta strategia redukcji długu polega na całkowitym ignorowaniu liczby i wielkości długów i po prostu kierowaniu pieniędzy na dług o najwyższej stopie procentowej. Odpowiada to dość dokładnie pracy nad zadaniami w kolejności ważności w jednostce czasu. I to jest strategia, która możliwie najszybciej zmniejszy całkowite obciążenie Twojego zadłużenia. Jeśli z drugiej strony bardziej się martwisz poprzez zmniejszenie liczby długów niż kwoty długu – jeśli na przykład kłopot z licznymi rachunkami i rozmowami telefonicznymi jest większym problemem niż różnica w stopach procentowych – wtedy wracasz do nieważonej metody „po prostu weź rzeczy gotowe” smak Najkrótszego Czasu Przetwarzania, spłacając w pierwszej kolejności najmniejsze długi, aby po prostu

usunąć je z drogi. W kręgach zajmujących się redukcją zadłużenia podejście to znane jest jako „kula śnieżna zadłużenia”. To, czy w praktyce ludzie powinni priorytetowo traktować zmniejszenie kwoty swoich długów w dolarach, czy też ich ilości, pozostaje aktywnym kontrowersją, zarówno w prasie popularnej, jak i w badaniach ekonomicznych.

Wybieranie naszych problemów

To prowadzi nas z powrotem do notatki, od której rozpoczęliśmy dyskusję na temat planowania na jednej maszynie. Mówi się, że „człowiek z jednym zegarkiem wie, która jest godzina; Człowiek, który lubi zegarki, nigdy nie jest pewien. Informatyka może zaoferować nam optymalne algorytmy dla różnych metryk dostępnych w harmonogramowaniu na jednej maszynie, ale wybór metryki, którą chcemy zastosować, zależy od nas. W wielu przypadkach sami decydujemy, jaki problem chcemy rozwiązać. Daje to radykalny sposób na ponowne przemyślenie prokrastynacji, klasycznej patologii zarządzania czasem. Zwykle uważamy to za wadliwy algorytm. A co jeśli jest dokładnie odwrotnie? A co jeśli jest to optymalne rozwiązanie złego problemu? Jest taki odcinek „Z Archiwum X”, w którym główny bohater Mulder, przykutych do łóżka i bliski spożycia przez obsesyjno-kompulsywnego wampira, w samoobronie rozsypuje na podłogę torebkę nasion słonecznika. Wampir, bezsilny wobec swego przymusu, pochyla się, aby je podnosić jeden po drugim, aż w końcu wschodzi słońce, zanim będzie mógł przygotować posiłek z Muldera. Informatycy nazwaliby to „atakami ping” lub atakiem „odmowy usługi”: daj systemowi przytłaczającą liczbę trywialnych zadań do wykonania, a ważne rzeczy giną w chaosie. Zwykle kojarzymy prokrastynację z lenistwem lub zachowaniem unikającym, ale równie łatwo może pojawić się u ludzi (albo komputerów, albo wampirów), którzy z zapałem i entuzjazmem starają się załatwić sprawy tak szybko, jak to możliwe. Na przykład w badaniu przeprowadzonym w 2014 r. przez Davida Rosenbauma z Penn State uczestnicy zostali poproszeni o przyniesienie jednego z dwóch ciężkich wiader na drugi koniec korytarza. Jedno z wiader znajdowało się tuż obok uczestnika; drugie znajdowało się w połowie korytarza. Ku zaskoczeniu eksperymentatorów ludzie natychmiast podnosili znajdujące się obok nich wiadro i taszczyli je do samego końca, mijając po drodze drugie wiadro, które mogli przenieść ułamek dystansu. Jak piszą badacze, „ten pozornie irracjonalny wybór odzwierciedlał tendencję do przedkrastynacji, czyli terminu, który wprowadzamy w odniesieniu do przyspieszenia realizacji celów częściowych, nawet kosztem dodatkowego wysiłku fizycznego”. Odkładanie pracy nad dużym projektem i zajmowanie się zamiast tego różnymi błahymi sprawami może być również postrzegane jako „przyspieszanie realizacji celów częściowych” – co w inny sposób oznacza, że prokrastynatorzy działają (optymalnie!), aby jak najszybciej zmniejszyć liczbę zaległych zadań w ich głowach. Nie chodzi o to, że mają złą strategię załatwiania spraw; mają świetną strategię dla niewłaściwego wskaźnika. Praca na komputerze niesie ze sobą dodatkowe ryzyko, jeśli chodzi o świadomość i rozagę w zakresie wskaźników planowania: interfejs użytkownika może w subtelny (lub mniej subtelny sposób) narzucać nam własne wskaźniki. Na przykład nowoczesny użytkownik smartfona jest przyzwyczajony do widoku „plakietek” unoszących się nad ikonami aplikacji, złowieszczych liczb w kolorze białym na czerwonym, sygnalizujących dokładnie, ile zadań oczekuje od nas każda konkretna aplikacja. Jeśli jest to skrzynka odbiorcza e-mail, w której wyświetla się liczba nieprzeczytanych wiadomości, oznacza to, że wszystkim wiadomościom domyślnie przypisuje się taką samą wagę. Czy zatem można nas winić za zastosowanie do problemu nieważnego algorytmu najkrótszego czasu przetwarzania – zajmowanie się w pierwszej kolejności wszystkimi najłatwiejszymi e-mailami i odkładanie najtrudniejszych na koniec – aby jak najszybciej obniżyć tę liczbę? Żyj według metryki, umieraj według metryki. Jeśli rzeczywiście wszystkie zadania mają taką samą wagę, to właśnie to powinniśmy robić. Jeśli jednak nie chcemy stać się niewolnikami drobiazgow, musimy podjąć kroki w tym celu. Zaczyna się od upewnienia się, że problem pojedynczej maszyny, który rozwiązujemy, jest tym, który chcemy rozwiązać. (W przypadku plakietek aplikacji, jeśli nie możemy sprawić, by odzwierciedlały nasze rzeczywiste priorytety i nie możemy pokonać impulsu, aby optymalnie

zredukować wszelkie cyfry rzucane nam w twarz, być może kolejną najlepszą rzeczą będzie po prostu odwrócenie odznaki wyłączone.) Skoncentruj się nie tylko na załatwianiu spraw ale jeśli chodzi o wykonanie ważkich rzeczy – wykonanie najważniejszej pracy, jaką możesz w każdej chwili – brzmi jak niezawodne lekarstwo na zwlekanie. Ale jak się okazuje, nawet to nie wystarczy. Grupa ekspertów od planowania komputerowego spotkała się z tą lekcją w najbardziej dramatyczny sposób, jaki można sobie wyobrazić: na powierzchni Marsa, na oczach całego świata.

Odwrócenie priorytetów i ograniczenia pierwszeństwa

Było lato 1997 roku i ludzkość miała wiele powodów do świętowania. Po raz pierwszy w historii łazik przemierzał powierzchnię Marsa. Kosztujący 150 milionów dolarów statek kosmiczny Mars Pathfinder przyspieszył do prędkości 30 000 km na godzinę, przeleciał 309 milionów mil pustej przestrzeni i wylądował z kosmicznymi poduszkami powietrznymi na skalistej czerwonej powierzchni Marsa. A teraz było zwlekanie. Na Ziemi inżynierowie z Laboratorium Napędów Odrzutowych (JPL) byli zarówno zmartwieni, jak i zakłopotani. Zadanie o najwyższym priorytecie Pathfinder (przenoszenie danych do i z „szyny informacyjnej”) zostało w tajemniczy sposób zaniedbane, gdy robot poświęcał swój czas na zadania o średniej wadze. O co chodzi? Czy robot nie wiedział lepiej? Nagle Pathfinder zarejestrował, że magistrala informacyjna nie była obsługiwana przez niedopuszczalnie długi czas, i z braku subtelniejszego rozwiązania zainicjował całkowity restart, co kosztowało misję większą część dnia pracy. Mniej więcej dzień później sytuacja się powtórzyła. Pracując gorączkowo, zespół JPL w końcu zdołał odtworzyć, a następnie zdiagnozować zachowanie. Winowajcą było klasyczne zagrożenie planowania zwane inwersją priorytetów. W przypadku odwrócenia priorytetów zadanie o niskim priorytecie przejmuje zasób systemowy (powiedzmy, dostęp do bazy danych), aby wykonać jakąś pracę, ale następnie zostaje przerwane w połowie tej pracy przez zegar, który wstrzymuje je i wywołuje harmonogram systemu. Harmonogram uruchamia zadanie o wysokim priorytecie, ale nie może zostać uruchomione, ponieważ baza danych jest zajęta. Dlatego też program planujący przesuwają się w dół listy priorytetów, uruchamiając zamiast tego różne odblokowane zadania o średnim priorytecie — zamiast zadania o wysokim priorytecie (które jest zablokowane) lub zadania o niskim priorytecie, które je blokuje (które utknęło w kolejce za wszystkimi pracami średniopriorytetowymi). W tych koszmarnych scenariuszach najwyższy priorytet systemu może czasami zostać zaniedbywany na dowolnie długi czas.* Gdy inżynierowie JPL zidentyfikowali problem Pathfinder jako przypadek odwrócenia priorytetów, napisali poprawkę i przesłali nowy kod przez miliony mil do Pathfinder. Jakie rozwiązanie wysłali przez Układ Słoneczny? Dziedziczenie priorytetowe. Jeśli okaże się, że zadanie o niskim priorytecie blokuje zasób o wysokim priorytecie, to nagle to zadanie o niskim priorytecie powinno na chwilę stać się zadaniem o najwyższym priorytecie w systemie, „dziedzicząc” priorytet tego, czym jest bloking. Komik Mitch Hedberg wspomina czas, kiedy „byłem w kasynie, zajmując się swoimi sprawami, podszedł facet i powiedział: „Będziesz musiał się ruszyć, blokujesz wyjście przeciwpożarowe”. gdyby wybuchł pożar, nie uciekłbym. Argumentem bramkarza było odwrócenie priorytetów; Obalenie Hedberga było dziedziczeniem priorytetowym. Hedberg wylegujący się niedbale przed uciekającym tłumem przedkłada swoje włóczęgostwo o niskim priorytecie nad walkę o życie o najwyższym priorytecie – ale nie, jeśli odziedziczy po nich priorytet. A napierający tłum potrafi dość szybko sprawić, że ktoś odziedziczy jego priorytet. Jak wyjaśnia Hedberg: „Jeśli jesteś łatwopalny i masz nogi, nigdy nie blokujesz wyjścia ewakuacyjnego”. Morał jest taki, że zamiłowanie do wykonywania zadań nie wystarczy, aby uniknąć pułapek w planowaniu, podobnie jak miłość do wykonywania ważnych zadań. Zaangażowanie w skrupulatne robienie najważniejszej rzeczy, jaką możesz, jeśli jest realizowane z głową i krótkowzrocznością, może prowadzić do czegoś, co na całym świecie wygląda jak zwlekanie. Podobnie jak w przypadku samochodu, w którym kręcą się koła, samo pragnienie natychmiastowego postępu powoduje utknięcie. „Rzeczy najważniejsze nigdy nie mogą być zdane na łaskę spraw najmniej istotnych” – rzekomo głosił Goethe; ale chociaż ma to w sobie coś mądrego, czasami jest to po prostu

nieprawda. Czasami tego, co najważniejsze, nie można zrobić, dopóki nie skończy się tego, co najmniej ważne, więc nie ma innego wyjścia, jak potraktować tę nieważną rzecz jako równie ważną jak to, co blokuje. Kiedy określonego zadania nie można rozpocząć, dopóki inne nie zostanie ukończone, teoretycy planowania nazywają to „ograniczeniem pierwszeństwa”. Dla ekspertki ds. badań operacyjnych Laury Albert McLay wyraźne zapamiętanie tej zasady przy wielu okazjach w jej własnym domu zrobiło różnicę. „Widzenie tych rzeczy może być naprawdę pomocne. Oczywiście, spędzanie dnia z trójką dzieci wiąże się z wieloma harmonogramami. Nie możemy wyjść z domu, chyba że dzieci najpierw zjedzą śniadanie, a one nie mogą najpierw zjeść śniadania, jeśli nie będę pamiętał, żeby im dać łyżka. Czasami jest coś bardzo prostego, o czym zapominasz, a to tylko opóźnia wszystko. Jeśli chodzi o algorytmy planowania, sama wiedza o tym, co to jest i utrzymywanie tego w ruchu, jest niezwykle pomocna. W ten sposób załatwiam różne sprawy każdego dnia.” W 1978 roku badacz planowania zajęć, Jan Karel Lenstra, mógł zastosować tę samą zasadę, pomagając swojemu przyjacielowi Gene’owi w przeprowadzce do nowego domu w Berkeley. „Gene odkładał coś, co należało zakończyć, zanim będziemy mogli rozpocząć coś innego, co było pilne”. Jak wspomina Lenstra, potrzebowali zwrócić furgonetkę, ale potrzebowali furgonetki, żeby zwrócić sprzęt, ale potrzebowali sprzętu, żeby coś naprawić w mieszkaniu. Naprawa mieszkania nie wydawała się pilna (stąd jej przełożenie), ale zwrot vana tak. „Wyjaśniłem mu, że to pierwsze zadanie należy uznać za jeszcze pilniejsze”, mówi Lenstra – mówi Lenstra. Chociaż Lenstra jest centralną postacią w teorii harmonogramu i dlatego miał dobrą pozycję, aby udzielić tej rady swojemu przyjacielowi, pojawiła się w niej szczególnie wyśmienita ironia losu. Był to podręcznikowy przypadek odwrócenia priorytetów spowodowanego ograniczeniami pierwszeństwa. I prawdopodobnie największym ekspertem XX wieku w dziedzinie ograniczeń pierwszeństwa był nikt inny jak jego przyjaciel, Eugene „Gene” Lawler

Próg zwalniający

Biorąc pod uwagę, że większość życia spędził rozmyślając o tym, jak najskuteczniej wykonać sekwencję zadań, Lawler obrał intrygująco okrężną drogę do własnej kariery. Studiował matematykę na Florida State University, a następnie w 1954 roku rozpoczął pracę magisterską na Harvardzie, którą opuścił przed uzyskaniem doktoratu. Po studiach prawniczych, wojsku i (tematycznie) pracy w warsztacie mechanicznym, w 1958 roku wrócił na Harvard, kończąc doktorat i obejmując stanowisko na Uniwersytecie Michigan. Odwiedzając Berkeley na urlopie naukowym w 1969 r., został aresztowany podczas głośnych protestów związanych z wojną w Wietnamie. W następnym roku został członkiem wydziału w Berkeley i zyskał tam reputację „sumienia społecznego” wydziału informatyki. Po jego śmierci w 1994 roku powstało Stowarzyszenie Computing Machinery ustanowiło nagrodę imienia Lawlera, honorując osoby, które demonstrują humanitarny potencjał informatyki. Pierwsze badanie Lawlera dotyczące ograniczeń pierwszeństwa sugerowało, że można sobie z nimi poradzić całkiem łatwo. Weźmy na przykład algorytm najwcześniejszego terminu realizacji, który minimalizuje maksymalne spóźnienia zestawu zadań. Jeśli Twoje zadania mają ograniczenia pierwszeństwa, sprawa staje się trudniejsza — nie możesz po prostu brnąć do przodu według daty ukończenia, jeśli niektórych zadań nie można rozpocząć, dopóki inne nie zostaną ukończone. Jednak w 1968 roku Lawler udowodnił, że nie stanowi to żadnego problemu, jeśli ułoży się harmonogram od początku do końca: spójrz tylko na zadania, od których nie zależą żadne inne zadania, i umieść to z najpóźniejszym terminem na końcu harmonogramu. Następnie po prostu powtórz ten proces, ponownie biorąc pod uwagę na każdym etapie tylko te zadania, od których nie zależą żadne inne (jeszcze nieplanowane) zadania jako warunek wstępny. Kiedy jednak Lawler przyjrzał się bliżej ograniczeniom pierwszeństwa, odkrył coś ciekawego. Jak widzieliśmy, algorytm najkrótszego czasu przetwarzania jest optymalną polityką, jeśli chcesz jak najszybciej skreślić jak najwięcej pozycji ze swojej listy rzeczy do zrobienia. Jeśli jednak niektóre z Twoich zadań mają ograniczenia pierwszeństwa, nie ma prostej i oczywistej zmiany w Najkrótszym czasie przetwarzania, aby się do tego dostosować. Chociaż wyglądało to na

elementarny problem planowania, ani Lawler, ani żaden inny badacz nie wydawał się być w stanie znaleźć skutecznego sposobu jego rozwiązania. W rzeczywistości było o wiele gorzej. Sam Lawler wkrótce odkrył, że problem ten należy do kategorii, która według większości informatyków nie ma skutecznego rozwiązania — w tej dziedzinie nazywa się go „nierozwiązywalnym”.^{*} Pierwszym progmem zwalniającym w teorii planowania okazała się ceglana ściana. Jak widzieliśmy w przypadku scenariusza „potrójne albo nic”, dla którego teoria optymalnego zatrzymywania nie ma mądrych słów, nie na każdy problem, który można formalnie sformułować, można znaleźć odpowiedź. W przypadku planowania jasne jest z definicji, że każdy zestaw zadań i ograniczeń ma pewien najlepszy harmonogram, więc problemy z planowaniem same w sobie nie są bez rozwiązania – ale może się po prostu zdarzyć, że nie ma prostego algorytmu, który mógłby znaleźć optymalny zaplanować w rozsądnym czasie. To doprowadziło badaczy takich jak Lawler i Lenstra do nieodpartego pytania. Jaka w ogóle część problemów z harmonogramem była niemożliwa do rozwiązania? Dwadzieścia lat po zapoczątkowaniu teorii planowania przez introligatorską pracę Selmera Johnsona poszukiwanie indywidualnych rozwiązań miało stać się czymś znacznie wspanialszym i zdecydowanie bardziej ambitnym: próbą zmapowania całego krajobrazu teorii harmonogramu. Naukowcy odkryli, że nawet najsubtelniejsza zmiana w problemie z harmonogramem często powoduje przekroczenie cienkiej i nieregularnej granicy między wykonalnym a trudnym do rozwiązania. Na przykład algorytm Moore’a minimalizuje liczbę spóźnionych zadań (lub zgniłych owoców), gdy wszystkie mają taką samą wartość, ale jeśli niektóre są ważniejsze od innych, problem staje się niemożliwy do rozwiązania i żaden algorytm nie jest w stanie łatwo zapewnić optymalnego harmonogramu. Podobnie konieczność oczekiwania na rozpoczęcie niektórych zadań do określonego czasu sprawia, że prawie wszystkie problemy z planowaniem, dla których w przeciwnym razie mamy skuteczne rozwiązania, stają się problemami nierozwiązalnymi. Niemożność wystawienia śmieci aż do wieczora poprzedzającego wywóz może być rozsądnym prawem miejskim, ale spowoduje to, że Twój kalendarz stanie się niemożliwy do zrealizowania. Wyznaczanie granic teorii planowania trwa do dziś. Niedawne badanie wykazało, że status około 7% wszystkich problemów jest nadal nieznanym, co stanowi terra incognita planowania. Jednakże z 93% problemów, które w pełni rozumiemy, wieści nie są zbyt dobre: tylko 9% można skutecznie rozwiązać, a pozostałe 84% okazało się nierozwiązywalne.^{*} Innymi słowy, większość problemów z harmonogramem nie jest gotowa. rozwiązanie. Jeśli próbujesz doskonale zarządzać swoim kalendarzem, czujesz się przytłoczony, może dlatego, że tak naprawdę jest. Niemniej jednak algorytmy, które omówiliśmy, często stanowią punkt wyjścia do rozwiązania tych trudnych problemów — jeśli nie idealnie, to przynajmniej tak dobrze, jak można się tego spodziewać.

Rzuć wszystko: wyłuszczenie i niepewność

Najlepszy czas na posadzenie drzewa to dwadzieścia lat temu. Drugi najlepszy czas jest teraz. -
PRZYSŁOWIE

Do tej pory rozważaliśmy tylko czynniki, które utrudniają planowanie. Jest jednak jeden element, który może to ułatwić: możliwość zatrzymania jednego zadania w jego trakcie i przejścia do innego. Okazuje się, że ta właściwość, „wyłuszczenie”, radykalnie zmienia grę. Minimalizowanie maksymalnego spóźnienia (w przypadku obsługi klientów w kawiarni) lub sumy czasów ukończenia (w celu szybkiego skrócenia listy rzeczy do zrobienia) przekracza granicę niewykonalności, jeśli niektórych zadań nie można rozpocząć do określonego czasu. Jednak po dopuszczeniu wyłuszczenia wracają do skutecznych rozwiązań. W obu przypadkach klasyczne strategie – odpowiednio Najwcześniejszy Termin płatności i Najkrótszy czas przetwarzania – pozostają najlepsze, po dość prostej modyfikacji. Kiedy nadejdzie czas rozpoczęcia zadania, porównaj je z aktualnie realizowanym. Jeśli pracujesz przed najwcześniejszym terminem realizacji, a termin wykonania nowego zadania przypada nawet wcześniej niż bieżące, zmień bieg; w przeciwnym razie trzymaj kurs. Podobnie, jeśli pracujesz według

Najkrótszego Czasu Przetwarzania, a nowe zadanie może zostać ukończone szybciej niż bieżące, zatrzymaj się, aby najpierw się nim zająć; w przeciwnym razie kontynuuj to, co robiłeś. Teraz, przy dobrym tygodniu, warsztat mechaniczny może wiedzieć wszystko, czego się od niego oczekuje w ciągu najbliższych kilku dni, ale większość z nas zwykle działa na ślepo, przynajmniej częściowo. Możemy nawet nie być pewni, kiedy na przykład uda nam się rozpocząć konkretny projekt (kiedy ten a taki da mi konkretną odpowiedź na temat tego a tego?). W każdej chwili może zadzwonić nasz telefon lub pojawić się e-mail z wiadomością o zupełnie nowym zadaniu, które możemy dodać do naszego planu zajęć. Okazuje się jednak, że nawet jeśli nie wiesz, kiedy zadania się rozpoczną, Najwcześniejszy termin realizacji i Najkrótszy czas przetwarzania to wciąż optymalne strategie, które w obliczu niepewności mogą zagwarantować Ci (średnio) najlepszą możliwą wydajność. Jeśli zadania zostaną rzucone na Twoje biurko w nieprzewidywalnych momentach, optymalną strategią minimalizacji maksymalnego spóźnienia jest nadal wywłaszczająca wersja opcji Najwcześniejszy termin realizacji — przejście na zadanie, które właśnie się pojawiło, jeśli jest ono wymagalne wcześniej niż to, które aktualnie wykonujesz, oraz w przeciwnym razie ignorując to. Podobnie wywłaszczająca wersja najkrótszego czasu przetwarzania — porównaj czas pozostały do ukończenia bieżącego zadania z czasem potrzebnym na ukończenie nowego — jest nadal optymalna, jeśli chodzi o minimalizację sumy czasów ukończenia. W rzeczywistości ważona wersja najkrótszego czasu przetwarzania jest całkiem dobrym kandydatem na najlepszą strategię planowania ogólnego przeznaczenia w obliczu niepewności. Oferuje prostą receptę na zarządzanie czasem: za każdym razem, gdy pojawia się nowa praca, podziel jej ważność przez ilość czasu potrzebnego na jej wykonanie. Jeśli ta liczba jest wyższa niż w przypadku zadania, które aktualnie wykonujesz, przejdź na nowe; w przeciwnym razie pozostań przy bieżącym zadaniu. Algorytm ten jest w teorii planowania najbliższy kluczowi szkieletowemu lub szczyrkowi szwajcarskiemu i stanowi optymalną strategię nie tylko dla jednego rodzaju problemu, ale dla wielu. Przy pewnych założeniach minimalizuje nie tylko sumę ważonych czasów ukończenia, jak można by się spodziewać, ale także sumę wag spóźnionych zadań i sumę ważonych spóźnień tych zadań. Co ciekawe, optymalizacja wszystkich innych wskaźników jest niemożliwa, jeśli znamy z wyprzedzeniem godziny rozpoczęcia i czasu trwania zadań. Zatem rozważenie wpływu niepewności na harmonogram ujawnia coś sprzecznego z intuicją: w niektórych przypadkach jasnowidzenie jest ciężarem. Nawet przy pełnej wiedzy z góry znalezienie idealnego harmonogramu może być praktycznie niemożliwe. Dla kontrastu, samodzielne myślenie i reagowanie w miarę pojawiania się ofert pracy nie zapewni tak doskonałego harmonogramu, jak w przypadku przewidywania przyszłości – ale najlepsze, co możesz zrobić, jest o wiele łatwiejsze do obliczenia. To pewne pocieszenie. Jak mówi pisarz biznesowy i programista Jason Fried: „Czujesz, że nie możesz kontynuować, dopóki nie będziesz miał kuloodpornego planu? Zamień „plan” na „zgadnij” i nie przejmuj się. Teoria planowania to potwierdza. Kiedy przyszłość jest mglista, okazuje się, że nie potrzebujesz kalendarza – wystarczy lista rzeczy do zrobienia.

Wywłaszczanie nie jest darmowe: zmiana kontekstu Im szybciej idę / Im jestem za tyłem – NEEDLEPOINT WIDOONY W BOONVILLE, Kalifornia

Programiści nie rozmawiają, bo nie wolno im przeszkadzać.... Synchronizacja z innymi ludźmi (lub ich reprezentacją w telefonach, brzęczykach i dzwoneczkach do drzwi) może oznaczać jedynie przerwanie toku myśli.

Przerwy oznaczają pewne błędy. Nie wolno wysiadać z pociągu. —ELLEN ULLMAN

W końcu teoria planowania opowiada dość zachęcającą historię. Istnieją proste, optymalne algorytmy rozwiązywania wielu problemów związanych z planowaniem, a problemy te są kusząco bliskie sytuacjom, z którymi spotykamy się codziennie w życiu człowieka. Ale jeśli chodzi o faktyczne planowanie na jednej maszynie w prawdziwym świecie, sprawy się komplikują. Po pierwsze, zarówno ludzie, jak i komputerowe systemy operacyjne stoją przed ciekawym wyzwaniem: maszyna wykonująca

planowanie i maszyna planująca to jedno i to samo. Co sprawia, że uporządkowanie listy rzeczy do zrobienia staje się pozycją na liście rzeczy do zrobienia – samo w sobie wymagającą ustalenia priorytetów i zaplanowania. Po drugie, wyłączenie nie jest bezpłatne. Za każdym razem, gdy zmieniasz zadania, płacisz cenę, znaną w informatyce jako zmiana kontekstu. Kiedy procesor komputera odwraca swoją uwagę od danego programu, zawsze wiąże się to z pewnym niezbędnym obciążeniem. Musi skutecznie dodać do zakładek swoje miejsce i odłożyć na bok wszystkie informacje związane z tym programem. Następnie musi dowiedzieć się, który program uruchomić jako następny. Na koniec musi wyciągnąć wszystkie istotne informacje dla tego programu, znaleźć swoje miejsce w kodzie i włączyć się. Żadne z tych przełączeń nie jest „prawdziwą pracą” — to znaczy nic w rzeczywistości nie poprawia stanu żadnego z różnych programów, między którymi przełącza się komputer. To metapraca. Każda zmiana kontekstu to strata czasu. Ludzie najwyraźniej również ponoszą koszty zmiany kontekstu. Czujemy je, kiedy przenosimy papiery na biurko i z niego wychodzimy, zamykamy i otwieramy dokumenty na komputerze, wchodzimy do pokoju, nie pamiętając, co nas tam wysłało lub po prostu mówimy na głos: „A teraz, gdzie ja byłem?” lub „Co mówiłem?” Psychologowie pokazali, że dla nas skutki przełączania zadań mogą obejmować zarówno opóźnienia, jak i błędy – w skali minut, a nie mikrosekund. Dla porównania: każdemu, komu przeszkadzasz częściej niż kilka razy na godzinę, grozi niebezpieczeństwo, że w ogóle nie będzie wykonywał żadnej pracy. Osobiście odkryliśmy, że zarówno programowanie, jak i pisanie wymagają uwzględnienia stanu całego systemu, a co za tym idzie, niosą ze sobą niezwykle duże koszty przełączania kontekstu. Nasz przyjaciel, który pisze oprogramowanie, mówi, że normalny tydzień pracy nie jest dobrze dostosowany do jego przepływu pracy, ponieważ dla niego szesnastogodzinne dni są ponad dwukrotnie bardziej produktywnie niż ośmiogodzinne dni. Brian ze swojej strony uważa pisanie za rodzaj kowalstwa, podczas którego podgrzanie metalu, zanim stanie się plastyczny, zajmuje trochę czasu. Uważa, że blokowanie czasu krótszego niż dziewięćdziesiąt minut na pisanie jest nieco bezużyteczne, ponieważ przez pierwsze pół godziny nic wielkiego się nie dzieje poza załadowaniem gigantycznego bloku „A teraz, gdzie ja byłem?” w jego głowę. Ekspert ds. planowania Kirk Pruhs z Uniwersytetu w Pittsburghu ma takie samo doświadczenie. „Jeśli zajmie mi to mniej niż godzinę, po prostu zajmę się sprawunkami, ponieważ przez pierwsze trzydzieści pięć minut naprawdę zastanawiam się, co chcę zrobić, a potem mogę nie mieć na to czasu”. Słynny wiersz Rudyarda Kiplinga z 1910 r. „Jeśli...” kończy się żywiołowym wezwaniem do zarządzania czasem: „Jeśli potrafisz wypełnić bezlitosną minutę / Biegiem trwającym sześćdziesiąt sekund...” Choćby tylko. Prawda jest taka, że zawsze są koszty ogólne – czas stracony na metapracę i logistykę

prowadzenie księgowości i zarządzanie zadaniami. Jest to jeden z podstawowych kompromisów w planowaniu. Im więcej bierzesz na siebie, tym większe są koszty ogólne. W swojej koszarnej skrajności zamienia się to w zjawisko zwane biciem.

Lanie

Gage: Panie Zuckerberg, czy poświęcam pańską pełną uwagę?...

Zuckerberg: Masz część mojej uwagi – masz jej minimalną ilość. -SIEĆ SPOŁECZNA

Komputery wykonują wiele zadań jednocześnie w procesie zwanym „wątkowaniem”, który można porównać do żonglowania zestawem piłek. Tak jak żongler podrzuca w powietrze tylko jedną piłkę na raz, ale utrzymuje trzy w górze, tak procesor pracuje tylko nad jednym programem na raz, ale przełączając się między nimi wystarczająco szybko (w skali dziesięciu tysięcznych sekundy) wygląda na to, że odtwarza film, przegląda strony internetowe i powiadamia o przychodzących wiadomościach e-mail. W latach sześćdziesiątych informatycy zaczęli zastanawiać się, jak zautomatyzować proces współdzielenia zasobów komputera pomiędzy różnymi zadaniami i użytkownikami. To był ekscytujący

czas – wspomina Peter Denning, obecnie jeden z czołowych ekspertów w dziedzinie wielozadaniowości komputerowej, który pracował wówczas nad doktoratem na MIT. Ekscytujące i niepewne: „Jak podzielić pamięć główną pomiędzy kilka dostępnych stanowisk pracy, gdy niektóre z nich chcą się rozwijać, a inne mogą chcieć się skurczyć i będą wchodzić w interakcje ze sobą, próbując ukraść [pamięć] i tego typu rzeczy?... Jak radzisz sobie z całym zestawem interakcji? Nikt nic o tym nie wiedział.” Nic dziwnego, biorąc pod uwagę, że badacze tak naprawdę nie wiedzieli jeszcze, co robią, wysiłki te napotkały trudności. A jeden szczególnie przykuł ich uwagę. Jak wyjaśnia Denning, w pewnych warunkach dramatyczny problem „pojawia się, gdy dodajesz więcej zadań do zestawu wielu programów. W pewnym momencie ty możesz przekroczyć krytyczny próg – dokładnie tam, gdzie to się nie da przewidzieć, ale będziesz o tym wiedział, kiedy tam dotrzesz – i nagle wydaje się, że system umiera. Zastanów się jeszcze raz nad naszym wizerunkiem żonglera. Gdy jedna piłka jest w powietrzu, jest wystarczająco dużo wolnego czasu, gdy piłka jest w górze, aby żongler mógł podrzucić także inne w górę. Ale co, jeśli żongler przejmie wyzwanie o jedną piłkę więcej, niż jest w stanie unieść? On nie upuszcza tej piłki; rzuca wszystko. Cały system, całkiem dosłownie, upada. Jak to ujął Denning: „Obecność jednego dodatkowego programu spowodowała całkowite załamanie usług.... Ostra różnica między tymi dwoma przypadkami na pierwszy rzut oka przeczy intuicji, co może skłonić nas do spodziewania się stopniowej degradacji usług w miarę wprowadzania nowych programów do zatłoczona pamięć główna.” Zamiast tego katastrofa. I póki możemy zrozumieć przytłoczony ludzkim żonglerem, co może spowodować, że coś takiego przydarzy się maszynie? Tutaj teoria planowania przecina się z teorią buforowania. Cała idea skrzynek polega na tym, aby „zestaw roboczy” potrzebnych elementów był dostępny w celu szybkiego dostępu. Jednym ze sposobów osiągnięcia tego jest przechowywanie informacji aktualnie używanych przez komputer w szybkiej pamięci, a nie na wolnym dysku twardym. Jeśli jednak zadanie wymaga śledzenia tak wielu rzeczy, że nie wszystkie zmieszczą się w pamięci, może się okazać, że spędzisz więcej czasu na wymianie informacji między pamięcią i między nimi, niż na faktycznej pracy. Co więcej, gdy przełączasz zadania, nowo aktywne zadanie może zwolnić miejsce dla swojego zestawu roboczego, usuwając z pamięci fragmenty innych zestawów roboczych. Następne zadanie, po reaktywacji, ponownie pobierze części zestawu roboczego z dysku twardego i wprowadzi je z powrotem do pamięci, ponownie wypierając inne. Ten problem — zadania kradnące sobie nawzajem przestrzeń — może się jeszcze pogłębić w systemach z hierarchią pamięci podręcznych pomiędzy procesorem a pamięcią. Jak ujął to Peter Zijlstra, jeden z głównych programistów harmonogramu systemu operacyjnego Linux, „Pamięci podręczne są ciepłe przy bieżącym obciążeniu, a przełączenie kontekstu powoduje w zasadzie unieważnienie wszystkich pamięci podręcznych. I to boli.” W skrajnym przypadku program może działać wystarczająco długo, aby zamienić potrzebne elementy w pamięci, zanim ustąpi miejsca innemu programowi, który działa wystarczająco długo, aby je po kolei zastąpić. To jest miażdżące: system działający na pełnych obrotach i nie osiągający niczego. Denning po raz pierwszy zdiagnozował to zjawisko w kontekście zarządzania emocjami, ale obecnie informatycy używają terminu „bicie” w odniesieniu do praktycznie każdej sytuacji, w której system zatrzymuje się, ponieważ jest całkowicie zajęty metapracą. Wydajność wymagającego komputera nie spada stopniowo. Spada z klifu. „Prawdziwa praca” spada praktycznie do zera, co oznacza również, że wyjście z niej będzie prawie niemożliwe. Rzucanie się jest bardzo rozpoznawalnym stanem ludzkim. Jeśli kiedykolwiek miałeś moment, w którym chciałeś przestać robić wszystko, aby mieć szansę na zapisanie wszystkiego, co powinieneś zrobić, ale nie mogłeś oszczędzić czasu, to się smartwiłeś. Przyczyna jest taka sama w przypadku ludzi i komputerów: każde zadanie czerpie z naszych ograniczonych zasobów poznawczych. Kiedy samo pamiętanie o wszystkim, co mamy do zrobienia, zajmuje całą naszą uwagę – lub nadawanie priorytetu każdemu zadaniu pochłania cały czas, który musieliśmy go wykonać – lub gdy tok naszych myśli jest nieustannie przerywany, zanim te myśli przełożą się na działanie – odczuwamy panikę, jak paraliż na skutek nadpobudliwości. To się bije i komputery dobrze o tym wiedzą. Jeśli kiedykolwiek zmagaleś się z systemem, który był w stanie

szamotaniny – i jeśli kiedykolwiek byłeś w takim stanie – to być może ciekawi Cię informatyka, jak się wy dostać. W swoim przełomowym artykule z lat 60. XX wieku na ten temat Denning zauważył, że uncja zapobiegania jest warta funta leczenia. Najłatwiej jest po prostu zdobyć więcej pamięci: na przykład wystarczającą ilość pamięci RAM, aby zmieścić w pamięci zbiory robocze wszystkich uruchomionych programów na raz i skrócić czas potrzebny na przełączenie kontekstu. Jednak porady zapobiegawcze dotyczące bicia nie pomogą, gdy znajdziesz się w jego środku. Poza tym, jeśli chodzi o ludzką uwagę, jesteśmy skazani na to, co mamy. Innym sposobem na uniknięcie bicia się przed jego rozpoczęciem jest nauczenie się sztuki mówienia „nie”. Denning zalecał na przykład, aby system po prostu odmawiał dodania programu do swojego obciążenia, jeśli nie ma wystarczającej ilości wolnej pamięci do przechowywania zestawu roboczego. Zapobiega to rzucaniu się w maszynach i jest rozsądną radą dla każdego, kto ma pełny talerz. Ale to również może wydawać się nieosiągalnym luksusem dla tych z nas, którzy czują się już przeciążeni lub z innych powodów nie są w stanie dławić stawianych nam wymagań. W takich przypadkach zdecydowanie nie da się pracować ciężiej, ale można pracować... głupiej. Oprócz rozważań na temat pamięci, jednym z największych źródeł metapracy w kontekście przełączania jest sam akt wyboru, co robić dalej. To również może czasami zakłócić faktyczne wykonanie pracy. W obliczu, powiedzmy, przepelnionej skrzynki odbiorczej n wiadomości, z teorii sortowania wiemy, że wielokrotne skanowanie jej w poszukiwaniu najważniejszej, na którą można odpowiedzieć w następnej kolejności, będzie wymagało $O(n^2)$ operacji — n skanów n wiadomości każda. Oznacza to, że przebudzenie ze skrzynką odbiorczą, która jest trzy razy bardziej pełna niż zwykle, może zająć dziewięć razy więcej czasu. Co więcej, przeglądanie tych e-maili oznacza wymianę w myślach każdej wiadomości, jednej po drugiej, zanim odpowiesz na którąkolwiek z nich: to niezawodny przepis na załamanie pamięci. W stanie szalu zasadniczo nie robisz postępów, więc nawet wykonywanie zadań w niewłaściwej kolejności jest lepsze niż nierobienie niczego. Zamiast odpowiadać najpierw na najważniejsze e-maile – co wymaga oceny całościowego obrazu, co może zająć więcej czasu niż sama praca – może powinieneś ominąć ruchome piaski w czasie kwadratowym i po prostu odpowiadać na e-maile w losowej kolejności lub w dowolnej kolejności, w jakiej się pojawiają aby pojawić się na ekranie. Myśląc podobnie, kilka lat temu główny zespół Linuksa wymienił swój program planujący na taki, który był mniej „inteligentny” w obliczaniu priorytetów procesów, ale z nawiązką nadrabiał to krótszym czasem ich obliczania. Jeśli jednak nadal chcesz zachować swoje priorytety, możesz zawrzeć inną, jeszcze ciekawszą ofertę, aby odzyskać swoją produktywność.

Przerwij łączenie

Częścią tego, co sprawia, że planowanie w czasie rzeczywistym jest tak złożone i interesujące, jest to, że zasadniczo polega na negocjowaniu dwóch zasad, które nie są w pełni kompatybilne. Te dwie zasady nazywane są responsywnością i przepustowością: jak szybko reagujesz na pewne rzeczy i ile ogólnie możesz zrobić. Każdy, kto kiedykolwiek pracował w środowisku biurowym, z łatwością doceni napięcie między tymi dwoma wskaźnikami. Między innymi z tego powodu istnieją ludzie, których zadaniem jest odbieranie telefonu: reagują szybko, aby inni mogli mieć przepustowość. Powtórzę: życie jest trudniejsze, gdy – podobnie jak w przypadku komputera – musisz samodzielnie dokonać kompromisu w zakresie szybkości reakcji i przepustowości. A najlepszą strategią na załatwienie spraw może, paradoksalnie, spowolnienie. Planiści systemu operacyjnego zazwyczaj definiują „okres”, w którym każdy program ma gwarancję działania przynajmniej przez chwilę, a system udostępnia każdemu programowi „wycinek” tego okresu. Im więcej programów jest uruchomionych, tym mniejsze stają się te wycinki i tym częściej następuje przełączanie kontekstu w każdym okresie, utrzymując responsywność kosztem przepustowości. Jednakże pozostawiona bez kontroli polityka gwarantująca każdemu procesowi przynajmniej trochę uwagi w każdym okresie może doprowadzić do katastrofy. Przy wystarczającej liczbie uruchomionych programów wycinek zadania kurczy się do tego stopnia, że system przeznaczca cały wycinek na przełączanie kontekstu, po czym natychmiast przełącza się

ponownie do następnego zadania. Winowajcą jest gwarancja twardej reakcji. Tak więc nowoczesne systemy operacyjne faktycznie ustalają minimalną długość swoich wycinków i nie chcą już dzielić okresu na mniejsze części. (Na przykład w Linuksie ten minimalny użyteczny wycinek wynosi około trzech czwartych milisekundy, ale u ludzi realistycznie może to być co najmniej kilka minut.) Jeśli więcej procesów zostanie dodanych poza tym punktem, okres po prostu się wydłuży dłużej. Oznacza to, że procesy będą musiały czekać dłużej na swoją kolej, ale tury, które dostaną, będą przynajmniej wystarczająco długie, aby coś zrobić. Ustalenie minimalnej ilości czasu przeznaczonego na jedno zadanie pomaga zapobiec całkowitemu zniszczeniu przepustowości przez przywiązanie do szybkości reakcji: jeśli minimalny wycinek jest dłuższy niż czas potrzebny do przełączenia kontekstu, system nigdy nie osiągnie stanu, w którym przełączanie kontekstu to jedyna rzecz, którą robi. To także zasada, którą łatwo przełożyć na rekomendację dla życia ludzkiego. Metody takie jak „timeboxing” lub „pomodoros”, w których dosłownie ustawiasz minutnik w kuchni i zobowiązujesz się do wykonania jednego zadania, aż się skończy, są jednym z przykładów realizacji tego pomysłu. Ale jaki rozmiar plasterka należy osiągnąć? W obliczu pytania, jak długo należy czekać pomiędzy przerwami w wykonywaniu powtarzającego się zadania, np. sprawdzania poczty, odpowiedź z punktu widzenia przepustowości jest prosta: tak długo, jak to możliwe. Ale to nie koniec historii; w końcu wyższa przepustowość oznacza także niższą responsywność. W przypadku Twojego komputera irytującą przerwą, którą musi regularnie sprawdzać, nie są wiadomości e-mail — to Ty. Możesz nie ruszać myszą przez kilka minut lub godzin, ale kiedy to zrobisz, spodziewasz się, że wskaźnik na ekranie poruszy się natychmiast, co oznacza, że maszyna włoży dużo wysiłku w samo sprawdzanie ciebie. Im częściej sprawdza mysz i klawiaturę, tym szybciej może reagować na wprowadzane dane, ale tym więcej musi przełączać kontekst. Zatem zasada, którą kierują się komputerowe systemy operacyjne przy podejmowaniu decyzji, jak długo mogą poświęcić się danemu zadaniu, jest prosta: tak długo, jak to możliwe, bez sprawiania użytkownikowi wrażenia roztrzęsionego lub powolnego. Kiedy my, ludzie, wychodzimy z domu, aby załatwić szybkie sprawy, możemy powiedzieć coś w stylu: „Nawet nie zauważyłeś, że mnie nie ma”. Kiedy nasze maszyny przełączają kontekst na obliczenia, muszą dosłownie do nas wrócić, zanim zauważymy, że ich nie ma. Aby znaleźć ten punkt równowagi, programiści systemów operacyjnych zwrócili się do psychologii, przeglądając artykuły z psychofizyki w celu znalezienia dokładnej liczby milisekund opóźnienia potrzebnej ludzkiemu mózgowi do zarejestrowania opóźnienia lub migotania. Częściej nie ma sensu zajmować się użytkownikiem. Dzięki tym wysiłkom, gdy systemy operacyjne działają prawidłowo, nawet nie zauważasz, jak mocno obciąża Twój komputer. Nadal możesz płynnie poruszać myszą po ekranie, nawet gdy procesor pracuje w pełnym zakresie. Płynność kosztuje pewną przepustowość, ale jest to kompromis projektowy wyraźnie dokonany przez inżynierów systemu: system spędza tyle czasu, ile to możliwe, z dala od interakcji z Tobą, a następnie w samą porę zabiera się do ponownego rysowania myszy. I znowu jest to zasada, którą można przenieść na życie ludzkie. Morał jest taki, że powinieneś starać się jak najdłużej zajmować się jednym zadaniem, nie zmniejszając swojej responsywności poniżej minimalnego akceptowalnego limitu. Zdecyduj, jak szybko musisz reagować, a następnie, jeśli chcesz, aby wszystko zostało zrobione, nie reaguj bardziej. Jeśli często zmieniasz kontekst, ponieważ zajmujesz się heterogenicznym zbiorem krótkich zadań, możesz zastosować inny pomysł z informatyki: „łączenie przerw”. Jeśli na przykład masz pięć rachunków za kartę kredytową, nie płać ich zaraz po otrzymaniu; zajmij się nimi wszystkimi za jednym razem, gdy przyjdzie piąty rachunek. O ile Twoje rachunki nigdy nie będą wymagalne w terminie krótszym niż trzydzieści jeden dni od ich otrzymania, możesz wyznaczyć, powiedzmy, pierwszy dzień każdego miesiąca jako „dzień płacenia rachunków” i usiąść w tym momencie, aby przetworzyć każdy rachunek na swoim biurku, nie ma znaczenia, czy nadeszło trzy tygodnie, czy trzy godziny temu. Podobnie, jeśli żaden z Twoich korespondentów e-mailowych nie wymaga odpowiedzi w czasie krótszym niż dwadzieścia cztery godziny, możesz ograniczyć się do sprawdzania wiadomości raz dziennie. Same komputery robią coś takiego: czekają do określonego przedziału czasu i sprawdzają

wszystko, zamiast przełączać kontekst, aby obsłużyć oddzielne, nieskoordynowane przerwania z różnych podzespołów.* Czasami informatycy zauważają brak łączenia się przerwań w swoim życiu. Dyrektor Google ds. badań, Peter Norvig, mówi: „Musiałem dzisiaj trzy razy jechać do centrum, żeby coś załatwić, i powiedziałem: «No cóż, to tylko jednowierszowy błąd w twoim algorytmie. Powinieneś po prostu poczekać lub dodać je do kolejki zadań do wykonania, zamiast wykonywać je sekwencyjnie, gdy zostaną dodane pojedynczo.” W skali ludzkiej, otrzymujemy możliwość łączenia przerwań z systemu pocztowego za darmo, podobnie jak konsekwencją ich cyklu dostaw. Ponieważ poczta jest dostarczana tylko raz dziennie, przesyłka wysłana z kilkuminutowym opóźnieniem może zająć dodatkowe dwadzieścia cztery godziny. Biorąc pod uwagę koszty zmiany kontekstu, pozytywne rozwiązanie powinno być już oczywiste: rachunki i listy mogą przeszkodzić Ci najwyżej raz dziennie. Co więcej, całodobowy rytm pocztowy wymaga od Ciebie minimalnej reakcji: nie ma znaczenia, czy wyślesz odpowiedź pocztą pięć minut, czy pięć godzin po otrzymaniu listu. W środowisku akademickim odprawianie zajęć jest sposobem na łagodzenie przerw ze strony studentów. I w sektorze prywatnym, łączenie przerwań oferuje odkupieńcze spojrzenie na jeden z najbardziej oczernianych rytuałów biurowych: cotygodniowe spotkania. Niezależnie od ich wad, regularnie zaplanowane spotkania są jedną z naszych najlepszych metod obrony przed spontanicznym przerywaniem i nieplanowaną zmianą kontekstu. Być może patronem stylu życia opartego na minimalnej zmianie kontekstu jest legendarny programista Donald Knuth. „Robię jedną rzecz na raz” – mówi. „To właśnie informatycy nazywają przetwarzaniem wsadowym — alternatywą jest zamiana wejść i wyjść. Nie zamieniam się miejscami. Knuth nie żartuje. 1 stycznia 2014 r. rozpoczął prace nad „The TeX Tuneup of 2014”, w ramach których naprawił wszystkie błędy zgłoszone w jego oprogramowaniu do składu TeX-a w ciągu ubiegłych sześciu lat. Jego raport kończy się radosnym podpisem: „Bądźcie na bieżąco z TeX Tuneup of 2021!” Podobnie Knuth nie ma adresu e-mail od 1990 r. „E-mail to wspaniała rzecz dla ludzi, których rolą w życiu jest być na bieżąco. Ale nie dla mnie; moją rolą jest być na dnie rzeczy. To, co robię, wymaga długich godzin nauki i nieprzerwanej koncentracji.” Przegląda całą swoją pocztę co trzy miesiące, a wszystkie faksy co sześć. Ale nie trzeba doprowadzać rzeczy do skrajności Knutha, aby życzyć sobie, aby większa część naszego życia stosowała łączenie przerwań jako zasadę projektowania. Poczta wręcza nam go niemal przez przypadek; gdzie indziej musimy to zbudować lub zażądać dla siebie. Nasze urządzenia piszczące i brzęczące mają tryby „Nie przeszkadzać”, które moglibyśmy ręcznie włączać i wyłączać w ciągu dnia, ale jest to zbyt tępe urządzenie. Zamiast tego moglibyśmy agitować za ustawieniami zapewniającymi wyraźną opcję łączenia przerwań — to samo, co w ludzkiej skali czasu wykonują urządzenia wewnętrznie. Ostrzegaj mnie tylko raz na dziesięć minut, powiedzmy; to powiedz mi wszystko.

Reguła Bayesa

Przewidywanie przyszłości Cała wiedza ludzka jest niepewna, niedokładna i częściowa. – BERTRAND RUSSELL

Jutro wszędzie słońce. Możesz się założyć, że będzie słońce. —ANNIE

W 1969 roku, przed rozpoczęciem doktoratu z astrofizyki w Princeton, J. Richard Gott III odbył podróż do Europy. Tam zobaczył Mur Berliński, który został zbudowany osiem lat wcześniej. Stojąc w cieniu muru, surowego symbolu zimnej wojny, zaczął się zastanawiać, jak długo jeszcze będzie on dzielił Wschód i Zachód. Na pierwszy rzut oka jest coś absurdalnego w próbach dokonywania tego rodzaju prognoz. Nawet pomijając niemożność prognozowania geopolityki, pytanie to wydaje się matematycznie śmieszne: polega na próbie prognozowania na podstawie pojedynczego punktu danych. Choć może się to wydawać śmieszne na pierwszy rzut oka, z konieczności stale dokonujemy takich przewidywań. Przyjeżdżasz na przystanek autobusowy w obcym mieście i być może dowiadujesz się, że stojący tam inny turysta czeka już siedem minut. Kiedy prawdopodobnie przyjedzie następny autobus? Czy warto czekać – a jeśli tak, jak długo należy to robić, zanim się poddasz? A może Twój znajomy spotyka się z kimś od miesiąca i potrzebuje Twojej rady: czy nie jest już za wcześnie, aby zaprosić go na zbliżające się rodzinne wesele? Związek ma dobry początek, ale na ile przyszłości można bezpiecznie snuć plany? Słynna prezentacja Petera Norviga, dyrektora ds. badań w Google, nosiła tytuł „Nieracjonalna skuteczność danych” i zachwycała się „w jaki sposób miliardy trywialnych punktów danych mogą prowadzić do zrozumienia”. Media nieustannie mówią nam, że żyjemy w „epoce dużych zbiorów danych”, kiedy komputery mogą przeglądać miliardy punktów danych i znajdować wzorce niewidoczne gołym okiem. Często jednak problemy najbardziej istotne dla codziennego życia ludzkiego znajdują się na przeciwległym krańcu. Nasze dni są pełne „małych danych”. W rzeczywistości, podobnie jak Gott stojący pod murem berlińskim, często musimy wyciągać wnioski na podstawie najmniejszej ilości danych, jaką możemy posiadać: pojedynczej obserwacji. Więc jak to zrobimy? A jak powinniśmy? Historia zaczyna się w XVIII-wiecznej Anglii, w dziedzinie badań, której nie mogły się oprzeć wielkie umysły matematyczne tamtych czasów, nawet duchownych: hazard.

Rozumowanie wstecz z wielbnym Bayesem

Jeśli zatem będziemy angażować się w argumenty, aby zaufać przeszłym doświadczeniom i uczynić je standardem naszego przyszłego osądu, argumenty te muszą być jedynie prawdopodobne.

—DAVID HUME

Ponad 250 lat temu kwestia przewidywania na podstawie niewielkich danych mocno zaprzętała umysł wielbego Thomasa Bayesa, prezbiteriańskiego pastora w urokliwym uzdrowisku Tunbridge Wells w Anglii. Jeśli kupimy dziesięć losów na nową i nieznaną loterię, wyobrażał sobie Bayes, a pięć z nich wygra nagrody, wówczas stosunkowo łatwo będzie oszacować szanse wygranej w loterii: 5/10, czyli 50%. A co jeśli zamiast tego kupimy pojedynczy bilet i wygra on nagrodę? Czy naprawdę wyobrażamy sobie, że prawdopodobieństwo wygranej wynosi 1/1, czy 100%? Wydaje się to zbyt optymistyczne. Czy to jest? A jeśli tak, to o ile? Co właściwie powinniśmy odgadnąć? Dla kogoś, kto wywarł taki wpływ na historię rozumowania w niepewności, historia Bayesa pozostaje ironicznie niepewna. Urodził się w roku 1701, a może 1702, w angielskim hrabstwie Hertfordshire, a może w Londynie. A w latach 1746, 47, 48 lub 49 napisał jedną z najbardziej wpływowych prac w całej matematyce, porzucił ją bez publikacji i zajął się innymi sprawami. Pomiedzy tymi dwoma zdarzeniami mamy nieco większą pewność. Bayes, syn pastora, rozpoczął studia teologiczne na Uniwersytecie w Edynburgu i został wyświęcony podobnie jak jego ojciec. Miał zarówno matematyczne, jak i teologiczne zainteresowania i w 1736 roku napisał żarliwą obronę nowomodnego „rachunku” Newtona w odpowiedzi na atak

biskupa George'a Berkeleya. Praca ta zaowocowała jego wyborem w 1742 roku jako członek Towarzystwa Królewskiego, któremu polecono go jako „dżentelmena... dobrze znającego geometrię oraz wszystkie części nauki matematycznej i filozoficznej”. Po śmierci Bayesa w 1761 r. jego przyjaciel Richard Price został poproszony o przejrzenie jego prac matematycznych i sprawdzenie, czy zawierają materiały nadające się do publikacji. Price natknął się szczególnie na jeden esej, który go zaintrygował – który, jak stwierdził, „ma wielką wartość i zasługuje na zachowanie”. Esej dotyczył dokładnie omawianego problemu loterii:

Wyobraźmy sobie zatem osobę obecną przy losowaniu loterii, która nie wie nic o jej schemacie ani o proporcji półfabrykatów do nagród. Załóżmy dalej, że jest on zobowiązany wywnioskować to z liczby wylosowanych przez niego pustych miejsc w porównaniu z liczbą nagród; oraz aby zapytano, jakie wnioski może w tych okolicznościach wyciągnąć w sposób uzasadniony.

Bayes doszedł do wniosku, że próba wykorzystania obserwowanych zwycięskich i przegranych kuponów do ustalenia ogólnej puli losów, z której one pochodzą, jest zasadniczo rozumowaniem wstecz. Aby tego dokonać, argumentował, musimy najpierw wyciągnąć wnioski z hipotez. Innymi słowy, musimy najpierw określić, na ile prawdopodobne jest, że wylosowalibyśmy bilety, gdyby spełniły się różne scenariusze. To prawdopodobieństwo — znane współczesnym statystykom jako „prawdopodobieństwo” — dostarcza nam informacji potrzebnych do rozwiązania problemu. Wyobraźmy sobie na przykład, że kupiliśmy trzy bilety i wszyscy trzej zwyciężyli. Gdyby loteria była szczególnie hojna i wygrywały wszystkie losy, wówczas nasza sytuacja „trzy za trzy” oczywiście miałaby miejsce cały czas; w tym scenariuszu ma 100% szans. Jeśli zamiast tego zwycięzcami byłaby tylko połowa losów na loterię, nasze doświadczenie „trzy za trzy” miałoby miejsce w $1/2 \times 1/2 \times 1/2$ przypadków, czyli innymi słowy w $1/8$ przypadków. A gdyby w loterii nagrodzono tylko jeden los na tysiąc, nasz wynik byłby niezwykle nieprawdopodobny: $1/1000 \times 1/1000 \times 1/1000$, czyli jeden na miliard. Bayes argumentował, że w związku z tym powinniśmy ocenić, że bardziej prawdopodobne jest, że wszystkie losy na loterię zostaną zwycięzcami, niż połowa z nich, a z kolei bardziej prawdopodobne, że wygra połowa z nich, niż tylko jeden na tysiąc. Być może już to przeculiśmy, ale logika Bayesa oferuje nam możliwość ilościowego określenia tej intuicji. Biorąc wszystko pod uwagę, powinniśmy sobie wyobrazić, że prawdopodobieństwo, że wszystkie losy okażą się zwycięskie, jest dokładnie osiem razy bardziej prawdopodobne niż połowa z nich — ponieważ wylosowane przez nas losy są dokładnie osiem razy bardziej prawdopodobne (100% w porównaniu z jednym do ośmiu) w tym przypadku. Podobnie jest dokładnie 125 milionów razy bardziej prawdopodobne, że połowa losów na loterię to zwycięzcy, niż to, że na tysiąc przypada tylko jeden zwycięski los, co wiemy porównując jeden na osiem do jednego na miliard. To jest sedno argumentacji Bayesa. Rozumowanie w przód na podstawie hipotetycznych przeszłości stanowi dla nas podstawę, aby następnie cofnąć się do najbardziej prawdopodobnej przeszłości. Było to pomysłowe i nowatorskie podejście, jednak nie pozwoliło na pełną odpowiedź na problem loterii. Prezentując wyniki Bayesa Towarzystwu Królewskiemu, Price ustalił, że jeśli kupisz pojedynczy los na loterię i okaże się, że jest on zwycięzcą, istnieje 75% szans, że co najmniej połowa losów zostanie zwycięzcami. Jednak myślenie o prawdopodobieństwach prawdopodobieństw może przyprawić o zawrót głowy. Co więcej, jeśli ktoś nas naciska: „No dobrze, ale jak myślisz, jakie są właściwie szanse w loterii?” nadal nie wiedzielibyśmy, co powiedzieć. Odpowiedź na to pytanie – jak sprowadzić wszystkie możliwe hipotezy do jednego konkretnego oczekiwania – odkrył dopiero kilka lat później francuski matematyk Pierre-Simon Laplace.

Prawo Laplace'a

Laplace urodził się w Normandii w 1749 roku, a ojciec wysłał go do szkoły katolickiej z zamiarem wstąpienia do duchowieństwa. Laplace studiował teologię na uniwersytecie w Caen, ale w przeciwieństwie do Bayesa, który przez całe życie równoważył pobożność duchową i naukową,

ostatecznie porzucił ten przedmiot na rzecz matematyki. W 1774 roku, zupełnie nieświadomy wcześniejszej pracy Bayesa, Laplace opublikował ambitny artykuł zatytułowany „Traktat o prawdopodobieństwie przyczyn zdarzeń”. W nim Laplace ostatecznie rozwiązał problem wyciągania wniosków wstecz z zaobserwowanych skutków do ich prawdopodobnych przyczyn. Jak widzieliśmy, Bayes znalazł sposób na porównanie względnego prawdopodobieństwa jednej hipotezy z drugą. Ale w przypadku loterii istnieje dosłownie nieskończona liczba hipotez: jedna na każdą możliwą część zwycięskich losów. Używając rachunku różniczkowego, niegdyś kontrowersyjnej matematyki, której Bayes był ważnym obrońcą, Laplace był w stanie udowodnić, że to szerokie spektrum możliwości można sprowadzić do jednego oszacowania, w dodatku zdumiewająco związłego. Jeśli naprawdę nie wiemy nic o naszej loterii z wyprzedzeniem, pokazał, to po wylosowaniu zwycięskiego losu za pierwszym razem powinniśmy spodziewać się, że odsetek zwycięskich losów w całej puli będzie wynosić dokładnie $2/3$. Jeśli kupimy trzy losy i wszyscy będą zwycięzcami, oczekiwana proporcja zwycięskich losów wyniesie dokładnie $4/5$. W rzeczywistości w przypadku dowolnego możliwego losowania w zwycięskich losów w n próbach oczekiwane to po prostu liczba wygranych plus jeden podzielona przez liczbę prób plus dwa: $(w+1)/(n+2)$. Ten niezwykle prosty schemat szacowania prawdopodobieństw znany jest jako prawo Laplace’a i można go łatwo zastosować w każdej sytuacji, w której trzeba ocenić szanse zdarzenia na podstawie jego historii. Jeśli podejmiesz dziesięć prób i pięć z nich zakończy się sukcesem, prawo Laplace’a szacuje, że Twoje ogólne szanse wynoszą $6/12$ lub 50%, zgodnie z naszymi intuicjami. Jeśli spróbujesz tylko raz i to się powiedzie, szacunki Laplace’a wynoszące $2/3$ są zarówno rozsądniejsze niż zakładanie, że wygrasz za każdym razem, jak i bardziej wykonalne niż wskazówki Price’a (które mówiłyby nam, że istnieje 75% metaprawdopodobieństwa, że wygrana wynosi 50). % lub więcej szans na sukces). Następnie Laplace zastosował swoje podejście statystyczne do szerokiego zakresu problemów swoich czasów, w tym do oceny, czy rzeczywiście prawdopodobieństwo urodzenia się dziecka płci męskiej i żeńskiej jest takie samo. (Ustalił z niemal całkowitą pewnością, że w rzeczywistości prawdopodobieństwo urodzenia płci męskiej jest nieco większe niż u płci żeńskiej). Napisał także Esej filozoficzny o prawdopodobieństwie, prawdopodobnie pierwszą książkę o prawdopodobieństwie dla szerokiego grona czytelników i wciąż jedną z najlepszych, przedstawiającą rozwijał swoją teorię i rozważał jej zastosowanie w prawie, nauce i życiu codziennym. Prawo Laplace’a oferuje nam pierwszą prostą zasadę konfrontacji małych danych w świecie rzeczywistym. Nawet jeśli dokonaliśmy tylko kilku obserwacji – lub tylko jednej – dostarcza nam to praktycznych wskazówek. Chcesz obliczyć prawdopodobieństwo, że Twój autobus się spóźni? Szansa na wygraną Twojej drużyny softballowej? Policz, ile razy zdarzyło się to w przeszłości plus jeden, a następnie podziel przez liczbę możliwości plus dwa. Piękno prawa Laplace’a polega na tym, że działa ono równie dobrze niezależnie od tego, czy mamy pojedynczy punkt danych, czy miliony z nich. Mówi nam, że wiara małej Annie, że jutro wszędzie słońce, jest uzasadniona: na Ziemi, na której słońce wschodzi przez około 1,6 biliona dni z rzędu, szansa na kolejny wschód słońca podczas następnej „próby” jest prawie nie do odróżnienia od 100 %.

Reguła Bayesa i wcześniejsze przekonania

Wszystkie te przypuszczenia są spójne i możliwe do pomyślenia. Dlaczego mielibyśmy preferować jedno, które nie jest bardziej spójne i możliwe do pomyślenia niż pozostałe? — DAVID HUME

Laplace rozważał także inną modyfikację argumentu Bayesa, która okazałaby się kluczowa: jak postępować z hipotezami, które są po prostu bardziej prawdopodobne niż inne. Na przykład, choć możliwe jest, że na loterii rozdane zostaną nagrody 99% osób, które kupią bilety, bardziej prawdopodobne jest – jak zakładamy – że rozdane zostaną nagrody tylko 1%. Założenie to powinno znaleźć odzwierciedlenie w naszych szacunkach. Aby było konkretniej, załóżmy, że znajomy pokazuje Ci dwie różne monety. Jedna to zwykła, „uczciwa” moneta z szansą na orzeł i reszkę 50–50; druga to

moneta dwugłowa. Wrzuca je do torby i wyciąga losowo jedną. Rzuca raz: reszki. Jak myślisz, którą monetą rzucił Twój przyjaciel? Schemat Bayesa, oparty na działaniu wstecz, pozwala szybko rozwiązać to pytanie. Rzut, w którym wypadnie orzeł, zdarza się w 50% przypadków w przypadku monety uczciwej i w 100% w przypadku monety dwugłowej. Możemy zatem z całą pewnością stwierdzić, że jest 100%/50%, czyli dokładnie dwa razy bardziej prawdopodobne, że znajomy wyciągnął dwugłową monetę. Rozważmy teraz następujący zwrot akcji. Tym razem znajomy pokazuje Ci dziewięć uczciwych monet i jedną dwugłową, wkłada wszystkie dziesięć do worka, losuje jedną i rzuca: orzeł. Jak myślisz, co teraz? Czy jest to moneta uczciwa, czy dwugłowa? Praca Laplace'a przewidziała tę zmarszczkę i tutaj znowu odpowiedź jest imponująco prosta. Tak jak poprzednio, prawdopodobieństwo wyrzucenia reszki w przypadku uczciwej monety jest dokładnie o połowę mniejsze niż w przypadku monety dwureszowej. Ale teraz prawdopodobieństwo, że uczciwa moneta zostanie wylosowana, jest dziewięć razy większe. Okazuje się, że możemy po prostu wziąć te dwa różne względy i pomnożyć je przez siebie: jest dokładnie cztery i pół razy większe prawdopodobieństwo, że Twój przyjaciel trzyma uczciwą monetę niż dwugłową. Wzór matematyczny opisujący tę zależność, łączący nasze wcześniej posiadane poglądy i dowody, które mamy przed oczami, stał się znany – jak na ironię, ponieważ prawdziwego dźwigania dokonał Laplace – jako reguła Bayesa. Daje także niezwykle proste rozwiązanie problemu łączenia istniejących przekonań z zaobserwowanymi dowodami: pomnóż ich prawdopodobieństwa przez siebie. Warto zauważyć, że posiadanie pewnych istniejących wcześniej przekonań jest kluczowe, aby ta formuła zadziałała. Jeśli twój przyjaciel po prostu podszedł do ciebie i powiedział: „Rzuciłem jedną monetę z tej torby i wypadła reszka. Jak myślisz, jakie jest prawdopodobieństwo, że jest to uczciwa moneta?”, całkowicie nie byłbyś w stanie odpowiedzieć na to pytanie, gdybyś nie miał przynajmniej pojęcia, jakie monety znajdują się w worku. (Nie możesz pomnożyć przez siebie tych dwóch prawdopodobieństw, jeśli nie masz żadnego z nich.) To poczucie tego, co było „w worku” przed rzuconiem monetą – szanse, że każda hipoteza będzie prawdziwa, zanim zobaczysz jakiegokolwiek dane – jest znane jako prawdopodobieństwa wcześniejsze, w skrócie „wcześniejsze”. Reguła Bayesa zawsze wymaga wcześniejszego sprawdzenia, nawet jeśli jest to tylko przypuszczenie. Ile istnieje monet dwugłowych? Jak łatwo je zdobyć? Tak w ogóle, jak wielkim oszustem jest twój przyjaciel? Fakt, że reguła Bayesa opiera się na zastosowaniu priorytetów, w pewnych momentach historii był uważany za kontrowersyjny, stronniczy, a nawet nienaukowy. Ale w rzeczywistości dość rzadko zdarza się, aby znaleźć się w sytuacji tak całkowicie nieznannej, że nasz umysł jest w rzeczywistości białą kartą – punktem, do którego za chwilę wrócimy. Tymczasem, jeśli masz już pewne oszacowanie prawdopodobieństw apriorycznych, reguła Bayesa ma zastosowanie do szerokiego zakresu problemów predykcyjnych, zarówno tych związanych z dużymi danymi, jak i bardziej powszechnymi problemami z małymi danymi. Obliczenie prawdopodobieństwa wygranej w loterii lub rzutu głową to dopiero początek. Metody opracowane przez Bayesa i Laplace'a mogą okazać się pomocne w każdym przypadku, gdy masz niepewność i trochę danych do pracy. I właśnie z taką sytuacją mamy do czynienia, próbując przewidzieć przyszłość.

Zasada Kopernika

Trudno jest przewidywać, zwłaszcza jeśli chodzi o przyszłość. — PRZYSŁOWIE DUŃSKIE

Kiedy J. Richard Gott przybył pod Mur Berliński, zadał sobie bardzo proste pytanie: Gdzie jestem? To znaczy, gdzie w całym okresie życia tego artefaktu trafiłem? W pewnym sensie zadał czasową wersję pytania przestrzennego, które czterysta lat wcześniej zaprzętało obsesję astronoma Mikołaja Kopernika: Gdzie jesteśmy? Gdzie we wszechświecie jest Ziemia? Kopernik dokonał radykalnej zmiany paradygmatu, wyobrażając sobie, że Ziemia nie jest centralnym punktem wszechświata – że w rzeczywistości nie jest ona niczym szczególnym. Gott zdecydował się zrobić ten sam krok w odniesieniu do czasu. Założył, że moment, w którym natknął się na mur berliński, nie był wyjątkowy – że równie

prawdopodobne było, że będzie to dowolny moment w całym życiu muru. A jeśli jakikolwiek moment był równie prawdopodobny, to jego przybycie powinno nastąpić średnio dokładnie w połowie drogi (ponieważ prawdopodobieństwo wystąpienia tego zdarzenia było w 50% przed połową i w 50% po). Mówiąc bardziej ogólnie, jeśli nie wiemy lepiej, możemy się spodziewać, że pojawimy się dokładnie w połowie czasu trwania danego zjawiska.* A jeśli założymy, że dotrzemy dokładnie do połowy czasu trwania czegoś, najlepszym możliwym przypuszczeniem będzie to, jak długo to będzie trwało. Będzie trwać w przyszłości, staje się oczywiste: dokładnie tak długo, jak już trwało. Gott widział Mur Berliński osiem lat po jego budowie, więc przypuszczał, że będzie on stał jeszcze przez osiem lat. (Ostatecznie wyszło dwadzieścia). To proste rozumowanie, które Gott nazwał zasadą Kopernika, daje w rezultacie prosty algorytm, którego można używać do przewidywania na różne tematy. Bez żadnych z góry przyjętych oczekiwań moglibyśmy go użyć do uzyskania przewidywań dotyczących końca nie tylko muru berlińskiego, ale wielu innych zjawisk krótko- i długoterminowych. Zasada Kopernika przewiduje, że Stany Zjednoczone Ameryki przetrwają jako naród do mniej więcej roku 2255, Google – do mniej więcej roku 2032, a relacje pomiędzy znajomym zaczął miesiąc temu, prawdopodobnie potrwa jeszcze około miesiąca (może powiedz mu, żeby jeszcze nie odpowiadał na to zaproszenie na ślub). Podobnie każe nam zachować sceptycyzm, gdy na przykład niedawna okładka „New Yorkera” przedstawia mężczyznę trzymającego sześciocalowy smartfon ze znaną siatką kwadratowych ikon aplikacji i podpisem „2525”. Wątpliwy. Smartfon, jaki znamy, ma zaledwie dziesięć lat, a Zasada Kopernika mówi nam, że prawdopodobnie nie pojawi się w 2025 r., a co dopiero pięć wieków później. Do 2525 roku byłoby nieco zaskakujące, gdyby istniał w ogóle Nowy Jork. Bardziej praktycznie, jeśli rozważamy zatrudnienie na budowie, której oznakowanie wskazuje, że minęło „7 dni od ostatniego wypadku przemysłowego”, to możemy chcieć trzymać się z daleka, chyba że planujemy wyjątkowo krótką pracę. A jeśli miejskiego systemu transportu nie stać na niezwykle przydatne, ale drogie znaki działające w czasie rzeczywistym, informujące pasażerów o przyjeździe następnego autobusu, zasada Kopernika sugeruje, że może istnieć znacznie prostsza i tańsza alternatywa. Samo wyświetlenie informacji, ile czasu minęło od przyjazdu poprzedniego autobusu na ten przystanek, daje istotną wskazówkę, kiedy przyjedzie następny. Ale czy zasada Kopernika jest słuszna? Po opublikowaniu przez Gotta swoich przypuszczeń w „Nature” do czasopisma napłynęło lawina krytycznej korespondencji. Łatwo zrozumieć dlaczego, gdy spróbujemy zastosować tę regułę do bardziej znanych przykładów. Jeśli spotkasz 90-letniego mężczyznę, Zasada Kopernika przewiduje, że dożyje on 180 lat. Tymczasem przewiduje się, że każdemu sześciolatniemu chłopcu grozi przedwczesna śmierć w wieku 12 lat. Aby zrozumieć, dlaczego Zasada Kopernika działa i dlaczego czasami tak się nie dzieje, musimy wrócić do Bayesa. Ponieważ pomimo pozornej prostoty, Zasada Kopernika jest w rzeczywistości przykładem Reguły Bayesa.

Bayes spotyka Kopernika

Przewidując przyszłość, np. trwałość muru berlińskiego, hipotezy, które musimy ocenić, dotyczą wszystkich możliwych czasów trwania danego zjawiska: czy będzie to trwało tydzień, miesiąc, rok, dekadę? Aby zastosować regułę Bayesa, jak widzieliśmy, musimy najpierw przypisać każdemu z tych okresów prawdopodobieństwo wcześniejsze. Okazuje się, że Zasada Kopernika jest dokładnie tym, co wynika z zastosowania Reguły Bayesa przy użyciu tak zwanego wcześniejszego braku informacji. Na początku może się to wydawać sprzecznością samą w sobie. Jeśli reguła Bayesa zawsze wymaga od nas określenia naszych wcześniejszych oczekiwań i przekonań, jak możemy stwierdzić, że ich nie mamy? W przypadku loterii jednym ze sposobów powoływania się na niewiedzę byłoby założenie tak zwanego „jednolitego priorytetu”, w ramach którego każda część zwycięskich losów jest jednakowo prawdopodobna.* W przypadku muru berlińskiego wcześniejszy brak informacji oznacza stwierdzenie, że nie wiemy nic na temat okresu, który próbujemy przewidzieć: mur może równie dobrze runąć w ciągu najbliższych pięciu minut, jak i przetrwać pięć tysięcy lat. Poza tym mało informacyjnym wcześniejszym, jedynymi danymi, jakie dostarczamy na temat reguły Bayesa, jak widzieliśmy, jest fakt,

że natknęliśmy się na Mur Berliński, gdy miał on osiem lat. Jakakolwiek hipoteza, która przewidywałaby żywotność muru krócej niż osiem lat, zostaje w ten sposób natychmiast wykluczona, ponieważ hipotezy te w ogóle nie wyjaśniają naszej sytuacji. (Podobnie moneta dwugłowa jest wykluczona na podstawie pierwszego pojawienia się reszki). Wszystko dłuższe niż osiem lat jest w zasięgu możliwości – ale gdyby mur miał przetrwać milion lat, byłby to duży zbieg okoliczności, że natknęliśmy się na niego tak blisko początków jego istnienia. Dlatego też, choć nie można wykluczyć niezwykle długiego okresu życia, nie jest on też zbyt prawdopodobny. Kiedy reguła Bayesa łączy wszystkie te prawdopodobieństwa – bardziej prawdopodobne krótkie okresy, które obniżają średnią prognozę, i mniej prawdopodobne, ale wciąż możliwe długie, które ją podnoszą – pojawia się zasada Kopernika: jeśli chcemy przewidzieć, jak długo coś będzie trwało, i nie mamy na ten temat żadnej innej wiedzy, możemy jedynie przypuszczać, że będzie to trwało tak długo, jak trwało dotychczas. W rzeczywistości Gott nie był nawet pierwszym, który zaproponował coś w rodzaju Zasady Kopernika. W połowie XX wieku statystyk Bayesa, Harold Jeffreys, zastanawiał się nad określeniem liczby tramwajów w mieście na podstawie numeru seryjnego tylko jednego tramwaju i uzyskał tę samą odpowiedź: podwoić numer seryjny. Podobny problem pojawił się już wcześniej, podczas II wojny światowej, kiedy alianci starali się oszacować liczbę czołgów produkowanych przez Niemcy. Czysto matematyczne szacunki oparte na numerach seryjnych zdobytych czołgów przewidywały, że Niemcy produkowali 246 czołgów miesięcznie, podczas gdy szacunki uzyskane w wyniku szeroko zakrojonego (i bardzo ryzykownego) rozpoznania powietrznego sugerowały, że liczba ta wynosiła około 1400. Po wojnie niemieckie zapisy ujawniły prawdziwą liczbę: 245. Uznanie, że Zasada Kopernika to po prostu Reguła Bayesa z mało informacyjnym wstępem, odpowiada na wiele pytań dotyczących jej ważności. Zasada Kopernika wydaje się rozsądna dokładnie w tych sytuacjach, w których nic nie wiemy – na przykład patrząc na Mur Berliński w 1969 roku, kiedy nie jesteśmy nawet pewni, jaka skala czasowa jest właściwa. I wydaje się to całkowicie niewłaściwe w przypadkach, gdy wiemy coś na dany temat. Przewidywanie, że 90-letni mężczyzna dożyje 180 lat, wydaje się nierozsądne właśnie dlatego, że zajmujemy się tym problemem, wiedząc już dużo o długości życia człowieka – i dzięki temu możemy zrobić lepiej. Im bogatsze informacje wstępne wprowadzimy do reguły Bayesa, tym bardziej przydatne będą przewidywania, jakie możemy z niej uzyskać.

Priorytety świata rzeczywistego...

W najszerszym znaczeniu na świecie istnieją dwa rodzaje rzeczy: rzeczy, które dążą do (lub skupiają się wokół) jakiejś „naturalnej” wartości, oraz rzeczy, które tego nie robią. Długość życia ludzkiego wyraźnie należy do tej pierwszej kategorii. Z grubsza opierają się na tak zwanym rozkładzie „normalnym” – znanym również jako rozkład „gaussowski” od nazwiska niemieckiego matematyka Carla Friedricha Gaussa i nieformalnie nazywany „krzywą dzwonową” ze względu na jej charakterystyczny kształt. Kształt ten dobrze charakteryzuje długość życia człowieka; na przykład średnia długość życia mężczyzn w Stanach Zjednoczonych wynosi około 76 lat, a prawdopodobieństwo spada dość gwałtownie w obie strony. Rozkłady normalne mają zazwyczaj jedną odpowiednią skalę: jednocyfrową długość życia uważa się za tragiczną, trzycyfrową za nadzwyczajną. Wiele innych czynników w świecie przyrody jest również normalnie rozłożonych, od wzrostu człowieka, masy ciała i ciśnienia krwi po temperaturę w mieście w południe i średnicę owoców w sadzie. Jest jednak wiele rzeczy na świecie, które nie wyglądają na rozkład normalny – na dłuższą metę nie. Na przykład średnia populacja miasta w Stanach Zjednoczonych wynosi 8226 osób. Jeśli jednak sporządzić wykres liczby miast według liczby ludności, nie dostrzeże się w nim niczego przypominającego krzywą dzwonową. Miast mniejszych niż 8226 byłoby znacznie więcej niż większych. Jednocześnie te większe byłyby znacznie większe od przeciętnych. Ten rodzaj wzorca charakteryzuje tak zwane „dystrybucje prawa mocy”. Nazywa się je również „rozkładami bezskalowymi”, ponieważ charakteryzują wielkości, które w wiarygodny sposób mogą wahać się w wielu skalach: miasto może mieć dziesiątki, setki, tysiące, dziesiątki tysięcy, setki tysięcy lub miliony mieszkańców, więc nie możemy przypiąć o jedną wartość określającą, jak duże

powinno być „normalne” miasto. Rozkład potęgowy charakteryzuje szereg zjawisk w życiu codziennym, które mają tę samą podstawową jakość, co populacje miast: większość rzeczy znajduje się poniżej średniej i kilka ogromnych powyżej niej. Kolejnym przykładem są przychody ze sprzedaży biletów filmowych, które mogą wahać się od czterech do dziesięciu cyfr. Większość filmów w ogóle nie zarabia dużych pieniędzy, ale czasami Titanic zarabia... no cóż, gigantyczne kwoty. Tak naprawdę pieniądze w ogóle to dziedzina pełna praw władzy. Rozkłady mocy charakteryzują zarówno bogactwo, jak i dochody ludzi. Na przykład średni dochód w Ameryce wynosi 55 688 dolarów, ale ponieważ dochód jest rozkładany mniej więcej według prawa potęgowego, wiemy, że o wiele więcej osób będzie poniżej tej średniej niż powyżej niej, podczas gdy ci, którzy będą powyżej, mogą praktycznie znaleźć się poza nią. wykresy. A więc tak jest: dwie trzecie populacji USA zarabia mniej niż średni dochód, ale górny 1% zarabia prawie dziesięciokrotnie więcej niż średnia. A 1% najlepszych z 1% zarabia dziesięć razy więcej. Często ubolewa się, że „bogaci się bogacą” i w istocie proces „preferencyjnego przywiązania” jest jednym z najpewniejszych sposobów uzyskania podziału mocy. Najpopularniejsze strony internetowe mają największe szanse na otrzymanie linków przychodzących; najczęściej obserwowane gwiazdy w Internecie to te, które mają największe szanse na zdobycie nowych fanów; najbardziej prestiżowe firmy to te, które mają największe szanse na pozyskanie nowych klientów; największe miasta mają największe szanse na przyciągnięcie nowych mieszkańców. W każdym przypadku nastąpi rozkład potęgowy. Reguła Bayesa mówi nam, że jeśli chodzi o formułowanie przewidywań na podstawie ograniczonych dowodów, niewiele rzeczy jest tak ważnych jak posiadanie dobrych priorytetów, czyli wycucie rozkładu, z którego oczekujemy, że pochodzą te dowody. Dobre przewidywania zaczynają się zatem od dobrego wycucia, kiedy mamy do czynienia z rozkładem normalnym, a kiedy z rozkładem potęgowym. Jak się okazuje, reguła Bayesa oferuje nam prostą, ale radykalnie odmienną praktyczną regułę predykcyjną dla każdego z nich.

... i ich zasady przewidywania

Czy chodziło Ci o: „to może trwać wiecznie” w dobrym znaczeniu tego słowa? —BEN LERNER

Badając Zasadę Kopernika, zauważyliśmy, że gdy Reguła Bayesa ma nieinformujące wcześniejsze założenie, zawsze przewiduje, że całkowity czas życia obiektu będzie dokładnie dwukrotnie większy od obecnego wieku. W rzeczywistości pozbawione informacji wcześniejsze, z jego niezwykle różnorodnymi możliwymi skalami – ściana, która może trwać miesiącami lub tysiącletiami – jest rozkładem opartym na prawie potęgowym. W przypadku dowolnego rozkładu potęgowego reguła Bayesa wskazuje, że odpowiednią strategią przewidywania jest reguła mnożenia: pomnóż zaobserwowaną dotychczas wielkość przez jakiś stały współczynnik. Dla nieinformującego poprzednika ten stały współczynnik wynosi 2, stąd przewidywanie Kopernika; w innych przypadkach prawa potęgowego mnożnik będzie zależał od dokładnego rozkładu, z którym pracujesz. Na przykład w przypadku filmów brutto wynosi około 1,4. Jeśli więc usłyszysz, że film zarobił do tej pory 6 milionów dolarów, możesz zgadnąć, że w sumie zarobi około 8,4 miliona dolarów; jeśli zarobi 90 milionów dolarów, przypuszczalnie osiągnie 126 milionów dolarów. Ta reguła mnożenia jest bezpośrednią konsekwencją faktu, że rozkłady potęgowe nie określają naturalnej skali opisywanego zjawiska. Zatem jedyną rzeczą, która daje nam poczucie skali naszych przewidywań, jest pojedynczy punkt danych, jakim dysponujemy – na przykład fakt, że Mur Berliński stoi od ośmiu lat. Im większa wartość tego pojedynczego punktu danych, tym z większą skalą prawdopodobnie mamy do czynienia i odwrotnie. Jest możliwe, że film, który zarobił 6 milionów dolarów, okaże się hitem już w pierwszej godzinie premiery, ale znacznie bardziej prawdopodobne jest, że będzie to film wart jednocyfrowe miliony. Z drugiej strony, gdy zastosujemy regułę Bayesa z rozkładem normalnym jako priorytetem, otrzymamy zupełnie inny rodzaj wskazówek. Zamiast reguły mnożenia otrzymujemy Regułę średniej: użyj „naturalnej” średniej dystrybucji – jej pojedynczej, określonej skali – jako swojej wskazówki. Na

przykład, jeśli ktoś jest młodszy niż średnia długość życia, po prostu przewiduj średnią; gdy ich wiek zbliży się do średniej, a następnie ją przekroczy, prognozuj, że pożyją jeszcze kilka lat. Kierowanie się tą zasadą pozwala na rozsądne prognozy dla 90-latka i 6-latka: odpowiednio 94 i 77. (6-latek ma niewielką przewagę nad średnią populacji wynoszącą 76 osób dzięki temu, że przetrwał okres niemowlęcy: wiemy, że nie należy do lewego ogona rozkładu). Czasy wyświetlania filmów, podobnie jak życie człowieka, również podlegają rozkładowi normalnemu : większość filmów trwa około stu minut, przy malejącej liczbie wyjątków kończących się po obu stronach. Ale nie wszystkie ludzkie działania są tak dobrze wychowane. Poeta Dean Young zauważył kiedyś, że ilekroć słucha wiersza podzielonego na ponumerowane fragmenty, jego serce słabnie, gdy czytelnik ogłasza początek części czwartej: jeśli są więcej niż trzy części, wszystko jest wykluczone i Young musi się przykucnąć, żeby poczekać ucho. Okazuje się, że konsternacja Younga jest w istocie całkowicie bayesowska. Analiza wierszy pokazuje, że w przeciwieństwie do czasów wyświetlania filmów, wiersze opierają się na czymś bliższym prawu potęgowemu niż rozkładowi normalnemu: większość wierszy jest krótka, ale niektóre to epepeje. Jeśli więc chodzi o poezję, upewnij się, że masz wygodne miejsce. Coś, co zwykle się rozprzestrzenia, i trwa pozornie zbyt długo, wkrótce się skończy; ale im dłużej coś trwa w rozkładzie prawa potęgowego, tym dłużej można się spodziewać, że będzie to trwało. Pomiędzy tymi dwiema skrajnościami istnieje trzecia kategoria rzeczy w życiu: te, które nie są żadną z nich mniej prawdopodobne, że zakończą się tylko dlatego, że trwają już jakiś czas. Czasami rzeczy są po prostu... niezmiennie. Duński matematyk Agner Krarup Erlang, który badał takie zjawiska, sformalizował rozkład odstępów między niezależnymi zdarzeniami w funkcję, która obecnie nosi jego imię: rozkład Erlanga. Kształt tej krzywej różni się zarówno od normalnej, jak i od prawa potęgowego: ma kontur przypominający skrzydło, wznoszący się do delikatnego garbu, z ogonem, który opada szybciej niż w przypadku prawa potęgowego, ale wolniej niż w przypadku rozkładu normalnego. Sam Erlang, pracujący dla Kopenhaskiej Spółki Telefonicznej na początku XX wieku, wykorzystał go do modelowania oczekiwanego czasu upływu czasu pomiędzy kolejnymi połączeniami w sieci telefonicznej. Od tego czasu dystrybucja Erlang jest również wykorzystywana przez urbanistów i architektów do modelowania ruchu samochodowego i pieszego, a także przez inżynierów sieciowych projektujących infrastrukturę dla Internetu. W świecie przyrody istnieje również wiele dziedzin, w których zdarzenia są od siebie całkowicie niezależne, a odstępy między nimi układają się na krzywej Erlanga. Jednym z przykładów jest rozpad radioaktywny, co oznacza, że rozkład Erlanga doskonale modeluje, kiedy należy spodziewać się kolejnych taktów licznika Geigera. Okazuje się również, że całkiem nieźle opisuje pewne ludzkie wysiłki – na przykład czas przebywania polityków w Izbie Reprezentantów. Rozkład Erlanga daje nam trzeci rodzaj reguły przewidywania, regułę addytywną: zawsze przewidywaj, że wszystko będzie trwało o stałą długość dłużej. Znajomy refren: „Jeszcze pięć minut!... [pięć minut później] Jeszcze pięć minut!” tak często charakteryzujące ludzkie twierdzenia dotyczące na przykład gotowości do opuszczenia domu lub biura albo czasu do zakończenia jakiegoś zadania, może wydawać się oznaką chronicznego braku realistycznych szacunków. Cóż, w każdym razie w przypadkach, gdy mamy do czynienia z dystrybucją Erlanga, ten refren okazuje się słuszny. Jeśli na przykład entuzjasta gry w karty w kasynie powie swojemu niecierpliwemu współmałżonkowi, że po trafieniu jeszcze jednego blackjacksa (szansa wynosi około 20 do 1), odejdzie na jeden dzień, może radośnie przewidzieć: „Będę zrobione w około dwudziestu kolejnych rozdaniach!” Jeśli nieszczęsne dwadzieścia rozdań później wróci i zapyta, jak długo będzie kazał jej teraz czekać, jego odpowiedź pozostanie niezmienną: „Skończę po około dwudziestu rozdaniach!” Wygląda na to, że nasz niestrudzony rekin karciany doznał utraty pamięci krótkotrwałej, ale w rzeczywistości jego przewidywania są całkowicie trafne. Rzeczywiście rozkłady, które dają takie same przewidywania, niezależnie od ich historii i obecnego stanu, są znane statystykom jako „pozbawione pamięci”. Wszystkie te trzy bardzo różne wzorce przewidywania optymalnego — reguła multiplikatywna, średnia i addytywna — wszystkie wynikają bezpośrednio z zastosowania reguły Bayesa odpowiednio do rozkładu potęgowego, normalnego i rozkładu Erlanga.

Biorąc pod uwagę sposób, w jaki pojawiają się te rekomendacje, te trzy dystrybucje oferują nam również różne wskazówki dotyczące tego, jak bardzo powinniśmy być zaskoczeni pewnymi wydarzeniami. W rozkładzie potęgowym im dłużej coś trwa, tym dłużej oczekujemy, że będzie to trwało. Zatem wydarzenie związane z prawem potęgowym jest tym bardziej zaskakujące, im dłużej na nie czekamy – a maksymalnie zaskakujące tuż przed jego wystąpieniem. Naród, korporacja lub instytucja z każdym rokiem staje się coraz bardziej szanowana, więc upadek zawsze jest oszałamiający. W rozkładzie normalnym zdarzenia są zaskakujące, gdy pojawiają się wcześniej – ponieważ spodziewaliśmy się, że osiągną średnią – ale nie wtedy, gdy są spóźnione. Rzeczywiście, w tym momencie wydaje się, że ich wystąpienie jest spóźnione, więc im dłużej czekamy, tym bardziej się ich spodziewamy. A w dystrybucji Erlanga zdarzenia z definicji nigdy nie są mniej lub bardziej zaskakujące, niezależnie od tego, kiedy wystąpią. Każdy stan rzeczy zawsze ma takie samo prawdopodobieństwo zakończenia, niezależnie od tego, jak długo trwa. Nic dziwnego, że politycy zawsze myślą o następnych wyborach. Hazard charakteryzuje się podobnym rodzajem ustalonej długości oczekiwania. Jeśli Twoje oczekiwanie na, powiedzmy, wygraną w ruletce miało rozkład normalny, wówczas miałyby zastosowanie Reguła Średniej: po serii pechów, wyświetliłoby się informacja, że Twoja liczba powinna pojawić się w każdej sekundzie, prawdopodobnie zgodnie z nią przez więcej przegranych spinów. (W takim przypadku rozsądnie byłoby przejść do następnej wygranej, a następnie zrezygnować.) Jeśli zamiast tego oczekiwanie na wygraną byłoby zgodne z rozkładem potęgowym, wówczas reguła mnożenia powie Ci, że zwycięskie spiny następują szybko jedna po drugiej, ale im dłużej trwała susza, tym dłużej prawdopodobnie będzie trwała. (W takim scenariuszu słusznym rozwiązaniem byłoby kontynuowanie gry po każdej wygranej i poddanie się po serii porażek). Jednak w przypadku dystrybucji bez pamięci utkniesz. Reguła dodawania mówi, że szansa na wygraną jest teraz taka sama jak godzinę temu i taka sama, jak będzie za godzinę. Nic się nigdy nie zmienia. Nie jesteś nagradzany za wytrwałość i zakończenie z wysokim wynikiem; nie ma też punktu krytycznego, w którym powinieneś po prostu obciąć straty. W „The Gambler” Kenny Rogers zaśląnął z porad, że trzeba „wiedzieć, kiedy odejść / wiedzieć, kiedy uciec” – ale w przypadku dystrybucji bez pamięci nie ma odpowiedniego momentu na rezygnację. Może to częściowo wyjaśniać uzależnienie tych gier. Wiedza o tym, z jaką dystrybucją się mierzysz, może mieć ogromne znaczenie. Kiedy biolog z Harvardu i płodny popularyzator nauki Stephen Jay Gould odkrył, że ma raka, jego bezpośrednim impulsem było przeczytanie odpowiedniej literatury medycznej. Potem dowiedział się, dlaczego lekarze go do tego odradzali: połowa pacjentów chorych na tę postać raka zmarła w ciągu ośmiu miesięcy od wykrycia. Ale ta jedna statystyka – osiem miesięcy – nie powiedziała mu nic o rozmieszczeniu ocalałych. Gdyby był to rozkład normalny, reguła średniej dałaby całkiem jasną prognozę tego, jak długo może żyć: około ośmiu miesięcy. Ale gdyby było to prawo potęgowe z ogonem rozciągającym się daleko w prawo, sytuacja byłaby zupełnie inna: reguła mnożenia mówiłaby mu, że im dłużej będzie żył, tym więcej dowodów dostarczy na to, że przeżyje. dłużej. Czytając dalej, Gould odkrył, że „rozkład był rzeczywiście mocno przekrzywiony w prawo, z długim ogonem (choć małym) rozciągającym się przez kilka lat powyżej mediany ośmiu miesięcy. Nie widziałem powodu, dla którego nie miałbym znaleźć się w tym małym ogonku, i odetchnąłem z ulgą. Po postawieniu diagnozy Gould żył jeszcze dwadzieścia lat.

Małe dane i umysł

Trzy reguły przewidywania — multiplikatywna, średnia i addytywna — mają zastosowanie w wielu codziennych sytuacjach. I w takich sytuacjach ludzie na ogół okazują się wyjątkowo dobrzy w używaniu właściwej reguły przewidywania. Kiedy był na studiach, Tom wraz z Joshem Tenenbaumem z MIT przeprowadził eksperyment, prosząc ludzi o przewidywanie różnych wielkości codziennego życia, takich jak długość życia ludzkiego, wielkość filmów i czas, jaki przedstawiciele USA spędzą w biurze – w każdym przypadku na podstawie tylko jednej informacji: aktualnego wieku, dotychczas zarobionych pieniędzy i dotychczas przepracowanych lat. Następnie porównali przewidywania ludzi z

przewidywaniami wynikającymi z zastosowania reguły Bayesa do rzeczywistych danych w każdej z tych dziedzin. Jak się okazało, przewidywania dokonane przez ludzi były bardzo zbliżone do przewidywań wynikających z reguły Bayesa. Intuicyjnie ludzie dokonywali różnego rodzaju przewidywań dla wielkości, które miały różne rozkłady – prawo potęgowe, normalne i Erlang – w świecie rzeczywistym. Innymi słowy, choć możesz nie wiedzieć lub nie pamiętać, która sytuacja wymaga zastosowania reguły multiplikatywnej, średniej czy addytywnej, przewidywania, które dokonujesz każdego dnia, w sposób dorozumiany odzwierciedlają różne przypadki, w których te rozkłady pojawiają się w życiu codziennym, oraz różne sposoby zachowują się. W świetle tego, co wiemy o regule Bayesa, to niezwykle dobre działanie człowieka sugeruje coś krytycznego, co pomaga zrozumieć, w jaki sposób ludzie dokonują przewidywań. Małe dane to duże dane w przebraniu. Powodem, dla którego często potrafimy dokonać dobrych przewidywań na podstawie niewielkiej liczby obserwacji – lub tylko jednej – jest to, że nasze priorytety są tak bogate. Niezależnie od tego, czy zdajemy sobie z tego sprawę, czy nie, wydaje się, że nosimy w głowach zaskakująco dokładne założenia dotyczące zysków i czasów wyświetlania filmów, długości wierszy i kadencji politycznych, nie wspominając o długości życia ludzkiego. Nie musimy ich wyraźnie gromadzić; chłonimy je ze świata. Fakt, że, ogólnie rzecz biorąc, przecucia ludzi wydają się ściśle pokrywać z przewidywaniami Reguły Bayesa, umożliwia również inżynierię wsteczną wszystkich rodzajów wcześniejszych dystrybucji, nawet tych, co do których trudniej jest uzyskać wiarygodne dane ze świata rzeczywistego. Na przykład wstrzymywanie połączeń przez obsługę klienta jest łańcuchem powszechnym aspektem ludzkiego doświadczenia, ale nie ma publicznie dostępnych zbiorów danych na temat czasów wstrzymania połączeń, takich jak w przypadku przychodów ze sprzedaży biletów w Hollywood. Ale jeśli przewidywania ludzi opierają się na ich przewidywaniach doświadczeń, możemy wykorzystać Regułę Bayesa do przeprowadzenia pośredniego rekonesansu świata poprzez eksplorację oczekiwań ludzi. Kiedy Tom i Josh poprosili ludzi o przewidywanie czasu oczekiwania na podstawie pojedynczego punktu danych, wyniki sugerowały, że ich badania stosowali regułę mnożenia: całkowity oczekiwany czas oczekiwania jest jedną i trzecią razy dłuższy od dotychczasowego czasu oczekiwania. Jest to spójne z posiadaniem rozkładu potęgowego jako wcześniejszego, w którym możliwy jest szeroki zakres skal. Mam tylko nadzieję, że nie skończysz na Titanicu z czasami przestojów. W ciągu ostatniej dekady tego typu podejście umożliwiło badaczom kognitywistyki identyfikację wcześniejszego rozkładu ludzi w szerokim zakresie dziedzin, od wzroku po język. Jest tu jednak istotne zastrzeżenie. W przypadkach, gdy nie mamy dobrych prognoz, nasze przewidywania nie są dobre. Na przykład w badaniu Toma i Josha istniał jeden temat, w przypadku którego przewidywania ludzi systematycznie odbiegały od reguły Bayesa: przewidywanie długości panowania egipskich faraonów. (Tak się składa, że panowanie faraonów przebiega według rozkładu Erlanga). Ludzie po prostu nie mieli wystarczającego codziennego kontaktu, aby intuicyjnie wyczuć zakres tych wartości, więc ich przewidywania oczywiście się nie sprawdziły. Dobre przewidywania wymagają dobrych przepowiedni. Ma to kilka ważnych implikacji. Nasze osądy zdradzają nasze oczekiwania, a nasze oczekiwania zdradzają nasze doświadczenie. To, co projektujemy na przyszłość, wiele ujawnia – o świecie, w którym żyjemy, i o naszej własnej przeszłości.

Co nasze przewidywania mówią nam o nas samych

Kiedy Walter Mischel przeprowadzał swój słynny „test pianki” na początku lat 70., próbował zrozumieć, w jaki sposób zdolność do opóźniania gratyfikacji rozwija się wraz z wiekiem. W przedszkolu na terenie kampusu Stanforda grupa trzy-, cztero- i pięcioletków została poddana testowi siły woli. Każdemu dziecku pokazywano pyszny smakołyk, na przykład piankę marshmallow, i informowano, że osoba dorosła przeprowadzająca eksperyment ma zamiar na chwilę opuścić pokój. Gdyby chcieli, mogliby zjeść smakołyk od razu. Ale jeśli zaczekają, aż eksperymentator wróci, dostaną dwa smakołyki. Niektóre dzieci, nie mogąc się oprzeć, natychmiast zjadły smakołyk. Niektórzy z nich wytrzymywali to przez pełne piętnaście minut, aż eksperymentator wrócił i zgodnie z obietnicą dostał dwa smakołyki. Ale chyba

najciekawszą grupę stanowili ci pośrednicy – ci, którym udało się chwilę poczekać, ale potem poddali się i zjedli smakołyk. Przypadki, w których dzieci walczyły dzielnie i dzielnie cierpiały, a potem poddawały się i traciły dodatkową piankę, zostały zinterpretowane jako sugerujące pewnego rodzaju irracjonalność. Jeśli masz zamiar się poddać, dlaczego nie po prostu od razu się poddać i pominąć tortury? Wszystko jednak zależy od tego, w jakiej sytuacji dzieci myślą, że się znajdują. Jak zauważyli Joe McGuire i Joe Kable z Uniwersytetu Pensylwanii, jeśli czas potrzebny dorosłym na powrót do domu zależy od rozkładu potęgowego — w przypadku długich nieobecności sugerujących, że czeka nas jeszcze dłuższy czas oczekiwania — wówczas ograniczenie strat w pewnym momencie może mieć sens. Innymi słowy, zdolność przeciwstawienia się pokusie może, przynajmniej częściowo, być kwestią oczekiwań, a nie siły woli. Jeśli przewidujesz, że dorośli zwykle wracają z krótkim opóźnieniem – co przypomina rozkład normalny – powinieneś być w stanie to wytrzymać. Reguła przeciętności sugeruje, że po bolesnym oczekiwaniu należy poczekać: eksperymentator powinien lada moment wrócić. Jeśli jednak nie masz pojęcia o skali czasowej zniknięcia – zgodnie z rozkładem mocy – jest to ciężka walka. Reguła mnożenia sugeruje następnie, że przedłużające się oczekiwanie to tylko niewielki ułamek tego, co ma nadejść. Dziesiątki lat po pierwotnych eksperymentach z pianką marshmallow Walter Mischel i jego współpracownicy cofnęli się i przyjrzeni się, jak uczestnicy radzą sobie w życiu. Co zaskakujące, odkryli, że dzieci, które czekały na dwa smakołyki, wyrosły na młodych dorosłych, którzy odnosili większe sukcesy niż pozostali, nawet mierzone za pomocą wskaźników ilościowych, takich jak wyniki SAT. Jeśli test pianki marshmallow sprawdza siłę woli, jest to mocny dowód na wpływ, jaki nauka samokontroli może mieć na życie. Ale jeśli w teście mniej chodzi o wolę, a bardziej o oczekiwanie, to opowiada to inną, być może bardziej przejmującą historię. Zespół naukowców z Uniwersytetu w Rochester zbadał niedawno, jak działają wcześniejsze doświadczenia może mieć wpływ na zachowanie w teście pianki. Zanim w ogóle wspomniano o piankach marshmallow, dzieci biorące udział w eksperymencie rozpoczęły projekt artystyczny. Eksperymentator dał im przeciętne zapasy i obiecał, że wkrótce wróci z lepszymi opcjami. Ale bez ich wiedzy dzieci zostały podzielone na dwie grupy. W jednej grupie eksperymentator okazał się niezawodny i zgodnie z obietnicą wrócił z lepszymi przyborami plastycznymi. Z drugiej strony była zawodna i wracała z jedynie przeprosinami. Po zakończeniu projektu plastycznego dzieci przystąpiły do standardowego testu piankowego. I w tym przypadku dzieci, które dowiedziały się, że eksperymentatorka jest zawodna, częściej zjadały piankę zanim wróciła, tracąc szansę na zdobycie drugiego smakołyku. Niezaliczenie testu piankowego – i mniejsze sukcesy w późniejszym życiu – nie musi oznaczać braku siły woli. Może to wynikać z przekonania, że na dorosłych nie można polegać: że nie można na nich polegać, że dotrzymają słowa, że znikają na kilka dowolnych długości. Nauka samokontroli jest ważna, ale równie ważne jest dorastanie w środowisku, w którym dorośli są stale obecni i godni zaufania.

Priorytety w epoce reprodukcji mechanicznej

Tak jakby ktoś kupił kilka egzemplarzy porannej gazety, żeby upewnić się, że to, co jest w niej napisane, jest prawdą. —LUDWIG WITTGENSTEIN

Uważa na to, co czyta, bo to właśnie napisze. Uważa na to, czego się uczy, bo właśnie to będzie wiedział. —ANNIE DILLARD

Jak pokazuje Reguła Bayesa, najlepszym sposobem na dokonanie dobrych przewidywań jest uzyskanie dokładnych informacji na temat tego, co przewidujesz. Dlatego też potrafimy dobrze prognozować długość życia człowieka, ale słabo radzimy sobie, gdy jesteśmy proszeni o oszacowanie czasu panowania faraonów.

Bycie dobrym Bayesistą oznacza reprezentowanie świata we właściwych proporcjach – posiadanie dobrych priorytetów, odpowiednio skalibrowanych. Ogólnie rzecz biorąc, w przypadku ludzi i innych

zwierząt dzieje się to naturalnie; z reguły, jeśli coś nas zaskakuje, powinno nas zaskakiwać, a jeśli nie, to nie powinno. Nawet jeśli gromadzimy uprzedzenia, które nie są obiektywnie poprawne, zazwyczaj w rozsądny sposób odzwierciedlają one konkretną część świata, w którym żyjemy. Na przykład osoba żyjąca w klimacie pustynnym może przeszacować ilość piasku na świecie, a ktoś żyjący na biegunach mógłby przecenić ilość śniegu. Oba są dobrze dostrojone do własnej niszy ekologicznej.

Wszystko zaczyna się jednak rozpadać, gdy gatunek zyskuje język. To, o czym mówimy, nie jest tym, czego doświadczamy – mówimy głównie o rzeczach interesujących i zazwyczaj są to rzeczy niezwykle. Mniej więcej z definicji, zdarzenia są zawsze doświadczane z odpowiednią częstotliwością, ale w żadnym wypadku nie jest to prawdą w przypadku języka. Każdy, kto doświadczył ukąszenia węża lub uderzenia pioruna, będzie miał tendencję do opowiadania tych osobliwych historii przez resztę swojego życia. A te historie będą tak istotne, że zostaną przechwycone i opowiedziane przez innych. Istnieje zatem ciekawe napięcie pomiędzy komunikowaniem się z innymi a utrzymywaniem dokładnych założeń dotyczących świata. Kiedy ludzie mówią o tym, co ich interesuje – i oferują historie, które według nich mogą zainteresować ich słuchaczy – wypacza to statystyki naszego doświadczenia. Utrudnia to utrzymanie odpowiednich wcześniejszych dystrybucji. Wyzwanie wzrosło wraz z rozwojem prasy drukarskiej, wieczornych wiadomości i mediów społecznościowych – innowacji, które pozwalają naszemu gatunkowi mechanicznie szerzyć język. Zastanów się, ile razy widziałeś rozbity samolot lub rozbity samochód. Jest całkiem możliwe, że widziałeś mniej więcej tyle samo każdego z nich, a mimo to wiele z tych samochodów leciało obok ciebie, podczas gdy samoloty prawdopodobnie znajdowały się na innym kontynencie i były transmitowane przez Internet lub telewizję. Na przykład w Stanach Zjednoczonych łączna liczba osób, które straciły życie w katastrofach samolotów komercyjnych od 2000 r., nie wystarczyłaby, aby zapełnić Carnegie Hall nawet w połowie. Dla kontrastu, liczba osób, które w Stanach Zjednoczonych zginęły w wypadkach samochodowych w tym samym czasie, jest większa niż cała populacja Wyoming. Mówiąc najprościej, reprezentacja wydarzeń w mediach nie odzwierciedla ich częstotliwości w świecie. Jak socjolog Barry Glassner zauważa, że w latach 90. wskaźnik morderstw w Stanach Zjednoczonych spadł o 20%, jednak w tym okresie liczba przypadków przemocy z użyciem broni w amerykańskich wiadomościach wzrosła o 600%. Jeśli chcesz posługiwać się dobrą intuicyjną metodą bayesowską — jeśli chcesz w naturalny sposób dokonywać dobrych przewidywań, bez konieczności zastanawiania się, jaki rodzaj reguły przewidywania jest odpowiedni — musisz chronić swoje priorytety. Wbrew intuicji może to oznaczać wyłączenie wiadomości.

Nadmierne dopasowanie

Kiedy myśleć mniej

Kiedy Karol Darwin próbował zdecydować, czy powinien oświadczyć się swojej kuzynce Emmie Wedgwood, wyciągnął ołówek i papier i rozważał wszelkie możliwe konsekwencje. Na korzyść małżeństwa wymienił dzieci, towarzystwo oraz „uroki muzyki i kobiecych pogawędek”. Przeciwno małżeństwu wymieniał „straszłą stratę czasu”, brak swobody poruszania się, dokąd chce, ciężar odwiedzania krewnych, wydatki i niepokój powodowany przez dzieci, obawę, że „być może mojej żonie nie spodoba się Londyn” oraz mniej pieniędzy na książki. Ważenie jednej kolumny z drugą dało niewielki margines zwycięstwa, a na dole Darwin nabazgrał: „Wyjdź za mąż za Q.E.D.” Quod erat demonstrandum, matematyczny znak, który sam Darwin następnie przełożył na język angielski: „Udowodniono, że konieczne jest zawarcie małżeństwa”. Lista za i przeciw była już algorytmem uświęconym tradycją w czasach Darwina, a sto lat wcześniej została zatwierdzona przez Benjaminą Franklina. Aby przezwyciężyć „niepewność, która nas wprawia w zakłopotanie” – napisał Franklin:

Mój sposób jest taki, że podzielę połowę kartki papieru linią na dwie kolumny, pisząc nad jedną „Za”, a nad drugą „Przeciw”. Następnie, podczas trzech dni rozważań, zapisuję pod różnymi głowami krótkie wskazówki dotyczące różnych motywów, które przychodzą mi do głowy w różnych momentach za lub przeciw Miarie. Kiedy w ten sposób zbiorę je wszystkie w jeden pogląd, staram się oszacować ich odpowiednie wagi; i gdzie znajduję dwa, po jednym z każdej strony, które wydają się równe, skreślam je oba: Jeśli znajdę Powód za równy jakimś dwóm Powodom przeciw, skreślam trzy. Jeżeli uznam, że jakieś dwa powody przeciw są równe trzem powodom za, skreślam pięć; i tak postępując, w końcu odkrywam, gdzie leży Balance; i jeśli po dniu lub dwóch dalszych rozważań po żadnej ze stron nie pojawi się nic nowego, co byłoby istotne, podejmę odpowiednie postanowienie

Franklin nawet pomyślał o tym jako o czymś w rodzaju obliczenia, mówiąc: „Odkryłem wielką zaletę tego rodzaju równań w czymś, co można nazwać algebrą moralną lub ostrożnościową”. Kiedy myślimy o myśleniu, łatwo założyć, że więcej znaczy lepiej: że podejmiesz lepszą decyzję, im więcej wypiszesz za i przeciw, będziesz lepiej przewidywać cenę akcji, im więcej istotnych czynników zidentyfikujesz, i napisz lepiej zgłoś, im więcej czasu poświęcisz na pracę nad tym. Z pewnością takie jest założenie systemu Franklina. W tym sensie „algebraiczne” podejście Darwina do małżeństwa, pomimo jego oczywistej ekscentryczności, wydaje się niezwykle, a może nawet godne pochwały, racjonalne. Gdyby jednak Franklin lub Darwin żyli w epoce badań nad uczeniem maszynowym – nauką o uczeniu komputerów dokonywania właściwych ocen na podstawie doświadczenia – widzieliby, jak algebra moralna została zachwiana do fundamentów. Pytanie, jak trudno jest myśleć i ile czynników należy wziąć pod uwagę, leży u podstaw zawiłego problemu, który statystycy i badacze uczenia maszynowego nazywają „nadmiernym dopasowaniem”. Radzenie sobie z tym problemem pokazuje, że mądrze jest świadomie myśleć mniej. Świadomość overfittingu zmienia podejście do rynku, stołu w jadalni, sali gimnastycznej... i ołtarza.

Sprawa przeciwko złożoności

Wszystko, co ty możesz zrobić, ja mogę zrobić lepiej; Mogę zrobić wszystko lepiej niż ty. ANNIE BIERZE BRON

Każda decyzja jest rodzajem przewidywania: tego, jak bardzo spodoba ci się coś, czego jeszcze nie próbowałeś, tego, dokąd zmierza dany trend, tego, jak prawdopodobnie potoczy się mniej uczęszczana

(lub części) droga. A co najważniejsze, każda prognoza wymaga myślenia o dwóch różnych rzeczach: o tym, co wiesz, a czego nie. Oznacza to, że jest to próba sformułowania teorii, która uwzględni dotychczasowe doświadczenia i powie coś o przyszłych, których się domyślasz. Dobra teoria oczywiście spełni jedno i drugie. Jednak fakt, że każda prognoza musi w efekcie wiązać się z podwójnym obowiązkiem, stwarza pewne nieuniknione napięcie. Jako ilustrację tego napięcia przyjrzyjmy się zbiorowi danych, który mógł mieć znaczenie dla Darwina: zadowoleniu z życia ludzi w ciągu pierwszych dziesięciu lat małżeństwa, na podstawie niedawnego badania przeprowadzonego w Niemczech. Każdy punkt na tym wykresie pochodzi z samego badania; naszym zadaniem jest znalezienie wzoru na linię, która pasowałaby do tych punktów i rozciągała się w przyszłość, co umożliwiłoby nam przewidywanie wykraczające poza okres dziesięciu lat. Jedną z możliwych formuł wykorzystuje tylko jeden czynnik do przewidywania zadowolenia z życia: czas od ślubu. Spowoduje to utworzenie linii prostej na wykresie. Inną możliwością jest użycie dwóch współczynników: czasu i czasu do kwadratu; uzyskana linia miałaby paraboliczny kształt litery U, co pozwoliłoby uchwycić potencjalnie bardziej złożoną relację między czasem a szczęściem. A jeśli rozszerzymy formułę o jeszcze więcej czynników (czas do sześciastu itd.), linia będzie zyskiwać coraz więcej punktów przegięcia, stając się coraz bardziej „giętka” i elastyczna. Zanim dotrzemy do wzoru składającego się z dziewięciu czynników, będziemy w stanie uchwycić rzeczywiście bardzo złożone relacje. Z matematycznego punktu widzenia nasz model dwuczynnikowy zawiera wszystkie informacje zawarte w modelu jednoczynnikowym i ma również inny termin, którego może użyć. Podobnie model dziewięcioczynnikowy wykorzystuje wszystkie informacje, którymi dysponuje model dwuczynnikowy, a także potencjalnie dużo więcej. Zgodnie z tą logiką wydaje się, że model dziewięcioczynnikowy powinien zawsze dawać najlepsze przewidywania. Jak się okazuje, sprawa nie jest taka prosta. Wynik zastosowania tych modeli do danych pokazano powyżej. Nic dziwnego, że model jednoczynnikowy pomija wiele dokładnych punktów danych, chociaż oddaje podstawowy trend – powrót do zdrowia po błogim miesiącu miodowym. Jednakże prognoza liniowa przewiduje, że spadek ten będzie trwał wiecznie, ostatecznie powodując nieskończoną nędzę. Coś w tej trajektorii nie brzmi całkiem dobrze. Model dwuczynnikowy jest bliższy dopasowaniu do danych ankietowych, a jego zakrzywiony kształt pozwala na inną prognozę długoterminową, co sugeruje, że po początkowym spadku zadowolenie z życia z czasem mniej więcej się wyrównuje. Wreszcie model dziewięcioczynnikowy przechodzi przez każdy punkt na wykresie; zasadniczo idealnie pasuje do wszystkich danych z badania. W tym sensie wydaje się, że rzeczywiście najlepszym modelem jest formuła dziewięcioczynnikowa. Jeśli jednak spojrzysz na przewidywania, jakie zawiera na lata nieuwzględnione w badaniu, możesz się zastanawiać, jak naprawdę jest ono przydatne: przepowiada nędzę przy ołtarzu, oszałamiająco gwałtowny wzrost satysfakcji po kilku miesiącach małżeństwa, potem wyboista kolejka górską i wyraźny spadek po dziesiątym roku życia. Z kolei stabilizacja przewidywana w modelu dwuczynnikowym jest prognozą najbardziej zgodną z tym, co psychologowie i ekonomiści mówią na temat małżeństwa i szczęścia. (Nawiasem mówiąc, uważają, że odzwierciedla to po prostu powrót do normalności – do podstawowego poziomu zadowolenia ludzi z życia – a nie niezadowolenie z samego małżeństwa). Lekcja jest następująca: rzeczywiście prawdą jest, że uwzględnienie w modelu większej liczby czynników z definicji zawsze sprawi, że będzie lepiej dopasowany do danych, które już posiadamy. Jednak lepsze dopasowanie do dostępnych danych niekoniecznie oznacza lepszą prognozę. To prawda, że model, który jest zbyt prosty – na przykład linia prosta wzoru jednoczynnikowego – może nie uchwycić istotnego wzorca z danych. Jeśli prawda wygląda jak krzywa, żadna linia prosta nie będzie w stanie jej dobrze przedstawić. Z drugiej strony model, który jest zbyt skomplikowany, jak nasz model dziewięcioczynnikowy, staje się nadwrażliwy na konkretne punkty danych, które zaobserwowaliśmy. W rezultacie, właśnie dlatego, że jest tak precyzyjnie dostrojony do konkretnego zestawu danych, tworzone przez niego rozwiązania są bardzo zmienne. Jeżeli badanie powtórzono z udziałem różnych osób, uzyskując niewielkie różnice w tym samym zasadniczym wzorcu, modele jedno- i dwuczynnikowe pozostałyby mniej więcej stałe,

natomiast model dziewięcioczynnikowy gwałtownie wirowałby od jednego przypadku badania do drugiego. Następny. To właśnie statystycy nazywają nadmiernym dopasowaniem. Zatem jedną z najgłębszych prawd uczenia maszynowego jest to, że nie zawsze lepiej jest zastosować bardziej złożony model, który uwzględnia większą liczbę czynników. Problem nie polega tylko na tym, że dodatkowe czynniki mogą zapewniać malejące zyski – działać lepiej niż prostszy model, ale nie na tyle, aby uzasadnić dodatkową złożoność. Przeciwnie, mogą znacznie pogorszyć nasze prognozy.

Bałwochwalstwo danych

Gdybyśmy dysponowali dużą ilością danych, pobranych z doskonale reprezentatywnej próby, całkowicie pozbawionych błędów i reprezentujących dokładnie to, co staramy się ocenić, wówczas rzeczywiście najlepszym podejściem byłoby zastosowanie najbardziej złożonego dostępnego modelu. Jeśli jednak spróbujemy idealnie dopasować nasz model do danych, gdy którykolwiek z tych czynników nie zostanie spełniony, ryzykujemy nadmiernym dopasowaniem. Innymi słowy, nadmierne dopasowanie stwarza zagrożenie za każdym razem, gdy mamy do czynienia z hałasem lub błędnymi pomiarami – a prawie zawsze tak jest. Mogą wystąpić błędy w sposobie gromadzenia danych lub sposobie ich raportowania. Czasami badane zjawiska, takie jak ludzkie szczęście, trudno nawet zdefiniować, a tym bardziej zmierzyć. Dzięki swojej elastyczności najbardziej złożone modele, jakie mamy do dyspozycji, mogą dopasować się do dowolnych wzorców pojawiających się w danych, ale oznacza to, że zrobią to również nawet wtedy, gdy wzorce te będą jedynie fantomami i mirażami w szumie. Na przestrzeni dziejów teksty religijne ostrzegały swoich wyznawców przed bałwochwalstwem: oddawaniem czci posągom, obrazom, eliksom i innym materialnym artefaktom zamiast nieuchwytnych bóstw, które te artefakty reprezentują. Na przykład Pierwsze Przykazanie ostrzega przed oddawaniem pokłonu „jakiemu posągowi rzeźbionemu lub jakiemukolwiek podobnie czegokolwiek, co jest w niebie”. A w Księdze Królewskiej wąż z brązu stworzony na rozkaz Boga staje się przedmiotem kultu i palenia kadzidła, a nie samego Boga. (Boga to nie bawi). Zasadniczo nadmierne dopasowanie jest rodzajem bałwochwalstwa danych, będącym konsekwencją skupiania się na tym, co udało nam się zmierzyć, a nie na tym, co jest ważne. Ta rozbieżność między danymi, które posiadamy, a przewidywaniami, których oczekujemy, występuje praktycznie wszędzie. Podejmując ważną decyzję, możemy jedynie zgadywać, co sprawi nam przyjemność później, myśląc o czynnikach, które są dla nas ważne w tej chwili. (Jak to ujął Daniel Gilbert z Harvardu, my z przyszłości często „płacimy dobre pieniądze za usunięcie tatuaży, za które sami zapłaciliśmy duże pieniądze”). Tworząc prognozę finansową, możemy jedynie patrzeć na to, co jest skorelowane z ceną akcji danej spółki przeszłości, a nie tego, co może nastąpić w przyszłości. Nawet w naszych drobnych codziennych czynnościach ten schemat się sprawdza: pisząc e-mail, na podstawie własnego odczytania tekstu możemy przewidzieć, co zrobi adresat. Zatem w nie mniejszym stopniu niż w ankietach publicznych dane z naszego życia są zawsze zaszumione, co w najlepszym wypadku stanowi wskaźnik zastępczy dla spraw, na których nam naprawdę zależy. W rezultacie uwzględnianie coraz większej liczby czynników i wkładanie większego wysiłku w ich modelowanie może prowadzić do błędów polegającego na optymalizacji pod kątem niewłaściwej rzeczy — ofiarowywania modlitw brązowemu wężowi danych, a nie stojącej za nim większej sile.

Wszędzie nadmierne dopasowanie

Jeśli już wiesz o nadmiernym dopasowaniu, widzisz je wszędzie. Na przykład nadmierne dopasowanie wyjaśnia ironię naszych podniebień. Jak to możliwe, że żywność, która nam najbardziej smakuje, jest powszechnie uważana za szkodliwą dla naszego zdrowia, skoro cała funkcja kubków smakowych, mówiąc ewolucyjnie, polega na powstrzymaniu nas od jedzenia rzeczy, które są złe? Odpowiedź jest taka, że smak jest zastępczym miernikiem zdrowia naszego organizmu. Tłuszcz, cukier i sól to ważne składniki odżywcze i przez kilkaset tysięcy lat spożywanie pokarmów je zawierających było rozsądnym

środkiem utrzymania podtrzymującej diety. Jednak możliwość modyfikowania dostępnej nam żywności przerwała tę relację. Możemy teraz dodawać tłuszcz i cukier do żywności w ilościach przekraczających, które są dla nas dobre, a następnie jeść wyłącznie tę żywność, zamiast mieszanki roślin, zbóż i mięsa, które w przeszłości składały się na ludzką dietę. Inaczej mówiąc, możemy przesadzić ze smakiem. Im umiejętniej potrafimy manipulować jedzeniem (i im bardziej nasz styl życia różni się od stylu życia naszych przodków), tym bardziej niedoskonały staje się smak metryczny. W ten sposób nasza ludzka wolna wola staje się przekleństwem, czyniąc nas niebezpiecznie zdolnymi do posiadania dokładnie tego, czego chcemy, nawet jeśli nie do końca chcemy tego, co właściwe. Uważaj: idąc na siłownię, aby pozbyć się zbędnych kilogramów spowodowanych cukrem, możesz również ryzykować przetrenowanie. Pewne widoczne oznaki sprawności fizycznej – na przykład niski poziom tkanki tłuszczowej i duża masa mięśniowa – są łatwe do zmierzenia i wiążą się na przykład z minimalizacją ryzyka chorób serca i innych dolegliwości. Ale one również są niedoskonałą miarą zastępczą. Nadmierne dopasowywanie sygnałów – na przykład przyjęcie ekstremalnej diety w celu zmniejszenia tkanki tłuszczowej i zażywanie sterydów w celu budowy mięśni – może sprawić, że będziesz mieć obraz dobrego zdrowia, ale tylko obraz. Overfitting pojawia się także w sporcie. Na przykład Tom od czasu do czasu trenuje szermierę, odkąd był nastolatkiem. Pierwotnym celem szermierki było nauczenie ludzi obrony w pojedynku, stąd nazwa: „obrona”. A broń używana we współczesnej szermierce jest podobna do tej, której używano do treningu przed takimi starciami. (Jest to szczególnie prawdziwe w przypadku szpady, której niespełna pięćdziesiąt lat temu nadal używano w formalnych pojedynkach.) Jednak wprowadzenie elektronicznego sprzętu punktującego – przycisku na czubku ostrza rejestrującego trafienie – zmieniło charakter szpady. sport, a techniki, które słabo przydadzą się w poważnym pojedynku, stały się umiejętnościami krytycznymi podczas zawodów. Współcześni szermierze używają elastycznych ostrzy, które pozwalają im „wcisnąć” przycisk w przeciwnika, muskając go wystarczająco mocno, aby zarejestrować go i zdobyć bramkę. W rezultacie mogą wyglądać bardziej, jakby trzaskali w siebie cienkimi metalowymi biczami, a nie przecinali lub pchali. Jest to sport równie ekscytujący jak zawsze, ale w miarę jak sportowcy dostosowują swoją taktykę do dziwactw związanych z zapisywaniem wyników, staje się on mniej przydatny w zaszczepianiu umiejętności szermierki w świecie rzeczywistym. Być może nigdzie jednak nadmierne dopasowanie nie jest tak potężne i kłopotliwe jak w świecie biznesu. „Struktury motywacyjne działają”, jak to ujął Steve Jobs. „Musisz więc bardzo uważać, do czego zachęcasz ludzi, ponieważ różne struktury motywacyjne powodują różnego rodzaju konsekwencje, których nie możesz przewidzieć”. Sam Altman, prezes inkubatora startupów Y Combinator, powtarza słowa Jobsa: „To naprawdę prawda, że firma zbuduje wszystko, co dyrektor postanowi zmierzyć”. W rzeczywistości niezwykle trudno jest wymyślić zachęty lub pomiary, które nie miałyby jakiegoś odwrotnego efektu. W latach pięćdziesiątych profesor zarządzania w Cornell, V. F. Ridgway, skatalogował szereg takich „dysfunkcyjnych konsekwencji pomiarów wydajności”. W firmie pośredniczącej pracownicy byli oceniani na podstawie liczby przeprowadzonych rozmów kwalifikacyjnych, co motywowało ich do jak najszybszego przebiegu spotkań, bez poświęcania dużej ilości czasu na pomaganie klientom w znalezieniu pracy. W federalnym organie ścigania śledczy, którym wyznaczono miesięczny limit wyników, wybierali łatwe sprawy na koniec miesiąca, a nie te najpilniejsze. Natomiast w fabryce skupianie się na wskaźnikach produkcji doprowadziło do zaniedbania konserwacji i napraw, co doprowadziło do przyszłej katastrofy. Takich problemów nie można po prostu odrzucić jako nieosiągnięcia celów zarządczych. Jest raczej odwrotnie: bezwzględna i sprytna optymalizacja niewłaściwej rzeczy. Przejście w XXI wieku w kierunku analityki w czasie rzeczywistym tylko zwiększyło niebezpieczeństwo związane z metrykami. Avinash Kaushik, ewangelista marketingu cyfrowego w Google, ostrzega, że próba nakłonienia użytkowników witryny do zobaczenia jak największej liczby reklam w naturalny sposób sprowadza się do zapełniania witryn reklamami: „Kiedy otrzymujesz wynagrodzenie na podstawie [kosztu tysiąca wyświetleń], zachętą jest dowiedzieć się, jak wyświetlić jak najwięcej reklam na każdej stronie [i]

upewnić się, że odwiedzający zobaczy jak najwięcej stron w witrynie.... Ta zachęta odwraca uwagę od ważnego podmiotu, Twojego klienta, i przenosi ją na podmiot drugorzędny, Twój reklamodawca." Witryna może zarobić trochę więcej w krótkim okresie, ale wypełnione artykułami, wolno ładujące się wielostronicowe pokazy slajdów i sensacyjne nagłówki przynęty na kliknięcia na dłuższą metę odstraszą czytelników. Wniosek Kaushika: „Przyjaciele nie pozwalają przyjacielom mierzyć odstępów. Kiedykolwiek." W niektórych przypadkach różnica między modelem a światem rzeczywistym jest dosłownie sprawą życia i śmierci. Na przykład w wojsku i organach ścigania powtarzalne, rutynowe szkolenie jest uważane za kluczowy sposób wpajania umiejętności strzeleckich. Celem jest wyćwiczenie pewnych ruchów i taktyk do tego stopnia, aby stały się całkowicie automatyczne. Kiedy jednak wkrada się nadmierne dopasowanie, może się to okazać katastrofalne w skutkach. Istnieją historie o policjantach, którzy na przykład podczas strzelaniny znaleźli chwilę czasu, aby schować zużyte łuski do kieszeni – to dobra etykieta na strzelnicy. Jak pisze Dave Grossman, były strażnik armii i profesor psychologii w West Point: „Kiedy podczas wielu prawdziwych strzelanin opadł dym, oficerowie byli zszokowani, gdy odkryli w kieszeniach pusty mosiądz, nie pamiętając, jak się tam dostał. Kilkakrotnie znaleziono martwych gliniarzy z mosiądzem w rękach, umierających w trakcie wpojonej im procedury administracyjnej. Podobnie FBI zostało zmuszone do zmiany szkolenia po tym, jak przyłapano agentów odruchowo oddających dwa strzały, a następnie chowających broń – co jest standardową procedurą podczas szkolenia – niezależnie od tego, czy ich strzały trafiły w cel i czy nadal istniało zagrożenie. Tego typu błędy są znane w organach ścigania i wojsku jako „błędne szkoleniowe” i odzwierciedlają fakt, że można przesadzić z własnym przygotowaniem. W jednym szczególnie dramatycznym przypadku funkcjonariusz instynktownie wyrwał broń z rąk napastnika, a następnie instynktownie ją oddał – tak jak to wielokrotnie robił ze swoimi trenerami podczas ćwiczeń.

Wykrywanie nadmiernego dopasowania: weryfikacja krzyżowa

Ponieważ nadmierne dopasowanie jawi się początkowo jako teoria doskonale pasująca do dostępnych danych, może wydawać się podstępnie trudne do wykrycia. Jak możemy odróżnić naprawdę dobry model od nadmiernie dopasowanego? Jak w środowisku edukacyjnym możemy odróżnić klasę uczniów wyróżniającą się w danym przedmiocie od klasy, która jest jedynie „uczona do egzaminu”? Jak w świecie biznesu odróżnić prawdziwą gwiazdę od pracownika, który właśnie sprytnie dostosował swoją pracę do kluczowych wskaźników wydajności firmy – lub do percepcji szefa? Rozdzielenie tych scenariuszy jest rzeczywiście trudne, ale nie niemożliwe. Badania nad uczeniem maszynowym przyniosły kilka konkretnych strategii wykrywania nadmiernego dopasowania, a jedną z najważniejszych jest tak zwana weryfikacja krzyżowa. Mówiąc najprościej, weryfikacja krzyżowa oznacza ocenę nie tylko tego, jak dobrze model pasuje do podanych danych, ale także tego, jak dobrze generalizuje na dane, których nie widział. Paradoksalnie może to wiązać się z wykorzystaniem mniejszej ilości danych. W przykładzie małżeństwa moglibyśmy „powstrzymać się”, powiedzieć, losowo dwa punkty i dopasować nasze modele tylko do pozostałych ośmiu. Następnie bierzemy te dwa punkty testowe i używamy ich do oceny, jak dobrze nasze różne funkcje generalizują poza ośmioma punktami „treningowymi”, które im przydzielono. Dwa zatrzymane punkty działają jak kanarki w kopalni węgla: jeśli złożony model trafia do ośmiu punktów treningowych, ale całkowicie pomija dwa punkty testowe, można się założyć, że doszło do nadmiernego dopasowania. Oprócz pominięcia niektórych dostępnych punktów danych, przydatne jest również rozważenie przetestowania modelu w całości na danych pochodzących z innej formy oceny. Jak widzieliśmy, stosowanie wskaźników zastępczych – smaku jako wskaźnika wartości odżywczej, liczby rozwiązanych przypadków jako wskaźnika staranności badacza – może również prowadzić do nadmiernego dopasowania. W takich przypadkach będziemy musieli zweryfikować krzyżowo podstawową miarę wydajności, której używamy, w porównaniu z innymi możliwymi miarami. Na przykład w szkołach standaryzowane testy oferują szereg korzyści, w tym wyraźną ekonomię skali: można je oceniać tanio i szybko tysiącami. Jednak oprócz takich testów szkoły

mogłyby losowo ocenić niewielką część uczniów – powiedzmy jednego na klasę lub jednego na stu – stosując inną metodę oceny, na przykład coś w rodzaju eseju lub egzaminu ustnego. (Ponieważ w ten sposób testowano tylko kilku uczniów, dobra skala tej metody drugorzędnej nie stanowi dużego problemu.) Standaryzowane testy zapewnią natychmiastową informację zwrotną — można poprosić uczniów o przystępowanie co tydzień do krótkiego egzaminu komputerowego i niemalże rejestrowanie postępów klasy na przykład w czasie rzeczywistym, podczas gdy drugorzędne punkty danych posłużyłyby do weryfikacji krzyżowej: upewnienia się, że uczniowie rzeczywiście zdobywają wiedzę, którą standaryzowany test ma mierzyć, a nie po prostu stają się lepsi w rozwiązywaniu testów. Jeśli standaryzowane wyniki szkoły wzrosną, a jej „niestandardowe” wyniki pójdą w przeciwnym kierunku, administratorzy otrzymają wyraźny sygnał ostrzegawczy, że rozpoczęło się „nauczanie pod test”, a umiejętności uczniów zaczęły przekraczać mechanikę testu samo. Cross-Validation oferuje również sugestie dla organów ścigania i personelu wojskowego, którzy chcą zaszczepić dobry refleks bez wybijania nawyków wynikających z samego procesu szkolenia. Tak jak eseje i egzaminy ustne mogą weryfikować standardowe testy, tak od czasu do czasu nieznane oceny „treningu przekrojowego” mogą służyć do pomiaru, czy czas reakcji i dokładność strzelania uogólniają się na nieznane zadania. Jeśli tak nie jest, jest to mocny sygnał do zmiany planu treningowego. Chociaż nic nie jest w stanie tak naprawdę przygotować człowieka do prawdziwej walki, ćwiczenia takie jak to mogą przynajmniej ostrzec z wyprzedzeniem, gdzie prawdopodobnie utworzą się „blizny treningowe”.

Jak walczyć z nadmiernym dopasowaniem: karanie złożoności

Jeśli nie potrafisz czegoś prosto wytłumaczyć, oznacza to, że nie rozumiesz tego wystarczająco dobrze.

-ANONIMOWY

Widzieliśmy, jak nadmierne dopasowanie może dać o sobie znać i przyjrzeliliśmy się niektórym metodom jego wykrywania i pomiaru. Ale co tak naprawdę możemy zrobić, aby temu zaradzić? Ze statystycznego punktu widzenia nadmierne dopasowanie jest oznaką zbytnej wrażliwości na rzeczywiste dane, które widzieliśmy. Rozwiązanie jest zatem proste: musimy zrównoważyć nasze pragnienie znalezienia dobrego dopasowania ze złożonością modeli, których używamy do tego. Jednym ze sposobów wyboru spośród kilku konkurencyjnych modeli jest zasada brzytwy Ockhama, która sugeruje, że przy założeniu niezmiennych warunków najprostsza możliwa hipoteza jest prawdopodobnie właściwa. Oczywiście rzadko kiedy sytuacja jest całkowicie równa, więc nie jest od razu oczywiste, jak zastosować coś takiego jak brzytwa Ockhama w kontekście matematycznym. Walcząc z tym wyzwaniem w latach sześćdziesiątych rosyjski matematyk Andriej Tichonow zaproponował jedną odpowiedź: dodaj do swoich obliczeń dodatkowy termin, który penalizuje bardziej złożone rozwiązania. Jeśli wprowadzimy karę za złożoność, wówczas bardziej złożone modele będą musiały nie tylko lepiej działać, ale także znacznie lepiej wyjaśniać dane, aby uzasadnić ich większą złożoność. Informatycy nazywają tę zasadę – stosując ograniczenia, które karzą modele za ich złożoność – mianem regularyzacji. Jak więc wyglądają te kary za złożoność? Jeden z algorytmów, odkryty w 1996 roku przez biostatystyka Roberta Tibshiraniego, nazywa się Lasso i wykorzystuje jako karę całkowitą wagę różnych czynników w modelu.* Wywierając nacisk na wagi czynników, Lasso steruje jak największą liczbą je w miarę możliwości całkowicie do zera. W równaniu pozostają tylko czynniki, które mają duży wpływ na wyniki, co może potencjalnie przekształcić, powiedzmy, nadmiernie dopasowany model dziewięcioczynnikowy w prostszą, solidniejszą formułę zawierającą tylko kilka najbardziej krytycznych czynników. Techniki takie jak Lasso są obecnie wszechobecne w uczeniu maszynowym, ale ta sama zasada – kara za złożoność – pojawia się również w naturze. Organizmy żywe niemal automatycznie dążą do prostoty dzięki ograniczeniom czasu, pamięci, energii i uwagi. Na przykład obciążenie metabolizmem działa jak hamulec na złożoność organizmów, wprowadzając karę kaloryczną w przypadku nadmiernie skomplikowanych maszyn. Fakt, że ludzki

mózg spala około jednej piątej całkowitego dziennego spożycia kalorii, świadczy o ewolucyjnych korzyściach, jakie zapewniają nam nasze zdolności intelektualne: wkład mózgu musi w jakiś sposób więcej niż tylko pokryć ten znaczny rachunek za paliwo. Z drugiej strony możemy również wywnioskować, że znacznie bardziej złożony mózg prawdopodobnie nie zapewniał wystarczających korzyści, biorąc pod uwagę ewolucję. Jesteśmy tak bystrzy, jak powinniśmy, ale nie ekstrawagancko bardziej. Uważa się, że ten sam rodzaj procesu odgrywa również rolę na poziomie neuronalnym. W informatyce modele oprogramowania oparte na mózgu, znane jako „sztuczne sieci neuronowe”, mogą uczyć się dowolnie złożonych funkcji — są nawet bardziej elastyczne niż nasz model dziewięcioczynnikowy powyżej — ale właśnie z powodu tej elastyczności są notorycznie podatne na ataki do nadmiernego dopasowania. Rzeczywiste biologiczne sieci neuronowe omijają część tego problemu, ponieważ muszą pogodzić swoją wydajność z kosztami jej utrzymania. Neuronaukowiec sugerują na przykład, że mózgi starają się minimalizować liczbę neuronów uruchamiających się w danym momencie, stosując ten sam rodzaj presji na złożoność, co Lasso. Język tworzy kolejne naturalne Lasso: złożoność jest karana przez trud dłuższego mówienia i obciążanie uwagi słuchacza. Biznesplany są skompresowane do formatu windy; porady życiowe stają się przysłowiową mądrością tylko wtedy, gdy są wystarczająco zwarte i chwytliwe. Wszystko, co należy zapamiętać, musi przejść przez nieodłączne Lasso pamięci.

Zalety heurystyki

Ekonomista Harry Markowitz zdobył w 1990 roku Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii za opracowanie nowoczesnej teorii portfela: jego przełomowa „optymalizacja portfela na podstawie średniej wariancji” pokazała, w jaki sposób inwestor może dokonać optymalnej alokacji pomiędzy różnymi funduszami i aktywami, aby maksymalizować zyski przy danym poziomie ryzyka. Kiedy więc przyszedł czas na zainwestowanie własnych oszczędności emerytalnych, wydawało się, że Markowitz powinien być jedyną osobą doskonale przygotowaną do tego zadania. Co zdecydował się zrobić?

Powinienem był obliczyć historyczne kowariancje klas aktywów i wyznaczyć efektywną granicę. Zamiast tego wyobraziłem sobie swój smutek, jeśli giełda pójdzie w górę, a mnie w tym nie będzie – lub jeśli spadnie, a ja będę w tym całkowicie. Moją intencją było zminimalizowanie mojego przyszłego żalu. Podzieliłem więc swój wkład po pięćdziesiątce pomiędzy obligacje i akcje.

Dlaczego miałby to zrobić? Jako przykład ludzkiej irracjonalności można przedstawić historię noblisty i jego strategii inwestycyjnej: w obliczu złożoności prawdziwego życia porzucił racjonalny model i kierował się prostą heurystyką. Ale właśnie ze względu na złożoność prawdziwego życia prosta heurystyka może być w rzeczywistości racjonalnym rozwiązaniem. Jeśli chodzi o zarządzanie portfelem, okazuje się, że jeśli nie masz dużej pewności co do informacji, które posiadasz na temat rynków, być może lepiej będzie, jeśli całkowicie je zignorujesz. Stosowanie optymalnego schematu alokacji portfela Markowitza wymaga posiadania dobrych szacunków właściwości statystycznych różnych inwestycji. Błąd w tych szacunkach może skutkować bardzo różną alokacją aktywów, potencjalnie zwiększając ryzyko. Natomiast na równy podział pieniędzy pomiędzy akcje i obligacje nie ma żadnego wpływu to, jakie dane zaobserwujesz. Strategia ta nawet nie próbuje dopasować się do historycznych wyników tego typu inwestycji, więc nie ma możliwości, aby się przerosła. Oczywiście samo użycie podziału pięćdziesiąt na pięćdziesiąt niekoniecznie jest najlepszym rozwiązaniem złożoności, ale jest coś, co można o tym powiedzieć. Jeśli znasz oczekiwaną średnią i oczekiwaną wariancję zbioru inwestycji, zastosuj optymalizację portfela w oparciu o średnią wariancję — optymalny algorytm jest optymalny nie bez powodu. Kiedy jednak szanse na prawidłowe oszacowanie ich wszystkich są niskie, a waga, jaką model przypisuje tym niewiarygodnym wielkościom, jest wysoka, w procesie decyzyjnym powinien włączyć się alarm: czas na uregulowanie. Zainspirowani przykładami takimi jak oszczędności emerytalne Markowitza, psychologowie Gerd Gigerenzer i Henry Brighton argumentują, że skróty

decyzyjne, których ludzie używają w prawdziwym świecie, w wielu przypadkach są dokładnie tym rodzajem myślenia, który pozwala podejmować dobre decyzje. „W przeciwieństwie do powszechnie panującego poglądu, że mniejsza ilość przetwarzania zmniejsza dokładność” – piszą – „badania heurystyki pokazują, że mniej informacji, obliczeń i czasu może w rzeczywistości poprawić dokładność”. Heurystyka faworyzująca prostsze odpowiedzi – z mniejszą liczbą czynników lub obliczeń – oferuje dokładnie te efekty „mniej znaczy więcej”. Jednak nakładanie kar na ostateczną złożoność modelu nie jest jedynym sposobem na złagodzenie nadmiernego dopasowania. Możesz także popchnąć model w stronę prostoty, kontrolując szybkość, z jaką pozwalasz mu dostosowywać się do przychodzących danych. To sprawia, że badanie nadmiernego dopasowania jest pouczającym przewodnikiem po naszej historii – zarówno jako społeczeństwa, jak i gatunku.

Ciężar historii

Żaden pokarm, jaki zjadł żywy szczur, niekoniecznie go zabił.

—SAMUEL REVUSKY I ERWIN BEDARF, „ZWIĄZEK CHOROBY Z WCZEŚNIEJSZYM SPOŻYCIEM NOWEJ ŻYWNOŚCI”

Rynek mleka sojowego w Stanach Zjednoczonych wzrósł ponad czterokrotnie od połowy lat 90. do 2013 r. Jednak według nagłówków wiadomości pod koniec 2013 r. wydawało się to już przeszłością i odległym miejscem na drugim miejscu po mleku migdałowym. Jak powiedział Bloomberg Businessweek badacz żywności i napojów Larry Finkel: „Orzechy są teraz modne. Soja brzmi bardziej jak staroświecka, zdrowa żywność. Firma Silk, słynąca z popularyzacji mleka sojowego (jak sama nazwa wskazuje), informowała pod koniec 2013 roku, że tylko w poprzednim kwartale jej produkty na bazie mleka migdałowego wzrosły o ponad 50%. Tymczasem w innych wiadomościach na temat napojów wiodąca marka wody kokosowej, Vita Coco, podała w 2014 r., że jej sprzedaż podwoiła się od 2011 r., a od 2004 r. wzrosła zdumiewająco trzystukrotnie. Jak to ujął „New York Times”, „kokosowe wydaje się, że woda przeskoczyła z niewidzialnego w nieuniknione, bez przerwy w krainie tego, co mgliście znajome. Tymczasem rynek jarmużu wzrósł o 40% w samym 2013 roku. Rok wcześniej największym nabywcą jarmużu była Pizza Hut, która umieszczała go w swoich barach sałatkowych – jako dekorację. Co ciekawe, niektóre z najbardziej podstawowych dziedzin ludzkiego życia, jak na przykład kwestia tego, co powinniśmy wkładać do swojego ciała, wydają się być obszarami najbardziej zdominowanymi przez krótkotrwałą modę. Częścią tego, co umożliwia tej modzie szturmem podbić świat, jest to, jak szybko może zmienić się nasza kultura. Informacje przepływają obecnie przez społeczeństwo szybciej niż kiedykolwiek wcześniej, a globalne łańcuchy dostaw umożliwiają konsumentom masową szybką zmianę nawyków zakupowych (a marketing ich do tego zachęca). Jeśli zdarzy się, że jakieś konkretne badanie zasugeruje korzyści zdrowotne wynikające z, powiedzmy, anyżu gwiazdkowatego, w ciągu tygodnia może to pojawić się w całej blogosferze, tydzień później w telewizji, a w ciągu sześciu miesięcy w pozornie każdym supermarkecie, a wkrótce pojawią się dedykowane książki kucharskie dotyczące anyżu gwiazdkowatego zjeżdżanie z pras. Ta zapierająca dech w piersiach prędkość jest zarówno błogosławieństwem, jak i przekleństwem. Z drugiej strony, jeśli przyjrzymy się sposobowi, w jaki organizmy – w tym ludzie – ewoluują, zauważymy coś intrygującego: zmiany zachodzą powoli. Oznacza to, że właściwości współczesnych organizmów kształtuje nie tylko ich obecne środowisko, ale także ich historia. Na przykład dziwnie powiązany układ naszego układu nerwowego (lewa strona ciała kontrolowana przez prawą półkulę i odwrotnie) odzwierciedla ewolucyjną historię kręgowców. Teoretyzuje się, że zjawisko to, zwane „rozmową”, pojawiło się na etapie ewolucji, kiedy ciała wczesnych kręgowców obróciły się o 180 stopni w stosunku do głowy; podczas gdy sznury nerwowe bezkręgowców, takich jak homary i dżdżownice, biegną po „brzuszej” stronie zwierzęcia, u kręgowców ich przewody nerwowe biegną wzdłuż kręgosłupa. Ludzkie ucho oferuje inny przykład. Z funkcjonalnego punktu widzenia jest to system przekształcający fale dźwiękowe na sygnały elektryczne

poprzez wzmocnienie za pośrednictwem trzech kości: młoteczka, kowadełka i strzemiączka. Ten system wzmocnienia robi wrażenie, ale specyfika jego działania ma wiele wspólnego z ograniczeniami historycznymi. Okazuje się, że gady mają tylko jedną kość w uchu, ale w szczęce mają dodatkowe kości, których brakuje ssakom. Te kości szczęki najwyraźniej zostały ponownie użyte w uchu ssaka. Zatem dokładna forma i konfiguracja anatomii naszego ucha odzwierciedla naszą ewolucyjną historię co najmniej w takim samym stopniu, jak rozwiązywany problem słuchowy. Koncepcja nadmiernego dopasowania pozwala nam dostrzec zaletę takiego ewolucyjnego bagażu. Chociaż skrzyżowane włókna nerwowe i zmienione przeznaczenie kości szczęk mogą wydawać się układem nieoptymalnym, niekoniecznie chcemy, aby ewolucja w pełni optymalizowała organizm do każdej zmiany w jego niszy środowiskowej — lub przynajmniej powinniśmy zdać sobie sprawę, że takie postępowanie uczyniłoby go niezwykle wrażliwy na dalsze zmiany środowiska. Z drugiej strony konieczność wykorzystania istniejących materiałów narzuca pewnego rodzaju przydatne ograniczenie. Utrudnia wywołanie drastycznych zmian w strukturze organizmów, trudniej je przeuczyć. Jako gatunek, bycie ograniczonym przez przeszłość sprawia, że jesteśmy mniej doskonale przystosowani do teraźniejszości, którą znamy, ale pomaga nam zachować siłę na przyszłość, której nie znamy. Podobna wiedza może pomóc nam przeciwstawić się szybko zmieniającym się trendom panującym w społeczeństwie ludzkim. Jeśli chodzi o kulturę, tradycja odgrywa rolę ograniczeń ewolucyjnych. Odrobina konserwatyizmu i pewne uprzedzenia na rzecz historii mogą uchronić nas przed cyklem wzlotów i upadków. Nie oznacza to oczywiście, że powinniśmy ignorować najnowsze dane. Jak najbardziej, skocz w stronę modowego wozu, ale niekoniecznie na nim. W uczeniu maszynowym zalety powolnego poruszania się ujawniają się najbardziej konkretnie w technice regularyzacji znanej jako Wczesne Zatrzymywanie. Kiedy na początku rozdziału przyjrzelśmy się danym z niemieckiego badania małżeństw, od razu przeszliśmy do zbadania najlepiej dopasowanych modeli jedno-, dwu- i dziewięcioczynnikowych. Jednak w wielu sytuacjach dostrajanie parametrów w celu znalezienia najlepszego możliwego dopasowania do danych jest procesem samym w sobie. Co się stanie, jeśli zatrzymamy ten proces wcześniej i po prostu nie pozwolimy, aby model stał się zbyt skomplikowany? Ponownie to, co na pierwszy rzut oka może wydawać się połowiczne lub niedokładne, okazuje się zamiast tego stanowić ważną strategię samą w sobie. Na przykład wiele algorytmów predykcyjnych zaczyna od wyszukiwania pojedynczego, najważniejszego czynnika, zamiast przechodzić do modelu wieloczynnikowego. Dopiero po znalezieniu pierwszego czynnika szukają kolejnego najważniejszego czynnika, który można dodać do modelu, potem następnego i tak dalej. Można zatem zapobiec nadmiernej złożoności ich modeli, po prostu zatrzymując proces na krótko, zanim wkradnie się nadmierne dopasowanie. Powiązane podejście do obliczania prognoz uwzględnia jeden punkt danych na raz, a model jest dostosowywany w celu uwzględnienia każdego nowego punktu przed dodaniem kolejnych punktów; tam również złożoność modelu wzrasta stopniowo, więc zatrzymanie procesu na krótko może pomóc w uniknięciu jego nadmiernego dopasowania. Tego rodzaju konfiguracja – w której więcej czasu oznacza większą złożoność – charakteryzuje wiele ludzkich wysiłków. Danie sobie więcej czasu na podjęcie decyzji o czymś nie musi oznaczać, że podejmiesz lepszą decyzję. Gwarantuje to jednak, że ostatecznie rozważysz więcej czynników, więcej hipotezy, więcej zalet i wad, a tym samym ryzykujesz nadmierne dopasowanie. Tom miał dokładnie takie doświadczenie, kiedy został profesorem. W pierwszym semestrze, prowadząc swoje pierwsze w życiu zajęcia, spędził mnóstwo czasu na doskonaleniu swoich wykładów – ponad dziesięć godzin przygotowań na każdą godzinę zajęć. W drugim semestrze, kiedy uczył inną klasę, nie był w stanie poświęcić tyle czasu i martwił się, że to będzie katastrofa. Ale stała się rzecz dziwna: uczniom podobały się drugie zajęcia. Właściwie podobała im się bardziej niż pierwsza. Okazało się, że te dodatkowe godziny spędziliśmy na dopracowywaniu najdrobniejszych szczegółów, które tylko dezorientowały uczniów, i zakończyły się wyrzuceniem z wykładów, gdy Tom następnym razem prowadził zajęcia. Tom w końcu zdał sobie sprawę, że podstawową kwestią było to, że używał własnego gustu i oceny jako swego rodzaju zastępczego

miernika dla swoich uczniów. Ta metryka zastępcza sprawdzała się całkiem nieźle jako przybliżenie, ale nie warto było jej nadmiernie dopasowywać – co wyjaśnia, dlaczego spędzanie dodatkowych godzin na skrupulatnym „doskonaleniu” wszystkich slajdów przyniosło efekt przeciwny do zamierzonego. Skuteczność regularyzacji we wszystkich rodzajach zadań uczenia maszynowego sugeruje, że możemy podejmować lepsze decyzje, świadomie myśląc i robiąc mniej. Jeśli czynniki, które wymyślimy jako pierwsze, będą prawdopodobnie najważniejsze, to po pewnym czasie dalsze myślenie o problemie będzie nie tylko stratą czasu i wysiłku, ale doprowadzi nas do gorszych rozwiązań. Wczesne zaprzestanie stanowi podstawę uzasadnionej argumentacji przeciwko rozumowaniu, argumentacji osoby myślącej przeciwko myśleniu. Ale przekształcenie tego w praktyczną poradę wymaga odpowiedzi na jeszcze jedno pytanie: kiedy powinniśmy przestać myśleć?

Kiedy myśleć mniej

Podobnie jak w przypadku wszystkich problemów związanych z nadmiernym dopasowaniem, to, jak wcześniej zakończyć, zależy od luki między tym, co można zmierzyć, a tym, co naprawdę ma znaczenie. Jeśli znasz wszystkie fakty, są one wolne od błędów i niepewności i możesz bezpośrednio ocenić to, co jest dla Ciebie ważne, nie zatrzymuj się wcześniej. Myśl długo i ciężko: złożoność i wysiłek są odpowiednie. Ale prawie nigdy tak nie jest. Jeśli masz dużą niepewność i ograniczone dane, za wszelką cenę zatrzymaj się wcześniej. Jeśli nie masz jasnej wiedzy na temat tego, jak Twoja praca będzie oceniana i przez kogo, nie warto poświęcać dodatkowego czasu na doskonalenie jej w odniesieniu do Twojego (lub kogokolwiek innego) specyficznego przypuszczenia na temat tego, czym może być doskonałość. Im większa niepewność, im większa rozbieżność między tym, co można zmierzyć, a tym, co ma znaczenie, tym bardziej należy uważać na nadmierne dopasowanie – to znaczy, im bardziej należy preferować prostotę i tym wcześniej należy przestać. Kiedy naprawdę jesteś w ciemności, najlepiej opracowane plany będą najprostsze. Kiedy nasze oczekiwania są niepewne, a dane zaszumione, najlepiej jest malować szerokim pędzlem i myśleć szerokimi pociągnięciami. Czasem dosłownie. Jak wyjaśniają przedsiębiorcy Jason Fried i David Heinemeier Hansson, im dalej muszą przeprowadzić burzę mózgow, tym grubszego pióra używają — jest to sprytna forma uproszczenia ze względu na wielkość kreski: kiedy zaczynamy coś projektować, szkicujemy pomysły dużym, grubym Sharpie marker zamiast długopisu. Dlaczego? Punkty pióra są zbyt dobre. Mają zbyt dużą rozdzielczość. Zachęcają Cię do martwienia się o rzeczy, którymi nie powinieneś się jeszcze martwić, jak na przykład udoskonalenie cieniowania lub użycie linii kropkowanej lub przerywanej. Skupiasz się na rzeczach, które nadal powinny być nieostre. Sharpie uniemożliwia wiercenie tak głęboko. Można rysować tylko kształty, linie i prostokąty. To dobrze. Na początku powinieneś się martwić szerszą perspektywą. Jak to ujął Henry Mintzberg z McGill: „Co by się stało, gdybyśmy zaczęli od założenia, że nie możemy zmierzyć tego, co ważne, i stamtąd przejść? Wtedy zamiast pomiaru musielibyśmy użyć czegoś bardzo przerażającego: nazywa się to oceną”. Rezultatem wczesnego zatrzymania jest to, że czasami nie jest to kwestia wyboru między racjonalnością a pójściem za pierwszym instynktem. Racjonalnym rozwiązaniem może być kierowanie się pierwszym instynktem. Im bardziej złożona, niestabilna i niepewna decyzja, tym bardziej racjonalne jest podejście. Wracając do Darwina, jego problem podjęcia decyzji, czy złożyć wniosek, mógłby prawdopodobnie zostać rozwiązany w oparciu o zaledwie kilka pierwszych zidentyfikowanych przez niego zalet i wad, a kolejne wydłużyły czas i niepokój związany z podjęciem decyzji, niekoniecznie ułatwiając jej rozstrzygnięcie (i najprawdopodobniej to utrudnia). To, co wydawało się, że podjął decyzję, to myśl, że „nie do zniesienia jest myśl o spędzeniu całego życia jak pszczoła kastrat, pracując, pracując i w końcu nic”. Dzieci i towarzystwo – to właśnie te kwestie, o których wspominał jako pierwsze – to właśnie one ostatecznie przekonały go na korzyść małżeństwa. Jego budżet na książkę wynosił roztargnienie. Zanim jednak staniemy się zbyt krytyczni wobec Darwina, przedstawiając go jako zagorzałego myśliciela, warto jeszcze raz rzucić okiem na tę stronę z jego pamiętnika. Oglądanie tego na faksymile pokazuje coś fascynującego. Darwin nie był Franklinem i

całymi dniami dodawał różne rozważania. Pomimo powagi, z jaką podchodził do tego zmieniającego życie wyboru, Darwin podjął decyzję dokładnie wtedy, gdy jego notatki dotarły na sam dół kartki pamiętnika. Regularnie przeglądał stronę. Przypomina to zarówno Wczesne zatrzymanie, jak i Lasso: wszystko, co nie trafia na stronę, nie podejmuje decyzji. Podjąwszy decyzję o ślubie, Darwin natychmiast zaczął przemyślać moment. "Gdy? Wkrótce czy późno" – napisał nad kolejną listą za i przeciw, biorąc pod uwagę wszystko, od szczęścia, przez wydatki, „niezręczność”, aż po wieloletnie pragnienie podróży balonem i/lub do Walii. Ale pod koniec strony zdecydował się: „Nieważne, zaufaj przypadkowi” – a rezultatem w ciągu kilku miesięcy była propozycja złożona Emmie Wedgwood, początek satysfakcjonującego partnerstwa i szczęśliwego życia rodzinnego.

Relaks

Niech się ślizga

W 2010 roku Meghan Bellows w dzień pracowała nad doktoratem z inżynierii chemicznej w Princeton, a nocami planowała ślub. Jej badania skupiały się na znalezieniu odpowiednich miejsc, w których można umieścić aminokwasy w łańcuchu białkowym, aby uzyskać cząsteczkę o określonych właściwościach. („Jeśli zmaksymalizujesz energię wiązania dwóch białek, możesz z powodzeniem zaprojektować peptydowy inhibitor jakiejś funkcji biologicznej, dzięki czemu będziesz mógł faktycznie zahamować postęp choroby”). Jeśli chodzi o ślub, utknęła w problemie siedzenia. Była tam grupa dziewięciu przyjaciół ze studiów i Bellows zastanawiał się, kogo jeszcze wrzucić w sam środek takiego minizjazdu, aby na stole było dziesięć. Co gorsza, naliczyła jedenastu bliskich krewnych. Kto miałby dostać but ze stołu zasłużonych rodziców i jak mogłaby im to wyjaśnić? A co z ludźmi takimi jak jej sąsiedzi i opiekunka z dzieciństwa lub koledzy z pracy jej rodziców, którzy tak naprawdę w ogóle nie znali nikogo na weselu? Problem wydawał się równie trudny jak problem z białkami, nad którym pracowała w laboratorium. Wtedy ją uderzyło. To był problem, nad którym pracowała w laboratorium. Któregoś wieczoru, wpatrując się w tabelę rozmieszczenia gości, „uświadomiłam sobie, że istnieje dosłownie korelacja jeden do jednego między aminokwasami i białkami w mojej pracy doktorskiej a ludźmi siedzącymi przy stołach na moim weselu”. Bellows zawołała narzeczonego po kartkę papieru i zaczęła pisać równania. Aminokwasy stały się gośćmi, energie wiązania stały się związkami, a tak zwane interakcje cząsteczek z najbliższym sąsiadem stały się – cóż – interakcjami z najbliższym sąsiadem. Mogłaby wykorzystać algorytmy ze swoich badań do rozwiązania własnego ślubu. Bellows opracował sposób liczbowego określenia siły relacji pomiędzy wszystkimi gośćmi. Jeśli konkretna para ludzi tego nie zrobiła znała się, dostali 0, jeśli tak, dostali 1, a jeśli byli parą, dostali 50. (Siostra panny młodej mogła przyznać 10 punktów wszystkim osobom, z którymi chciała usiąść, jako specjalny przywilej.) Następnie Bellows określił kilka ograniczeń: maksymalną pojemność stołu i minimalną liczbę punktów niezbędną dla każdego stołu, tak aby żaden stolik nie stał się niezręczną „różną” grupą pełną nieznanym. Skodyfikowała także cel programu: maksymalizację wyników relacji między gośćmi a ich współtowarzyszami przy stole. Na weselu było 107 osób i 11 stołów, przy których każdy mógł pomieścić po dziesięć osób. Oznacza to, że możliwych planów rozmieszczenia było około 11107: to 112-cyfrowa liczba, ponad 200 miliardów googoli, liczba, która przewyższa (zaledwie 80-cyfrową) liczbę atomów w obserwowalnym wszechświecie. W sobotni wieczór Bellows przesłała zadanie do komputera laboratoryjnego i poczekała, aż zacznie działać. Kiedy przyszła w poniedziałek rano, urządzenie wciąż działało; kazała mu wypluć najlepsze zadanie, jakie do tej pory znalazło, i ponownie umieścić je w projektowaniu białek. Nawet mając laboratoryjny klaster komputerowy o dużej mocy i pełne trzydzieści sześć godzin przetwarzania, program nie mógł ocenić więcej niż drobnego ułamka potencjalnego rozmieszczenia miejsc siedzących. Istnieje prawdopodobieństwo, że naprawdę optymalne rozwiązanie, które uzyskałoby najwyższy wynik, nigdy nie pojawiło się w swoich permutacjach. Mimo to Bellows był zadowolony z wyników komputera. „Zidentyfikowało relacje, o których zapominaliśmy” – mówi, oferując zachwycające, niekonwencjonalne możliwości, których ludzie planiści nawet nie wzięli pod uwagę. Proponowała na przykład usunięcie jej rodziców ze stołu rodzinnego i umieszczenie ich w gronie starych znajomych, których nie widzieli od lat. Ostateczną rekomendacją było rozwiązanie, które według wszystkich stron okazało się strzałem w dziesiątkę, choć matka panny młodej nie mogła się powstrzymać od wprowadzenia kilku ręcznych poprawek. Fakt, że cała moc obliczeniowa laboratorium w Princeton nie była w stanie znaleźć idealnego planu miejsc siedzących, może wydawać się zaskakujący. W większości domen omówiliśmy do tej pory, proste algorytmy mogą zagwarantować optymalne rozwiązania. Jednak, jak informatycy odkryli w ciągu ostatnich kilku dziesięcioleci, istnieją całe klasy problemów, w przypadku których idealne rozwiązanie jest w zasadzie nieosiągalne, niezależnie od tego, jak szybko produkujemy komputery i jak sprytnie je

programujemy. Tak naprawdę nikt nie rozumie lepiej niż informatyk, że w obliczu pozornie niemożliwego do pokonania wyzwania nie należy ani męczyć się w nieskończoność, ani się poddawać, ale – jak zobaczymy – spróbować zupełnie trzeciej rzeczy.

Trudność optymalizacji

Przed poprowadzeniem kraju przez wojnę secesyjną, przed sporządzeniem Proklamacji Wyzwolenia lub wygłoszeniem przemówienia w Gettysburgu, Abraham Lincoln pracował jako „prawnik preriowy” w Springfield w stanie Illinois, podróżując dwa razy w roku przez Ósmy Okręg Sądowy przez szesnaście lat. Bycie prawnikiem okręgowym oznaczało dosłownie poruszanie się w kółko – poruszanie się po miastach w czternastu różnych hrabstwach w celu rozpatrywania spraw, pokonywanie setek mil przez wiele tygodni. Planowanie tych tras wiązało się z naturalnym wyzwaniem: jak odwiedzić wszystkie niezbędne miasta, pokonując jak najmniej kilometrów i nie odwiedzając dwukrotnie żadnego miasta. Jest to przykład problemu znanego matematykom i informatykom jako problem „ograniczonej optymalizacji”: jak znaleźć pojedynczy najlepszy układ zbioru zmiennych, biorąc pod uwagę określone zasady i miarę punktacji. W rzeczywistości jest to najśłynniejszy problem optymalizacyjny ze wszystkich. Gdyby zbadano go w XIX wieku, mógłby na zawsze stać się znany jako „problem prawnika prerii”, a gdyby pojawił się po raz pierwszy w XXI wieku, mógłby zostać nazwany „problemem dronów dostawczych”. Ale podobnie jak problem sekretarza pojawił się w połowie XX wieku, w okresie, który niewątpliwie przywołuje jego kanoniczna nazwa: „problem komiwojażera”. Problem planowania tras zwrócił uwagę społeczności matematycznej dopiero w latach trzydziestych XX wieku, ale potem zrobiło to ze zdwojoną siłą. Matematyk Karl Menger mówił o „problemie pocztowym” w 1930 roku, zauważając, że nie było znanego prostszego rozwiązania niż po prostu wypróbowanie wszystkich możliwości po kolei. Hassler Whitney postawił ten problem podczas przemówienia w Princeton w 1934 r., gdzie mocno utkwiał on w mózgu innego matematyka Merrilla Flooda (któremu, jak być może pamiętacie z rozdziału 1, przypisuje się również rozpowszechnienie pierwszego rozwiązania problemu sekretarza). Kiedy Flood przeprowadził się do Kalifornii w latach czterdziestych XX wieku, rozpowszechnił tę wiedzę wśród swoich kolegów z Instytutu RAND, a kultowa nazwa problemu po raz pierwszy pojawiła się drukiem w artykule z 1949 roku autorstwa matematyk Julii Robinson. W miarę jak problem rozprzestrzenił się w kręgach matematycznych, zyskał na popularności. Wiele największych umysłów tamtych czasów miało na tym punkcie obsesję i nikt nie wydawał się być w stanie poczynić prawdziwych postępów. W problemie komiwojażera nie chodzi o to, czy komputer (lub matematyk) mógłby znaleźć najkrótszą drogę: teoretycznie można po prostu sporządzić listę wszystkich możliwości i zmierzyć każdą z nich. Problem polega raczej na tym, że wraz ze wzrostem liczby miast eksploduje lista możliwych tras je łączących. Trasa to po prostu uporządkowanie miast, więc wypróbowanie ich wszystkich brutalną siłą to przerażający „czas silni” $O(n!)$ — obliczeniowy odpowiednik sortowania talii kart poprzez wyrzucanie ich w powietrze, aż przypadkiem wylądują w celu. Pytanie brzmi: czy jest jakakolwiek nadzieja na poprawę? Dziesięciolecia pracy niewiele zrobiły, aby ujarzmić problem komiwojażera. Na przykład Flood napisał w 1956 roku, ponad dwadzieścia lat od pierwszego zetknięcia się z tym problemem: „Wydaje się bardzo prawdopodobne, że skuteczne leczenie problemu może wymagać zupełnie innego podejścia niż dotychczas stosowane. W rzeczywistości może nie istnieć ogólna metoda rozwiązania problemu, a wyniki niemożliwości również byłyby cenne”. Dziesięć lat później nastroje były już tylko bardziej ponure. „Przypuszczam” – napisał Jack Edmonds – „że nie ma dobrego algorytmu rozwiązania problemu komiwojażera”. Te słowa okazały się prorocze.

Definicja trudności

W połowie lat sześćdziesiątych Edmonds z Narodowego Instytutu Standardów i Technologii wraz z Alanem Cobhamem z IBM opracowali roboczą definicję tego, co sprawia, że problem jest wykonalny

lub nie. Potwierdzili to, co jest obecnie znane jako teza Cobhama-Edmondsa: algorytm należy uznać za „efektywny”, jeśli działa w tak zwanym „czasie wielomianowym” – to znaczy $O(n^2)$, $O(n^3)$ lub w rzeczywistości n do potęgi dowolnej liczby. Problem z kolei uważa się za „rozwiązywalny”, jeśli wiemy, jak go rozwiązać za pomocą wydajnego algorytmu. Z drugiej strony problem, którego nie wiemy, jak rozwiązać w czasie wielomianowym, jest uważany za „nierozwiązywalny”. W skali innej niż najmniejsza nierozwiązywalne problemy są poza zasięgiem komputerów, niezależnie od ich mocy. To sprowadza się do tego, co prawdopodobnie jest centralną wiedzą z zakresu informatyki. Można określić ilościowo stopień trudności problemu. A niektóre problemy są po prostu... trudne. Gdzie to prowadzi do problemu komiwojażera? Co ciekawe, nadal nie jesteśmy tego do końca pewni. W 1972 roku Richard Karp z Berkeley wykazał, że problem komiwojażera jest powiązany z kontrowersyjną klasą problemów z pogranicza, w przypadku których nie udowodniono jeszcze ostatecznie, że można je skutecznie rozwiązać lub nie. Jednak jak dotąd nie znaleziono skutecznych rozwiązań żadnego z tych problemów – co sprawia, że są one praktycznie nierozwiązywalne – a większość informatyków uważa, że takich nie można znaleźć. Zatem „skutkiem niemożliwości” problemu komiwojażera, jaki Flood wyobrażał sobie w latach pięćdziesiątych XX wieku, będzie prawdopodobnie jego ostateczny los. Co więcej, wiele innych problemów optymalizacyjnych – mających wpływ na wszystko, od strategii politycznej, przez zdrowie publiczne, aż po bezpieczeństwo przeciwpożarowe – jest podobnie nierozwiązywalnych. Ale dla informatyków, którzy zmagają się z takimi problemami, ten werdykt nie oznacza końca historii. Zamiast tego przypomina raczej wezwanie do broni. Ustaliwszy, że problem jest nierozwiązywalny, nie możesz po prostu załamać rąk. Jak powiedział nam ekspert ds. planowania Jan Karel Lenstra: „Kiedy problem jest trudny, nie oznacza to, że można o nim zapomnieć, oznacza to, że po prostu ma on inny status. To poważny wróg, ale nadal trzeba z nim walczyć.” I tu właśnie odkryliśmy coś bezcennego, z czego wszyscy możemy się uczyć: jak najlepiej podchodzić do problemów, których optymalne rozwiązania są poza zasięgiem. Jak się zrelaksować.

Po prostu wyluzuj

Doskonałe jest wrogiem dobrego. —WOLTER

Kiedy ktoś mówi ci, żebyś się odprężył, dzieje się tak prawdopodobnie dlatego, że jesteś spięty – robisz więcej rzeczy, niż powinieneś. Kiedy informatycy stają przed ogromnym wyzwaniem, ich umysły również kierują się w stronę relaksu, przeglądając książki takie jak Wprowadzenie do metod relaksacyjnych lub Dyskretne techniki relaksacyjne. Ale oni się nie relaksują; łagodzą problem. Jedną z najprostszyc form relaksacji w informatyce jest relaksacja ograniczeń. W tej technice badacze usuwają niektóre ograniczenia problemu i przystępują do rozwiązania problemu, który sobie życzą. Następnie, gdy poczynią pewne postępy, próbują ponownie dodać ograniczenia. Oznacza to, że tymczasowo ułatwiają rozwiązanie problemu, zanim przywrócą go do rzeczywistości. Na przykład możesz złagodzić problem komiwojażera, pozwalając komiwojażowi odwiedzać to samo miasto więcej niż raz i pozwolić mu na bezpłatne przesłędzenie swoich kroków. Znalezienie najkrótszej trasy zgodnie z tymi luźniejszymi zasadami tworzy tak zwane „minimalne drzewo rozpinające”. (Jeśli wolisz, możesz także pomyśleć o minimalnym drzewie rozpinającym jako o najmniejszej liczbie mil drogi potrzebnej do połączenia każdego miasta z co najmniej jednym innym miastem. Najkrótsza trasa komiwojażera i minimalne drzewo opinające dla obwodu sądowego Lincolna pokazano poniżej.) Jak się okazuje, rozwiązanie tego luźniejszego problemu zajmuje komputerowi w zasadzie niewiele czasu. I choć minimalne drzewo rozpinające niekoniecznie prowadzi bezpośrednio do rozwiązania prawdziwego problemu, jest mimo wszystko całkiem przydatne. Po pierwsze, drzewo opinające z możliwością swobodnego cofania się nigdy nie będzie dłuższe niż rzeczywiste rozwiązanie, które musi spełniać wszystkie zasady. Dlatego możemy użyć rozluźnionego problemu – fantazji – jako dolnej granicy rzeczywistości. Jeśli obliczymy, że odległość drzewa opinającego dla określonego zestawu miast wynosi

100 mil, możemy być pewni, że odległość komiwojażera nie będzie mniejsza. A jeśli znajdziemy np. trasę o długości 180 km, to możemy być pewni, że jest ona co najwyżej o 10% dłuższa od najlepszego rozwiązania. W ten sposób możemy zorientować się, jak blisko jesteśmy prawdziwej odpowiedzi, nawet nie wiedząc, jaka ona jest. Co więcej, w zawiłym problemie sprzedawcy okazuje się, że minimalne drzewo rozpinające jest w rzeczywistości jednym z najlepszych punktów wyjścia, od którego można rozpocząć poszukiwania prawdziwego rozwiązania. Takie podejście pozwoliło rozwiązać nawet jeden z największych problemów komiwojażera, jaki można sobie wyobrazić — znalezienie najkrótszej trasy prowadzącej do każdego miasta na Ziemi — z dokładnością do mniej niż 0,05% (nieznanego) rozwiązania optymalnego. Choć większość z nas nie spotkała się z formalną, algorytmiczną wersją Relaksacji Ograniczeń, jej podstawowe przesłanie jest znane niemal każdemu, kto marzył o życiowych pytaniach. Co byś zrobił, gdybyś się nie bał? czyta mantrę, którą mogłeś zobaczyć w gabinecie doradcy zawodowego lub usłyszeć na seminarium motywacyjnym. Co byś zrobił, gdybyś nie mógł ponieść porażki? Podobnie, rozważając kwestie związane z zawodem lub karierą, zadajemy pytania typu: Co byś zrobił, gdybyś wygrał na loterii? lub, przyjmując inną taktykę, co byś zrobił, gdyby na wszystkich stanowiskach płacono tak samo? Ideą takich ćwiczeń myślowych jest dokładnie idea relaksacji ograniczeń: uczynić to, co trudne, wykonalnym, osiągnąć postęp w wyidealizowanym świecie, który można przenieść z powrotem do prawdziwego. Jeśli nie możesz rozwiązać stojącego przed tobą problemu, rozwiąż jego łatwiejszą wersję, a następnie sprawdź, czy to rozwiązanie zapewni ci punkt wyjścia lub latarnię morską w przypadku pełnego problemu. Może tak. Relaks nie może zapewnić gwarantowanego skrótu do idealnej odpowiedzi. Jednak informatyka może również określić ilościowo kompromis, jaki zapewnia relaksacja pomiędzy czasem a jakością rozwiązania. W wielu przypadkach stosunek jest dramatyczny i oczywisty — na przykład odpowiedź co najmniej w połowie tak dobra, jak idealne rozwiązanie w jednej bilionowej czasu. Przesłanie jest proste, ale głębokie: jeśli jesteśmy gotowi zaakceptować wystarczająco bliskie rozwiązania, wówczas nawet niektóre z najbardziej owłosionych problemów można ujarzmić za pomocą odpowiednich technik. Tymczasowe usuwanie ograniczeń, jak w przypadku minimalnego drzewa rozpinającego i pytania „co by było, gdybyś wygrał na loterii?” przykładach jest najprostszą formą relaksacji algorytmicznej. Istnieją jednak także dwa inne, subtelniejsze rodzaje relaksacji, które wielokrotnie pojawiają się w badaniach optymalizacyjnych. Okazały się pomocne w rozwiązywaniu niektórych z najważniejszych, nierozwiązywalnych problemów w tej dziedzinie, co ma bezpośrednie implikacje w świecie rzeczywistym dla wszystkiego, od planowania miast i kontroli chorób po kultywowanie rywalizacji sportowej.

Nieliczona ilość odcieni szarości: ciągły relaks

Problem komiwojażera, podobnie jak poszukiwanie przez Meghan Bellows najlepszego rozmieszczenia miejsc siedzących, jest szczególnym rodzajem problemu optymalizacyjnego, znanym jako „optymalizacja dyskretna”, co oznacza, że jego rozwiązania nie mają płynnego kontinuum. Sprzedawca jedzie albo do tego, albo do tamtego miasta; jesteś albo przy stole piątym, albo przy stole szóstym. Nie ma odcieni szarości pomiędzy. Takie dyskretne problemy optymalizacyjne są wszędzie wokół nas. Na przykład w miastach planiści starają się rozmieścić wozy strażackie w taki sposób, aby do każdego domu można było dotrzeć w określonym czasie – powiedzmy pięciu minut. Matematycznie rzecz biorąc, każdy wóz strażacki „obejmuje” wszystkie domy, do których można dotrzeć w ciągu pięciu minut od jego lokalizacji. Wyzwanie polega na znalezieniu minimalnego zestawu lokalizacji, tak aby wszystkie domy były objęte zasięgiem. „Cały zawód [pożarowy i ratowniczy] właśnie przyjął ten model ubezpieczenia i jest świetny” – mówi Laura Albert McLay z Uniwersytetu Wisconsin w Madison. „To miła i jasna rzecz, którą możemy modelować”. Ponieważ jednak wóz strażacki albo istnieje w danym miejscu, albo nie, obliczenie tego minimalnego zestawu wymaga optymalizacji dyskretnej. I jak zauważa McLay: „w tym miejscu pojawia się wiele problemów staje się trudny obliczeniowo, gdy nie można zrobić połowy tego i połowy tamtego.” Wyzwanie dyskretnej optymalizacji pojawia się również

w środowiskach społecznościowych. Wyobraź sobie, że chcesz urządzić przyjęcie dla wszystkich swoich przyjaciół i znajomych, ale nie chcesz płacić za wszystkie koperty i znaczki, które pociąga za sobą tak wiele zaproszeń. Zamiast tego możesz zdecydować się na wysłanie zaproszeń do kilku znajomych, którzy mają dobre kontakty i powiedzieć im, aby „przyprowadzili wszystkich, których znamy”. Idealnie byłoby zatem znaleźć najmniejszą podgrupę znajomych, która zna całą resztę Twojego kręgu znajomych – co pozwoliłoby Ci wylizać jak najmniej kopert i mimo to wszystkich zaprosić. To prawda, może to wydawać się dużo pracy, aby zaoszczędzić kilka dolarów na znaczkach, ale jest to dokładnie ten rodzaj problemu, który menedżerowie kampanii politycznych i marketerzy korporacyjni chcą rozwiązać, aby najskuteczniej rozpowszechnić swoje przesłanie. Jest to także problem, który badają epidemiolodzy, zastanawiając się, powiedzmy, minimalna liczba osób w populacji – i które osoby – należy zaszczepić, aby chronić społeczeństwo przed chorobami zakaźnymi. Jak zauważyliśmy, zaangażowanie optymalizacji dyskretnej w liczby całkowite – straż pożarna może mieć jeden silnik w garażu, dwa, trzy, ale nie dwa i pół wozy strażackie lub π z nich – jest tym, co sprawia, że problemy optymalizacji dyskretnej są tak trudne rozwiązać. W rzeczywistości zarówno problem wozów strażackich, jak i problem zaproszeń na imprezy są nierozwiązywalne: nie ma dla nich ogólnego, skutecznego rozwiązania. Jak się jednak okazuje, istnieje wiele skutecznych strategii rozwiązywania ciągłych wersji tych problemów, w których możliwym rozwiązaniem jest dowolny ułamek zwykły lub dziesiętny. Badacze stojący przed dyskretnym problemem optymalizacji mogą z zazdrością patrzeć na te strategie, ale mogą też zrobić więcej. Mogą spróbować rozluźnić swój dyskretny problem w problem ciągły i zobaczyć, co się stanie. W przypadku problemu z zaproszeniami przejście z optymalizacji dyskretnej do ciągłej oznacza, że rozwiązanie może nakazać nam wysłanie jednej czwartej zaproszenia, a komuś innemu dwie trzecie jednego. Co to w ogóle znaczy? Oczywiście nie może to być odpowiedź na pierwotne pytanie, ale podobnie jak minimalne drzewo rozpinające daje nam punkt wyjścia. Mając pod ręką proste rozwiązanie, możemy zdecydować, jak przełożyć te ułamki z powrotem na rzeczywistość. Moglibyśmy na przykład po prostu je zaokrąglić, jeśli to konieczne, i wysłać zaproszenia do wszystkich, którzy w swobodnym scenariuszu otrzymali „połowę zaproszenia” lub więcej. Moglibyśmy również zinterpretować te ułamki jako prawdopodobieństwa — na przykład rzucając monetą w każde miejsce, w którym złagodzone rozwiązanie nakazuje nam ustawić połowę wozu strażackiego i faktycznie umieszczając tam ciężarówkę tylko wtedy, gdy wyląduje reszka. W obu przypadkach, zamieniając te ułamki na liczby całkowite, otrzymamy rozwiązanie, które ma sens w kontekście naszego pierwotnego, dyskretnego problemu. Ostatnim krokiem, jak w przypadku każdego rozluźnienia, jest zadanie sobie pytania, jak dobre jest to rozwiązanie w porównaniu z najlepszym rozwiązaniem, jakie mogliśmy wymyślić, poprzez wyczerpujące sprawdzenie każdej możliwej odpowiedzi na pierwotny problem. Okazuje się, że w przypadku problemu zaproszeń ciągła relaksacja z zaokrągleniem da nam łatwe do obliczenia rozwiązanie, które nie jest w połowie złe: matematycznie gwarantuje, że wszyscy, których chcesz, dotrą na imprezę, wysyłając co najwyżej dwa razy więcej zaproszeń niż najlepsze możliwe rozwiązanie brutalną siłą. Podobnie w przypadku problemu z wozem strażackim ciągła relaksacja z prawdopodobieństwami może szybko doprowadzić nas do wygodnej granicy optymalnej odpowiedzi. Ciągła Relaksacja nie jest magiczną kulą: nadal nie daje nam skutecznego sposobu na dotarcie do naprawdę optymalnych odpowiedzi, a jedynie do ich przybliżeń. Jednak dostarczanie dwukrotnie większej liczby wysyłek lub szczepień niż optymalne jest nadal znacznie lepsze niż nieoptymalizowane alternatywy.

Tylko mandat za przekroczenie prędkości: relaks Lagrange’a

Vizzini: Nie do pomyślenia!

Inigo Montoya: Ciągłe używasz tego słowa. Nie sądzę, że to znaczy to, co myślisz. —PANNA KSIĘŻNICZKA

Któregoś dnia, jako dziecko, Brian skarżył się matce na wszystkie rzeczy, które musi zrobić: pracę domową, obowiązki domowe... „Technicznie rzecz biorąc, nie musisz nic robić” – odpowiedziała jego matka. „Nie musisz robić tego, co mówią ci nauczyciele. Nie musisz robić tego, co ci mówię. Nie musisz nawet przestrzegać prawa. Wszystko ma swoje konsekwencje i to ty decydujesz, czy chcesz się z nimi zmierzyć.” Dziecięcy umysł Briana został zachwycony. Było to potężne przesłanie, przebudzenie poczucia sprawczości, odpowiedzialności i osądu moralnego. Było to także coś innego: potężna technika obliczeniowa zwana relaksacją Lagrange'a. Idea relaksacji Lagrange'a jest prosta. Problem optymalizacyjny składa się z dwóch części: reguł i punktacji. W relaksacji Lagrangianu bierzemy niektóre ograniczenia problemu i zamiast tego umieszczamy je w systemie punktacji. Oznacza to, że bierzemy niemożliwe i obniżamy je do poziomu kosztownego. (Na przykład podczas optymalizacji miejsc weselnych możemy złagodzić ograniczenie, zgodnie z którym każdy ze stołów może pomieścić maksymalnie dziesięć osób, dopuszczając przepełnienie stołów, ale z pewnym ograniczeniem miejsca na łokcie). Kiedy ograniczenia problemu optymalizacyjnego mówią: „Zrób to albo!”, odpowiada Relaks Lagrange'a, „Albo co innego?” Kiedy już będziemy w stanie kolorować poza granicami — nawet trochę i nawet za dużą cenę — problemy, które wcześniej nie były możliwe do rozwiązania, staną się możliwe do rozwiązania. Relaksacje Lagrange'a stanowią ogromną część literatury teoretycznej dotyczącej problemu komiwojażera i innych trudnych problemów w informatyce. Są także niezbędnym narzędziem do wielu praktycznych zastosowań. Przypomnijmy sobie na przykład Michaela Tricka z Carnegie Mellon, który, jak wspomnieliśmy w rozdziale 3, jest odpowiedzialny za planowanie meczów Major League Baseball i kilku konferencji NCAA. Nie wspomnieliśmy o tym, jak on to robi. Skład każdego rocznego harmonogramu jest gigantycznym, dyskretnym problemem optymalizacyjnym, o wiele zbyt złożonym, aby jakikolwiek komputer mógł go rozwiązać brutalną siłą. Dlatego każdego roku Trick i jego koledzy z Sports Scheduling Group zwracają się do Relaksacji Lagrange'a, aby wykonać swoje zadanie. Za każdym razem, gdy włączasz telewizor lub zajmujesz miejsce na stadionie, wiesz, że spotkanie tych drużyn na tym korcie tego konkretnego wieczoru... cóż, niekoniecznie jest to optymalny pojedynek. Ale to już blisko. I za to możemy podziękować nie tylko Michaelowi Trickowi, ale także XVIII-wiecznemu francuskiemu matematykowi Josephowi-Louisowi Lagrange'owi. Planując sezon sportowy, Trick odkrywa, że opisany powyżej ciągły relaks niekoniecznie ułatwia mu życie. „Jeśli skończysz z grami ułamkowymi, po prostu nie dostaniesz niczego przydatnego”. Skończyć się na ułamkowym przydziale zaproszeń na imprezy lub wozów strażackich to jedno, gdzie w razie potrzeby liczby zawsze można zaokrąglić w górę. Jednak w sporcie ograniczenia dotyczące liczb całkowitych – dotyczące tego, ile drużyn gra w danym meczu, ile gier rozegranych łącznie i ile razy każda drużyna gra z każdą inną drużyną – są po prostu zbyt duże. „Dlatego nie możemy się zrelaksować w tym kierunku. Naprawdę musimy zachować podstawową [dyskretną] część modelu”. Niemniej jednak należy coś zrobić, aby uwzględnić złożoność problemu. Dlatego „musimy współpracować z ligami, aby złagodzić niektóre ograniczenia, które mogłyby chcieć nałożyć” – wyjaśnia Trick. Liczba takich ograniczeń związanych z planowaniem sezonu sportowego jest ogromna i obejmuje nie tylko wymagania wynikające z podstawowej struktury ligi, ale także wszelkiego rodzaju specyficzne prośby i wątpliwości. Niektórym ligom podoba się to, że druga połowa sezonu odzwierciedla pierwszą, tyle że mecze u siebie i na wyjeździe są odwrócone; inne ligi nie chcą takiej struktury, ale mimo to żądają, aby żadna drużyna nie spotykała się po raz drugi, dopóki nie spotkała się już raz z każdą inną drużyną. Niektóre ligi nalegają dzięki czemu najstłanniejsze rywalizacje mają miejsce w ostatnim meczu sezonu. Niektóre drużyny nie mogą rozgrywać meczów u siebie w określonych terminach ze względu na sprzeczne wydarzenia na swoich stadionach. W przypadku koszykówki NCAA Trick musi także wziąć pod uwagę dalsze ograniczenia nałożone przez stacje telewizyjne transmitujące mecze. Kanały telewizyjne z rocznym wyprzedzeniem zdefiniowali, jakie mają być „gry A” i „gry B” – czyli gry, które przyciągną największą publiczność. (Na przykład mecz Duke vs. UNC to odwieczny mecz klasy A). Kanały spodziewają się zatem jednego meczu klasy A i jednego meczu B tygodniowo, ale nigdy dwóch meczów klasy A w tym samym

czasie, aby uniknąć podziału oglądalności. Nic dziwnego, że biorąc pod uwagę wszystkie te wymagania, Trick odkrył, że sporządzenie harmonogramu zajęć sportowych często staje się możliwe jedynie poprzez złagodzenie niektórych z tych twardych ograniczeń.

Ogólnie rzecz biorąc, kiedy ludzie po raz pierwszy zgłaszają się do nas z planem zajęć sportowych, twierdzą: „Nigdy nie robimy x i nigdy nie robimy y”. Następnie patrzymy na ich harmonogramy i mówimy: „No cóż, dwa razy zrobiłeś x i trzy razy zrobiłeś y”. A potem: „Och, tak, cóż, OK. Poza tym nigdy tego nie robimy. A potem cofamy się do poprzedniego roku... Generalnie zdajemy sobie sprawę, że są pewne rzeczy, o których myślą, że nigdy nie zrobią, a które robią ludzie. Ludzie baseballu wierzą, że Yankees i Mets nigdy nie są w domu w tym samym czasie. I to nie jest prawda. To nigdy nie było prawdą. Grają u siebie może trzy, a może sześć meczów w roku tego samego dnia. Jednak w sezonie, kiedy każda z drużyn ma po osiemdziesiąt jeden meczów u siebie, zdarza się to stosunkowo rzadko, ludzie o nich zapominają. Czasami wymaga to odrobiny dyplomatycznej finezji, ale relaksacja lagrangijska – w której niektóre niemożliwe są sprowadzane do kar, a niewyobrażalne do niepożądanego – umożliwia osiągnięcie postępu. Jak mówi Trick, zamiast spędzać eony na poszukiwaniu nieosiągalnej, doskonałej odpowiedzi, zastosowanie relaksacji Lagrangianu pozwala mu zadawać pytania typu: „Jak blisko możesz się zbliżyć?” Okazuje się, że jest to wystarczająco blisko, aby uszczęśliwić wszystkich – ligę, szkoły, sieci – i rok po roku podsycać ogień March Madness.

Nauka relaksu

Spośród różnych sposobów, w jakie pojawiają się pytania obliczeniowe, problemy optymalizacyjne – z jednej strony cele, a z drugiej reguły – są prawdopodobnie najczęstsze. Najbardziej typowymi z nich są dyskretne problemy optymalizacyjne, w przypadku których mamy do czynienia z surowymi wyborami typu „albo/albo” i bez kompromisu. W tym przypadku informatyka wydaje przygnębiający werdykt. Wiele dyskretnych problemów optymalizacyjnych jest naprawdę trudnych. Najbystrzejsze umysły w tej dziedzinie okazywały się puste przy każdej próbie znalezienia łatwej ścieżki do doskonałych odpowiedzi i tak naprawdę coraz bardziej skupiają się na udowodnianiu, że takie ścieżki nie istnieją, niż na ich poszukiwaniu. Jeśli nic więcej, powinno to nas pocieszyć. Jeśli mamy do czynienia z problemem, który wydaje się trudny, drażliwy i nie do pokonania – cóż, możemy mieć rację. A posiadanie komputera niekoniecznie pomoże. Przynajmniej nie, chyba że nauczymy się relaksować. Istnieje wiele sposobów na rozwiązanie problemu, a my przedstawiliśmy trzy z nich najważniejsze. Pierwsza, Relaksacja Ograniczeń, po prostu całkowicie usuwa niektóre ograniczenia i powoduje postęp w rozwiązaniu luźniejszej formy problemu, zanim powrócimy do rzeczywistości. Druga, Ciągła Relaksacja, zamienia dyskretne lub binarne wybory w kontinuum: kiedy decydując się między herbatą mrożoną a lemoniadą, najpierw wyobraź sobie mieszankę 50–50 „Arnold Palmer”, a następnie zaokrąglij ją w górę lub w dół. Trzecia, Relaksacja Lagrange'a, zamienia niemożliwe w zwykłe kary, ucząc sztuki naginania zasad (lub łamania ich i akceptowania konsekwencji). Na przykład zespół rockowy decydujący, które piosenki upchnąć w ograniczonym zestawie, staje przed tym, co informatycy nazywają „problemem plecakowym” – zagadką, która wymaga podjęcia decyzji, które z zestawu przedmiotów o różnej objętości i wadze spakować ograniczona objętość. W ścisłym sformułowaniu problem plecaka jest niezwykle trudny do rozwiązania, ale nie musi to zniechęcać naszych zrelaksowanych gwiazd rocka. Jak pokazało kilka znanych przykładów, czasami lepiej po prostu zagrać nieco poza godziną policyjną w mieście i ponieść związane z tym kary, niż ograniczać występ do dostępnego czasu. W rzeczywistości nawet jeśli nie popełnisz wykroczenia, samo wyobrażenie sobie tego może być pouczające. Konserwatywny brytyjski felietonista Christopher Booker twierdzi, że „kiedy podejmujemy działania, które nieświadomie kierowane są pobożnymi życzeniami, przez jakiś czas może się wydawać, że wszystko idzie dobrze” – ale dzieje się tak dlatego, że „tego udawania nigdy nie da się pogodzić z rzeczywistością”, nieuchronnie doprowadzi to do, jak to określa, wieloetapowego załamania: „sen”,

„frustracja”, „koszmar”, „eksplozja”. Informatyka rysuje znacznie bardziej różowy obraz. Z drugiej strony, jako technika optymalizacji, relaksacja polega na świadomym kierowaniu się myśleniem życzeniowym. Być może właśnie to po części robi różnicę. Relaks daje nam szereg korzyści. Po pierwsze, oferują one gwarancję jakości prawdziwego rozwiązania. Jeśli próbujemy spakować kalendarz, wyobrażenie sobie, że możemy magicznie teleportować się na drugi koniec miasta, natychmiast uświadomi nam, że osiem godzinnych spotkań to najwięcej, czego moglibyśmy się spodziewać w ciągu jednego dnia; taka granica może być przydatna przy ustalaniu oczekiwań, zanim zmiernymy się z pełnym problemem. Po drugie, relaksacje są zaprojektowane tak, aby rzeczywiście można je było pogodzić z rzeczywistością – a to wyznacza nam granice rozwiązania z drugiej strony. Kiedy Ciągły Relaks każe nam rozdawać szczepionki frakcyjne, możemy po prostu uodpornić każdego, kto otrzyma połowę szczepionki lub więcej, i otrzymamy łatwe do obliczenia rozwiązanie, które wymaga w najgorszym przypadku dwukrotnie większej liczby szczepień niż w idealnym świecie. Może uda nam się z tym żyć. Jeśli nie chcemy spędzać eonów na dążeniu do perfekcji za każdym razem, gdy napotkamy jakąś przeszkodę, trudne problemy wymagają, abyśmy zamiast kręcić oponami, wyobrazili sobie łatwiejsze wersje i uporali się z nimi w pierwszej kolejności. Jeśli zastosuje się to właściwie, nie jest to tylko pobożne życzenie, fantazja czy beczynne marzenie. To jeden z naszych najlepszych sposobów na osiągnięcie postępu.

Losowość

Kiedy pozostawić to przypadkowi

Muszę przyznać, że po wielu latach pracy w tym obszarze skuteczność losowości dla tak wielu problemów algorytmicznych jest dla mnie absolutnie zagadkowa. Jest wydajny, działa; ale dlaczego i jak jest całkowicie tajemnicze. —MICHAŁ RABIN

Losowość wydaje się być przeciwieństwem rozsądku – formą rezygnacji z problemu, ostatecznością. Daleko stąd. Zaskakująca i coraz ważniejsza rola losowości w informatyce pokazuje nam, że wykorzystanie przypadku może być świadomą i skuteczną częścią rozwiązywania najtrudniejszych problemów. Tak naprawdę są chwile, kiedy nic innego nie da się zrobić. W przeciwieństwie do standardowych algorytmów „deterministycznych”, które zwykle wyobrażamy sobie jako komputery, w których jeden krok następuje po drugim w dokładnie taki sam sposób za każdym razem, algorytm losowy wykorzystuje losowo generowane liczby do rozwiązania problemu. Niedawne prace w dziedzinie informatyki wykazały, że istnieją przypadki, w których algorytmy losowe mogą dawać dobre przybliżone odpowiedzi na trudne pytania szybciej niż wszystkie znane algorytmy deterministyczne. I choć nie zawsze gwarantują one optymalne rozwiązania, losowe algorytmy mogą zaskakująco zbliżyć się do nich w ułamku czasu, po prostu strategicznie rzucając kilkoma monetami, podczas gdy ich deterministyczni kuzyni się męczą. Głęboki przekaz kryje się w fakcie, że w przypadku niektórych problemów podejścia randomizowane mogą okazać się lepsze nawet od najlepszych, deterministycznych. Czasami najlepszym rozwiązaniem problemu jest zwrócenie się ku przypadkowi, zamiast próbować w pełni uzasadnić odpowiedź. Ale sama świadomość, że losowość może być pomocna, nie wystarczy. Trzeba wiedzieć, kiedy, w jaki sposób i w jakim stopniu polegać na przypadku. Niedawne

Historia informatyki dostarcza odpowiedzi na niektóre pytania, choć historia zaczyna się kilka wieków wcześniej.

Próbowanie

W 1777 roku hrabia George-Louis Leclerc de Buffon opublikował wyniki interesującej analizy probabilistycznej. Jeśli upuścimy igłę na kartkę papieru w linie, zapytał, jakie jest prawdopodobieństwo, że przekroczy jedną z linii? Praca Buffona wykazała, że jeśli igła jest krótsza niż odstęp między liniami, wynikiem jest $2/\pi$ długości igły podzielone przez długość odstępu. Buffonowi wystarczyło wyprowadzenie tej formuły. Jednak w 1812 roku Pierre-Simon Laplace, jeden z bohaterów rozdziału 6, zauważył, że wynik ten ma inną implikację: wartość π można oszacować po prostu przez upuszczenie igieł na papier. Propozycja Laplace'a wskazywała na głęboką ogólną prawdę: jeśli chcemy dowiedzieć się czegoś o wielkości zespolonej, możemy oszacować jej wartość, pobierając z niej próbki. To jest dokładnie ten rodzaj obliczeń, który pomaga nam wykonać praca nad regułą Bayesa. W rzeczywistości, zgodnie z sugestią Laplace'a, kilka osób przeprowadziło dokładnie taki eksperyment, jaki zasugerował, potwierdzając, że możliwe jest – chociaż nie jest to szczególnie skuteczne – oszacowanie wartości π w ten praktyczny sposób. Rzucanie tysięcy igieł na papier w linie jest (dla niektórych) interesującą rozrywką, ale dopiero rozwój komputera sprawił, że pobieranie próbek stało się praktyczną metodą. Wcześniej, gdy matematycy i fizycy próbowali używać losowości do rozwiązywania problemów, ich obliczenia trzeba było mozolnie wykonywać ręcznie, więc wygenerowanie wystarczającej liczby próbek, aby uzyskać dokładne wyniki, było trudne. Komputery – w szczególności komputer opracowany w Los Alamos podczas II wojny światowej – zrobiły różnicę. Stanisław „Stan” Ulam był jednym z matematyków, którzy pomogli w opracowaniu bomby atomowej. Dorastając w Polsce, w 1939 r. przeniósł się do Stanów Zjednoczonych i w 1943 r. dołączył do Projektu Manhattan. Po krótkim powrocie do środowiska akademickiego w 1946 r. wrócił do Los Alamos,

pracując nad projektowaniem broni termojądrowej. Ale był też chory — nabawił się zapalenia mózgu i przeszedł pilną operację mózgu. A gdy wracał do zdrowia po chorobie, martwił się, czy odzyska zdolności matematyczne. Podczas rekonwalescencji Ulam grał dużo w karty, szczególnie w pasjansa (znanego również jako Klondike). Jak wie każdy gracz w pasjansa, niektóre przetasowania talii prowadzą do gier, których po prostu nie można wygrać. Zatem podczas gry Ulam zadawał sobie naturalne pytanie: jakie jest prawdopodobieństwo, że potasowana talia zakończy się wygraną? W grze takiej jak pasjans przemierzanie przestrzeni możliwości staje się niemal natychmiast przytłaczające. Odwróć pierwszą kartę, a będziesz mógł śledzić pięćdziesiąt dwie możliwe gry; odwróć drugą, a dla każdej pierwszej karty będzie pięćdziesiąt jeden możliwości. Oznacza to, że jesteśmy już w tysiącach możliwych gier, zanim w ogóle zaczęliśmy grać. F. Scott Fitzgerald napisał kiedyś, że „testem pierwszorzędnej inteligencji jest umiejętność jednoczesnego utrzymywania w umyśle dwóch przeciwstawnych idei przy jednoczesnym zachowaniu zdolności do funkcjonowania”. To może być prawda, ale żadna pierwszorzędna inteligencja, ludzka czy inna, nie jest w stanie zapamiętać osiemdziesięciu unvigintillionów możliwych rozkazów tasowanych talii i nie mieć nadziei, że zadziała. Po wypróbowaniu kilku skomplikowanych obliczeń kombinatorycznych i poddaniu się, Ulam zdecydował się na inne podejście, piękne w swojej prostocie: po prostu zagraj w grę.

Zauważyłem, że o wiele praktyczniejsze może być [spróbowanie]... odłożenia kart lub eksperymentowania z procesem i jedynie zauważenie, jaka proporcja wypadnie pomyślnie, zamiast próbować obliczyć wszystkie możliwości kombinatoryczne, które są liczbą rosnącą wykładniczo, więc świetnie, że poza bardzo podstawowymi przypadkami nie da się tego oszacować. Jest to intelektualnie zaskakujące i jeśli nie do końca upokarzające, to daje poczucie skromności wobec granic racjonalnego czy tradycyjnego myślenia. W wystarczająco skomplikowanym problemie lepsze jest faktyczne pobieranie próbek niż badanie wszystkich łańcuchów możliwości.

Kiedy mówi „lepiej”, pamiętaj, że niekoniecznie oznacza to, że pobieranie próbek da bardziej precyzyjne odpowiedzi niż wyczerpująca analiza: zawsze będzie jakiś błąd związany z procesem pobierania próbek, chociaż można go zmniejszyć, upewniając się, że próbki rzeczywiście są losowo i biorąc ich coraz więcej. Ma na myśli to, że próbkowanie jest lepsze, ponieważ w ogóle daje odpowiedź w przypadkach, w których nic innego nie da. Spostrzeżenie Ulama – że pobieranie próbek może się udać tam, gdzie zawodzi analiza – było również kluczowe dla rozwiązania niektórych trudnych problemów fizyki jądrowej, które pojawiły się w Los Alamos. Reakcja nuklearna to proces rozgałęziający się, w którym możliwości mnożą się równie gwałtownie, jak w przypadku kart: jedna cząstka dzieli się na dwie, z których każda może uderzyć w inne, powodując po kolei ich podział i tak dalej. Dokładne obliczenie prawdopodobieństwa wystąpienia jakiegoś konkretnego wyniku tego procesu, w którym zachodzi interakcja wielu, wielu cząstek, jest trudne aż do niemożliwości. Ale symulacja tego, w której każda interakcja przypomina odwrócenie nowej karty, stanowi alternatywę. Ulam rozwinął ten pomysł wspólnie z Johnem von Neumannem i współpracował z Nicholasem Metropolisem, innym fizykiem z Projektu Manhattan, implementując metodę na komputerze Los Alamos. Metropolis nazwało to podejście – zastępując wyczerpujące obliczenia prawdopodobieństwa przykładowymi symulacjami – Metodą Monte Carlo, na cześć kasyna Monte Carlo w Monako, miejsca równie zależnego od kaprysów przypadku. Zespołowi z Los Alamos udało się go wykorzystać do rozwiązania kluczowych problemów fizyki jądrowej. Dziś metoda Monte Carlo jest jednym z kamieni węgielnych informatyki naukowej. Wiele z tych problemów, takich jak obliczanie interakcji cząstek subatomowych lub szanse na wygraną w pasjansie, samo w sobie ma charakter probabilistyczny, więc rozwiązywanie ich za pomocą losowego podejścia, takiego jak Monte Carlo, ma całkiem sporo sensu. Jednak być może najbardziej zaskakującą świadomością siły losowości jest to, że można ją wykorzystać w sytuacjach, w których pozornie przypadek nie odgrywa żadnej roli. Nawet jeśli chcesz uzyskać odpowiedź na pytanie, która będzie

brzmiała ściśle tak lub nie, prawda lub fałsz – nie ma co do tego prawdopodobieństwa – rzucenie kilkoma kostkami może nadal stanowić część rozwiązania.

Randomizowane algorytmy

Pierwszą osobą, która zademonstrowała zaskakująco szerokie zastosowania losowości w informatyce, był Michael Rabin. Urodzony w 1931 roku we Wrocławiu w Niemczech (który pod koniec II wojny światowej stał się Wrocławiem w Polsce) Rabin był potomkiem długiej linii rabinów. Jego rodzina opuściła Niemcy i udała się do Palestyny w 1935 roku, gdzie został zepchnięty ze ścieżki rabinicznej, którą wyznaczył mu ojciec, ze względu na piękno matematyki – odkrycie prac Alana Turinga na początku swojej kariery licencjackiej na Uniwersytecie Hebrajskim i wyemigrowanie do Stanów Zjednoczonych rozpoczął doktorat w Princeton. Rabin zdobył później Nagrodę Turinga – komputerowy odpowiednik Nagrody Nobla – za rozszerzenie informatyki teoretycznej na przypadki „niedeterministyczne”, w których maszyna nie jest zmuszona wybierać jednej opcji, ale ma wiele ścieżek, którymi może podążać. Na urlopie naukowym w 1975 r. Rabin przybył do MIT w poszukiwaniu nowego kierunku badawczego. Znalazł to w jednym z najstarszych problemów ze wszystkich: jak identyfikować liczby pierwsze. Algorytmy znajdowania liczb pierwszych sięgają co najmniej starożytnej Grecji, gdzie matematycy stosowali proste podejście znane jako sito Erastotenesa. Sito Erastotenesa działa w następujący sposób: Aby znaleźć wszystkie liczby pierwsze mniejsze niż n , zacznij od zapisania po kolei wszystkich liczb od 1 do n . Następnie skreśl wszystkie liczby, które są wielokrotnościami 2, oprócz samej siebie (4, 6, 8, 10, 12 itd.). Weź następną najmniejszą liczbę, która nie została przekreślona (w tym przypadku 3) i skreśl wszystkie wielokrotności tej liczby (6, 9, 12, 15). Kontynuuj w ten sposób, a liczby, które pozostaną na końcu, będą liczbami pierwszymi. Przez tysiąclecia uważano, że badanie liczb pierwszych jest, jak to ujął G. H. Hardy, „jedną z najbardziej oczywistych bezużytecznych dziedzin” matematyki. Jednak w XX wieku zyskała ona praktyczność, stając się kluczowa w kryptografii i bezpieczeństwie online. Tak się składa, że znacznie łatwiej jest pomnożyć liczby pierwsze przez siebie, niż je ponownie rozłożyć na czynniki. Przy wystarczająco dużych liczbach pierwszych – powiedzmy tysiącach cyfr – mnożenie można wykonać w ułamku sekundy, podczas gdy rozkład na czynniki może zająć dosłownie miliony lat; tworzy to tak zwaną „funkcję jednokierunkową”. Na przykład we współczesnym szyfrowaniu tajne liczby pierwsze znane tylko nadawcy i odbiorcy są mnożone przez siebie, tworząc ogromne liczby złożone, które można bez obaw przesyłać publicznie, ponieważ rozłożenie produktu na czynniki zajęłoby podłuchiwaczowi zbyt dużo czasu, aby było warto próbować. Dlatego praktycznie cała bezpieczna komunikacja online – czy to w handlu, bankowości czy e-mailu – zaczyna się od polowania na liczby pierwsze. Ta aplikacja kryptograficzna nagle stworzyła niesamowicie algorytmy do wyszukiwania i sprawdzania liczb pierwszych. I chociaż sito Erastotenesa jest skuteczne, nie jest wydajne. Jeśli chcesz sprawdzić, czy dana liczba jest pierwsza — co nazywa się testowaniem jej „pierwotności” — wówczas zastosowanie strategii sita wymaga podzielenia jej przez wszystkie liczby pierwsze aż do pierwiastka kwadratowego.* Sprawdzanie, czy liczba sześciocyfrowa jest pierwsza wymagałoby dzielenia przez wszystkie 168 liczb pierwszych mniejszych niż 1000 – nieźle. Ale sprawdzanie liczby dwunastocyfrowej wymaga podzielenia przez 78 498 liczb pierwszych mniejszych niż 1 milion i całe to dzielenie szybko zaczyna wymykać się spod kontroli. Liczby pierwsze używane we współczesnej kryptografii mają długość setek cyfr; zapomnij o tym. Na MIT Rabin spotkał Gary’ego Millera, niedawnego absolwenta wydziału informatyki w Berkeley. W swojej pracy doktorskiej Miller opracował intrygująco obiecujący, znacznie szybszy algorytm testowania pierwszości, ale był jeden mały problem: nie zawsze działał. Miller znalazł zbiór równań (wyrażonych w postaci dwóch liczb, n i x), które są zawsze prawdziwe, jeśli n jest liczbą pierwszą, niezależnie od tego, jakie wartości wstawisz do x . Jeśli nawet dla pojedynczej wartości x okażą się fałszywe, wówczas n nie może być liczbą pierwszą — w takich przypadkach x nazywa się „świadkiem” przeciwko pierwszości. Problem polega jednak na tym, że liczby są fałszywie dodatnie: nawet jeśli n nie jest liczbą

pierwszą, równania nadal czasami okazują się prawdziwe. Wydawało się, że to podważa podejście Millera.

Rabin zdał sobie sprawę, że jest to miejsce, w którym wartościowe może okazać się wyjście poza zwykle deterministyczny świat informatyki. Jeśli liczba n w rzeczywistości nie jest liczbą pierwszą, ile możliwych wartości x dałoby wynik fałszywie dodatni i uznałoby ją za liczbę pierwszą? Odpowiedź, pokazał Rabin, to nie więcej niż jedna czwarta. Zatem w przypadku losowej wartości x , jeśli równania Millera okażą się prawdziwe, istnieje tylko jedna do czterech szans, że n nie jest w rzeczywistości liczbą pierwszą. I co najważniejsze, za każdym razem, gdy próbujemy nowego losowego x i sprawdzamy równania Millera, prawdopodobieństwo, że n wydaje się tylko liczbą pierwszą, ale nią nie jest, spada o kolejną wielokrotność czterech. Powtórz tę procedurę dziesięć razy, a prawdopodobieństwo fałszywego wyniku pozytywnego wynosi jeden do czterech do potęgi dziesiątej, czyli mniej niż jeden do miliona. Nadal nie masz wystarczającej pewności? Sprawdź jeszcze pięć razy, a liczba przypadków spadnie do jednego na miliard. Vaughan Pratt, inny informatyk z MIT, wdrożył algorytm Rabina i zaczął uzyskiwać wyniki pewnego zimowego wieczoru, kiedy Rabin był w domu i zapraszał przyjaciół na imprezę chanukową. Rabin pamięta, że około północy otrzymał telefon:

„Michael, to jest Vaughan. Otrzymuję wyniki tych eksperymentów. Weź ołówek i papier i zapisz to.” I tak wyszło, że 2400–593 jest liczbą pierwszą. Oznacz iloczyn wszystkich liczb pierwszych p mniejszych od 300 przez k . Liczby $k \times 338 + 821$ i $k \times 338 + 823$ to bliźniacze liczby pierwsze.* Stanowiły one największe znane wówczas bliźniacze liczby pierwsze. Włosy stanęły mi dęba. To było niesamowite. To było po prostu niesamowite.

Test pierwszości Millera-Rabina, jak jest obecnie znany, umożliwia szybką identyfikację nawet gigantycznych liczb pierwszych z dowolnym stopniem pewności. W tym miejscu moglibyśmy zadać pytanie filozoficzne – o to, jakie jest znaczenie słowa „jest”. Jesteśmy tak przyzwyczajeni do tego, że matematyka jest dziedziną pewności, że przeraża nas myśl, że liczba może być „prawdopodobnie pierwsza” lub „prawie na pewno pierwsza”. Jak pewny jest wystarczająco pewny? W praktyce współczesne systemy kryptograficzne, czyli te, które szyfrują połączenia internetowe i transakcje cyfrowe, są dostrojone do współczynnika fałszywych alarmów na poziomie mniejszym niż jeden na milion miliardów miliardów. Innymi słowy, jest to ułamek dziesiątyny rozpoczynający się od dwudziestu czterech zer – czyli mniej niż jeden fałszywy wynik pierwszy na liczbę ziaren piasku na Ziemi. Norma ta pojawia się po zaledwie czterdziestu zastosowaniach testu Millera-Rabina. To prawda, że nigdy nie jesteś całkowicie pewien, ale możesz być bardzo blisko i strasznie szybko. Być może nigdy nie słyszałeś o teście Millera-Rabina, ale Twój laptop, tablet i telefon doskonale o tym wiedzą. Kilkadziesiąt lat po jej odkryciu nadal jest to standardowa metoda stosowana do znajdowania i sprawdzania liczb pierwszych w wielu dziedzinach. Działa za kulisami za każdym razem, gdy korzystasz z karty kredytowej w Internecie i prawie za każdym razem, gdy bezpieczna komunikacja jest wysyłana drogą bezprzewodową lub przewodową. Przez dziesięciolecia po pracach Millera i Rabina nie było wiadomo, czy kiedykolwiek będzie skuteczny algorytm umożliwiający testowanie pierwszości w sposób deterministyczny, z absolutną pewnością. W 2002 roku Manindra Agrawal, Neeraj Kayal i Nitin Saxena z Indyjskiego Instytutu Technologii odkryli jedną z takich metod, ale algorytmy losowe, takie jak Miller-Rabin, są znacznie szybsze i dlatego nadal są stosowane w praktyce. W przypadku niektórych innych problemów losowość nadal stanowi jedyną znaną drogę do skutecznych rozwiązań. Ciekawy przykład z matematyki znany jest jako „testowanie tożsamości wielomianowej”. Jeśli masz dwa wyrażenia wielomianowe, takie jak $2x^3 + 13x^2 + 22x + 8$ i $(2x + 1) \times (x + 2) \times (x + 4)$, sprawdzając, czy te wyrażenia są w rzeczywistości tą samą funkcją — wykonując wszystkie mnożenia, a następnie porównywanie wyników — może być niezwykle czasochłonne, zwłaszcza gdy wzrasta liczba zmiennych. Tutaj znowu losowość oferuje rozwiązanie: po prostu wygeneruj losowe x i podłącz je. Jeśli te dwa wyrażenia nie są

takie same, byłby to duży zbieg okoliczności, gdyby dały tę samą odpowiedź dla losowo wygenerowanych danych wejściowych. I jeszcze większy zbieg okoliczności, jeśli dali również identyczne odpowiedzi dla drugiego losowego wejścia. I jeszcze większy zbieg okoliczności, jeśli zrobili to dla trzech losowych danych wejściowych z rzędu. Ponieważ nie jest znany deterministyczny algorytm umożliwiający efektywne testowanie tożsamości wielomianów, ta metoda losowa – z wieloma obserwacjami szybko dającymi podstawę do uzyskania niemal pewności – jest jedyną praktyczną metodą, jaką mamy.

Pochwała pobierania próbek

Test tożsamości wielomianowej pokazuje, że czasami lepiej jest poświęcić swój wysiłek na sprawdzanie losowych wartości – na podstawie dwóch wyrażzeń, o których chcemy wiedzieć – niż na próbę rozwikłania ich wewnętrznego działania. Do pewnego stopnia wydaje się to w miarę intuicyjne. Biorąc pod uwagę parę niepozornych gadżetów i pytając, czy są to dwa różne urządzenia, czy dwie kopie tego samego, większość z nas zaczęłaby naciskać przypadkowe przyciski, zamiast otwierać obudowę w celu sprawdzenia okablowania. I nie jesteśmy szczególnie zaskoczeni, gdy, powiedzmy, telewizyjny baron narkotykowy otwiera losowo kilka paczek, aby mieć w miarę pewność co do jakości całej przesyłki. Są jednak przypadki, w których nie zwracamy się ku przypadkowości – a może powinniśmy. Prawdopodobnie najważniejszym filozofem polityki XX wieku był John Rawls z Harvardu, który postawił sobie ambitne zadanie pogodzenia dwóch pozornie przeciwstawnych kluczowych idei w swojej dziedzinie: wolności i równości. Czy społeczeństwo jest bardziej „sprawiedliwe”, gdy jest bardziej wolne, czy też bardziej równe? I czy rzeczywiście jedno i drugie musi się wykluczać? Rawls zaproponował sposób podejścia do tego zestawu pytań, który nazwał „zasłoną ignorancji”. Wyobraź sobie, powiedział, że masz się wkrótce urodzić, ale nie wiesz, kim jesteś: mężczyzna czy kobieta, bogaty czy biedny, miejski czy wiejski, chory czy zdrowy. A zanim poznałeś swój status, musiałeś wybrać, w jakim społeczeństwie będziesz żył. Czego byś chciał? Oceniając różne układy społeczne z za zasłony ignorancji, argumentował Rawls, łatwiej byłoby nam dojść do konsensusu co do tego, jak miałyby wyglądać idealny. Eksperyment myślowy Rawlsa nie uwzględnia jednak kosztu obliczeniowego zrozumienia społeczeństwa z za takiej zasłony. Jak moglibyśmy, w tym hipotetycznym scenariuszu, mieć nadzieję na zatrzymanie w głowach wszystkich istotnych informacji? Odłóż na chwilę wielkie kwestie sprawiedliwości i uczciwości i spróbuj zastosować podejście Rawlsa jedynie do, powiedzmy, proponowanej zmiany w przepisach dotyczących ubezpieczenia zdrowotnego. Weźmy pod uwagę prawdopodobieństwo, że urodzisz się jako ktoś, kto dorasta i zostanie urzędnikiem miejskim na Środkowym Zachodzie; pomnóż to przez rozkład różnych planów opieki zdrowotnej dostępnych dla pracowników rządowych w różnych gminach środkowo-zachodniego; pomnóż to przez dane aktuarialne, które podają prawdopodobieństwo np. złamania kości piszczelowej; pomnóż to przez średni rachunek za leczenie przeciętnej procedury złamania kości piszczelowej w szpitalu na Środkowym Zachodzie, biorąc pod uwagę rozkład możliwych planów ubezpieczeniowych... OK, więc czy proponowana rewizja ubezpieczenia byłaby „dobra” czy „zła” dla narodu? Nie możemy mieć nadziei, że w ten sposób ocenimy pojedynczą zranioną goleń, nie mówiąc już o życiu setek milionów. Krytycy filozoficzni Rawlsa obszernie spierali się na temat tego, w jaki sposób dokładnie powinniśmy wykorzystać informacje uzyskane z za zasłony niewiedzy. Czy powinniśmy na przykład próbować maksymalizować średnie szczęście, medianę szczęścia, całkowite szczęście, czy może coś innego? Każde z tych podejść, jak wiadomo, naraża się na zgubne dystopie – takie jak cywilizacja Omelas wyobrażona przez pisarkę Ursulę K. Le Guin, w której panuje dobrobyt i harmonia, ale jedno dziecko jest zmuszone żyć w skrajnej nędzy. Są to krytyki godne uwagi, a Rawls celowo je omija, pozostawiając otwartą kwestię, co zrobić z informacjami, które wydobywamy z za zasłony. Być może jednak ważniejsze pytanie brzmi: jak w ogóle zebrać te informacje. Odpowiedź może pochodzić z informatyki. Scott Aaronson z MIT mówi, że jest zaskoczony, że informatycy nie mieli jeszcze większego wpływu na

filozofię. Podejrzewa, że jednym z powodów jest po prostu „niepowodzenie w przekazywaniu tego, co mogą dodać do pojęciowego arsenału filozofii”. Wyjaśnia:

Można by pomyśleć, że skoro już wiemy, że coś można obliczyć, to czy obliczenie zajmie 10, czy 20 sekund, jest oczywiście sprawą inżynierów, a nie filozofów. Ale ten wniosek nie byłby tak oczywisty, gdyby pytanie brzmiało: 10 sekund w porównaniu z 101010 sekundami! I rzeczywiście, w teorii złożoności luki ilościowe, na których nam zależy, są zwykle tak duże, że należy je uważać również za luki jakościowe. Pomyśl na przykład o różnicy pomiędzy przeczytaniem 400-stronicowej książki a przeczytaniem każdej możliwej takiej książki lub pomiędzy zapisaniem liczby tysiącycyfrowej i liczeniem do tej liczby.

Informatyka pozwala nam wyrazić złożoność oceny wszystkich możliwych zabezpieczeń socjalnych w przypadku kontuzji goleni. Ale na szczęście zapewnia również narzędzia do radzenia sobie z tą złożonością. Algorytmy Monte Carlo oparte na próbkowaniu to jedne z najbardziej przydatnych podejść w tym zestawie narzędzi. Kiedy musimy nadać sens, powiedzmy, reformie krajowej opieki zdrowotnej – ogromnemu aparatowi zbyt złożonemu, aby można go było łatwo zrozumieć – nasi przywódcy polityczni zazwyczaj oferują nam dwie rzeczy: wybrane osobiste anegdoty i zbiorcze statystyki podsumowujące. Anegdoty są oczywiście bogate i żywe, ale niereprezentatywne. Niemal każdy akt prawny, niezależnie od tego, jak pouczający czy błędny, sprawi, że ktoś będzie w lepszej, a ktoś gorszej, zatem starannie wybrane historie nie oferują żadnej perspektywy na szersze wzorce. Z drugiej strony statystyki zbiorcze są odwrotne: wszechstronne, ale cienkie. Moglibyśmy się na przykład dowiedzieć, czy średnie składki spadły w całym kraju, ale nie jak ta zmiana wypadnie na bardziej szczegółowym poziomie: mogą spaść w przypadku większości, ale w stylu Omelas pozostawią jakąś konkretną grupę – studentów, Alaski lub kobiety w ciąży kobiety – w poważnych tarapatach. Statystyka może nam opowiedzieć tylko część historii, przesłaniając wszelkie podstawowe heterogeniczności. Często nawet nie wiemy, jakich statystyk potrzebujemy. Ponieważ ani obszerne statystyki, ani ulubione historie polityków nie są w stanie tak naprawdę poprowadzić nas przez tysiące stron proponowanych przepisów, informatyk zorientowany w Monte Carlo zaproponowałby inne podejście: pobieranie próbek. Dokładne badanie losowych próbek może być jednym z najskuteczniejszych sposobów zrozumienia czegoś zbyt złożonego, aby można było go bezpośrednio zrozumieć. Jeśli chodzi o radzenie sobie z jakościowo niemożliwym do rozwiązania problemem, czymś tak drażliwym i skomplikowanym, że nie da się go przetrwać w całości – pasjansem lub rozszczepieniem atomu, testowaniem pierwszości czy polityką publiczną – próbkowanie oferuje jeden z najprostszych, a także najlepszych sposobów cięcia przez trudności. Widzimy, że takie podejście sprawdza się w przypadku organizacji charytatywnej GiveDirectly, która przekazuje bezwarunkowe transfery pieniężne osobom żyjącym w skrajnym ubóstwie w Kenii i Ugandzie. Przyciągnęła uwagę ze względu na ponowne przemyślenie konwencjonalnych praktyk charytatywnych na wielu poziomach: nie tylko w zakresie swojej niezwyklej misji, ale także poziomu przejrzystości i odpowiedzialności, jaki wnosi do własnego procesu. A najnowszym elementem status quo, który stanowi wyzwanie, są historie sukcesu. „Jeśli regularnie odwiedzasz naszą stronę internetową, bloga lub stronę na Facebooku” – pisze asystentka programu Rebecca Lange, „być może zauważyłeś coś, czego nie często widzisz: historie i zdjęcia naszych odbiorców”. Problem nie polega na tym, że wspaniałe historie przedstawiane przez inne organizacje charytatywne nie są prawdziwe. Raczej sam fakt, że zostały one celowo wybrane w celu zaprezentowania sukcesów, sprawia, że nie jest jasne, ile informacji można z nich uzyskać. Dlatego GiveDirectly postanowiło zmienić także tę konwencjonalną praktykę. W każdą środę zespół GiveDirectly losowo wybiera odbiorcę gotówki, wysyła funkcjonariusza terenowego na rozmowę z nim i publikuje dosłownie notatki funkcjonariusza terenowego, bez względu na wszystko. Oto na przykład ich pierwszy taki wywiad z kobietą o imieniu Mary, która przeznaczyła pieniądze na blaszany dach:

Udało jej się zbudować lepszy dom i to był dom ocynowany. Udało jej się także kupić zestaw wypoczynkowy do własnego domu. Jej życie uległo zmianie, ponieważ kiedy padał deszcz, miała przeciekający dach, który wchłaniał wszystko w domu. Ale dzięki przewodniczącej udało jej się stworzyć lepszy ocynowany dom.

„Mamy nadzieję, że da to Państwu pewność co do wszelkiego rodzaju informacji, którymi się z Państwem dzielimy” – pisze Lange – „a może nawet zainspiruje Państwa do wysoko postawionej poprzeczki innym organizacjom”.

Trzydziesty kompromis

Od razu uderzyło mnie, jakie cechy kształtują Człowieka Osiągnięć, zwłaszcza w literaturze, a który Szekspir posiada tak ogromnie – mam na myśli Zdolność Negatywną, to znaczy, kiedy człowiek jest w stanie żyć w niepewności, tajemnicach i wątpliwościach bez żadnych irytujących sięganie po fakty i rozum. —JOHNA KEATSA

Nie ma czegoś takiego jak pewność absolutna, ale istnieje pewność wystarczająca dla celów ludzkiego życia. — JOHNA STUARTA MILLA

Informatyka jest często kwestią negocjowania kompromisów. Na przykład podczas naszej dyskusji na temat sortowania w rozdziale 3 zauważyliśmy kompromis między czasem spędzonym na początku na sortowaniu a czasem spędzonym później na wyszukiwaniu. Podczas dyskusji na temat buforowania w rozdziale 4 zbadaliśmy kompromis w postaci zajmowania dodatkowej przestrzeni – pamięci podręcznej za pamięcią podręczną – w celu zaoszczędzenia czasu. Czas i przestrzeń leżą u podstaw najbardziej znanych kompromisów w informatyce, ale ostatnie prace nad algorytmami losowymi pokazują, że należy wziąć pod uwagę jeszcze jedną zmienną: pewność. Jak to ujął Michael Mitzenmacher z Harvardu: „Zamierzamy znaleźć odpowiedź, która pozwoli zaoszczędzić czas i przestrzeń, rezygnując z trzeciego wymiaru: prawdopodobieństwa błędu”. Zapytany o swój ulubiony przykład kompromisu w kwestii niepewności, nie waha się. „Kolega właśnie powiedział, że powinna być taka gra polegająca na picu alkoholu, w której za każdym razem, gdy na którymś z moich slajdów pojawia się to określenie, trzeba się napić. Czy słyszałeś kiedyś o filtrach Blooma?” Aby zrozumieć ideę filtra Blooma, mówi Mitzenmacher, należy wziąć pod uwagę wyszukiwarkę taką jak Google, próbującą przeszukać całą sieć i zaindeksować każdy możliwy adres URL. Sieć składa się z ponad biliona różnych adresów URL, a średni adres URL ma około siedemdziesięciu siedmiu znaków. Kiedy wyszukiwarka sprawdza jakiś adres URL, w jaki sposób może sprawdzić, czy ta strona została już przetworzona? Samo przechowywanie listy wszystkich odwiedzonych adresów URL zajęłoby ogromną ilość miejsca, a wielokrotne przeszukiwanie tej listy (nawet jeśli była w pełni posortowana) mogłoby okazać się koszmarem. W rzeczywistości może się zdarzyć, że lekarstwo jest gorsze niż choroba: innymi słowy, sprawdzanie za każdym razem, czy nie ponownie indeksujemy strony, może być bardziej czasochłonne niż zwykłe dwukrotne indeksowanie sporadycznej strony. Ale co by było, gdybyśmy tylko mieli pewność, że ten adres URL jest dla nas nowy? W tym miejscu z pomocą przychodzi filtr Blooma. Filtr Blooma, nazwany na cześć jego wynalazcy, Burtona H. Blooma, działa podobnie do testu pierwszości Rabina-Millera: adres URL jest wprowadzany do zestawu równań, które zasadniczo sprawdzają, czy są „świadkowie” jego nowości. (Zamiast głosić, że „n nie jest liczbą pierwszą”, równania te mówią: „Nigdy wcześniej nie widziałem n”). Jeśli chcesz tolerować poziom błędów wynoszący zaledwie 1% lub 2%, przechowuj swoje ustalenia w probabilistycznej strukturze danych jak filtr Blooma pozwoli Ci zaoszczędzić znaczną ilość czasu i miejsca. Przydatność takich filtrów nie ogranicza się do wyszukiwarek: filtry Bloom są dostarczane z wieloma najnowszymi przeglądarkami internetowymi w celu sprawdzania adresów URL pod kątem listy znanych złośliwych witryn, a także stanowią ważną część kryptowalut takich jak Bitcoin. „Pomysł przestrzeni kompromisu między błędami” mówi Mitzenmacher: „Myślę, że problem polega na tym, że

ludzie nie kojarzą tego z komputerami. Myślą, że komputery powinny dać ci odpowiedź. Kiedy więc na zajęciach z algorytmów usłyszysz: „To powinno dać ci jedną odpowiedź; to może nie być właściwa odpowiedź” – lubię myśleć, że kiedy [uczniowie] to słyszą, skupia się to na nich. Myślę, że ludzie nie zdają sobie sprawy w swoim życiu, jak często to robią i akceptują to.

Wzgórza, doliny i pułapki

Rzeka wije się, bo nie może myśleć. —RYCHARD KENNEY

Losowość okazała się również potężną bronią do rozwiązywania dyskretnych problemów optymalizacyjnych, takich jak składanie kalendarza do koszykówki NCAA lub znajdowanie najkrótszej trasy dla podróżującego sprzedawcy. W poprzednim rozdziale widzieliśmy, jak relaksacja może odegrać dużą rolę w ograniczaniu takich problemów, ale taktyczne wykorzystanie losowości okazało się prawdopodobnie jeszcze ważniejszą techniką. Wyobraź sobie, że organizujesz wakacje w tym mieście, podróżując po całym świecie, własną wersję problemu komiwojażera: zaczniesz i skończysz w San Francisco, a następnie odwiedzisz Seattle, Los Angeles, Nowy Jork, Buenos Aires, Londyn, Amsterdam, Kopenhagę, Sztambuł, Delhi i Kioto. Być może nie przejmujesz się zbytnio całkowitą długością trasy, ale prawdopodobnie chcesz zminimalizować koszt pieniężny wycieczki. Pierwszą rzeczą, na którą warto zwrócić uwagę, jest to, że chociaż dziesięć miast nie wydaje się dużą liczbą, liczba możliwych tras jest dziesięcioczynnikowa: ponad trzy i pół miliona. Innymi słowy, nie ma praktycznego sposobu, aby po prostu sprawdzić każdą permutację i wybrać najniższą cenę. Musisz pracować mądrzej. Przy pierwszej próbie planowania podróży możesz wziąć pod uwagę najtańszy lot z San Francisco (powiedzmy, że jest to Seattle), następnie najtańszy lot stamtąd do któregośkolwiek z pozostałych miast (nazwij je Los Angeles), a następnie najtaniej stamtąd (powiedzmy Nowy Jork) i tak dalej, aż dotrzesz do dziesiątego miasta i polecisz stamtąd z powrotem do San Francisco. To jest przykład tak zwanego algorytmu zachłannego, który można również nazwać „algorytmem krótkowzrocznym”: takim, który krótkowzrocznie wykorzystuje najlepszą dostępną rzecz na każdym kroku. W teorii planowania, jak widzieliśmy w rozdziale 5, zachłanny algorytm — na przykład zawsze wykonujący najkrótsze dostępne zadanie, bez patrzenia i planowania dalej — może czasami wystarczyć do rozwiązania problemu. W tym przypadku, w przypadku problemu komiwojażera, rozwiązanie podane przez algorytm zachłanny prawdopodobnie nie jest straszne, ale prawdopodobnie dalekie od najlepszego, co możesz zrobić. Po ułożeniu podstawowego planu podróży możesz przetestować kilka alternatyw, wprowadzając niewielkie zakłócenia w sekwencji miast i sprawdzając, czy to przyniesie poprawę. Na przykład, jeśli jedziemy najpierw do Seattle, a następnie do Los Angeles, możemy spróbować odwiedzić te miasta w odwrotnej kolejności: najpierw Los Angeles, potem Seattle. Dla dowolnej trasy możemy wykonać jedenaście takich kłapek obejmujących dwa miasta; powiedzmy, że wypróbujemy je wszystkie, a następnie wybierzemy ten, który zapewnia nam największe oszczędności. Mamy teraz nowy plan podróży i możemy zacząć go zmieniać, ponownie szukając najlepszych lokalnych ulepszeń. Jest to algorytm znany jako wspinaczka górską — ponieważ przeszukiwanie przestrzeni rozwiązań, lepszych i gorszych, jest powszechnie uważane za krajobraz ze wzgórzami i dolinami, gdzie Twoim celem jest zdobycie najwyższego szczytu. W końcu otrzymasz rozwiązanie, które jest lepsze niż wszystkie jego permutacje; bez względu na to, które sąsiednie przystanki odwrócisz, nic nie przebije tego. Tutaj kończy się wspinaczka górską. Czy to oznacza, że na pewno znalazłeś najlepszą możliwą trasę? Niestety nie. Być może znalazłeś tylko tak zwane „maksimum lokalne”, a nie globalne maksimum ze wszystkich możliwości. Krajobraz wspinaczkowy jest mglisty. Możesz wiedzieć, że stoisz na szczycie góry, ponieważ grunt zapada się we wszystkich kierunkach — ale po drugiej stronie doliny, ukryta za chmurami, może znajdować się wyższa góra. Weźmy pod uwagę homara, który utknął w pułapce na homary: biedna bestia, nie zdaje sobie sprawy, że wyjście z klatki oznacza powrót do środka klatki i że musi wejść głębiej do klatki, aby się wydostać. Pułapka na homary to nic innego jak lokalne maksimum wykonane z drutu

– lokalne maksimum, które zabija. W przypadku planowania wakacji lokalne maksima są na szczęście mniej fatalne, ale mają ten sam charakter. Nawet jeśli znaleźliśmy rozwiązanie, którego nie da się ulepszyć żadnymi drobnymi poprawkami, możliwe, że nadal brakuje nam globalnego maksimum. Prawdziwie najlepszy plan podróży może wymagać radykalnej przeróbki podróży: na przykład przejechanie całych kontynentów w innej kolejności lub podróżowanie na zachód zamiast na wschód. Jeśli chcemy kontynuować poszukiwania ulepszeń, być może będziemy musieli tymczasowo pogorszyć nasze rozwiązanie. Losowość zapewnia strategię – a właściwie kilka strategii – pozwalającą właśnie to osiągnąć.

Poza lokalnym maksimum

Jednym ze sposobów jest uzupełnienie wspinaczki górskiej tak zwanym „jitterem”: jeśli wygląda na to, że utknąłeś, wymieszaj trochę rzeczy. Wprowadź kilka przypadkowych, małych zmian (nawet jeśli są na gorsze), a następnie wróć do wspinaczki górskiej; zobacz, czy znajdziesz się na wyższym szczycie. Innym podejściem jest całkowite pomieszenie naszego rozwiązania po osiągnięciu lokalnego maksimum i ponowne rozpoczęcie wspinaczki górskiej od tego losowego nowego punktu początkowego. Algorytm ten jest znany jako „Wspinaczka górską z przypadkowym ponownym uruchomieniem” lub, bardziej kolorowo, jako „Wspinaczka górską ze strzelbą”. Jest to strategia, która okazuje się bardzo skuteczna, gdy w problemie występuje wiele lokalnych maksimumów. Na przykład informatycy stosują to podejście, próbując odszyfrować kody, ponieważ istnieje wiele sposobów rozpoczęcia odszyfrowywania wiadomości, która początkowo wygląda obiecująco, ale kończy się ślepyimi zaułkami. W przypadku deszyfrowania posiadanie tekstu wyglądającego nieco podobnie do rozsądnego angielskiego niekoniecznie oznacza, że jesteś na dobrej drodze. Czasami więc najlepiej nie przywiązywać się zbyt mocno do początkowego kierunku, który jest obiecujący, i po prostu zacząć od zera. Ale jest też trzecie podejście: zamiast uciekać się do pełnej losowości, gdy utkniesz, użyj odrobiny losowości za każdym razem, gdy podejmujesz decyzję. Technika ta, opracowana przez ten sam zespół z Los Alamos, który opracował Metodę Monte Carlo, nazywa się Algorytmem Metropolis. Algorytm Metropolis przypomina wspinaczkę górską — wypróbuj różne poprawki rozwiązania na małą skalę, ale z jedną istotną różnicą: w dowolnym momencie potencjalnie zaakceptuje zarówno złe, jak i dobre poprawki. Możemy sobie wyobrazić zastosowanie tego do naszego problemu z planowaniem wakacji. Ponownie staramy się ulepszyć proponowane przez nas rozwiązanie, zmieniając pozycje różnych miast. Jeśli losowo wygenerowana modyfikacja naszej trasy podróży skutkuje poprawą, zawsze to akceptujemy i kontynuujemy wprowadzanie poprawek. Ale jeśli zmiana pogorszyłaby sytuację, nadal istnieje szansa, że tak czy inaczej to zrobimy (choć im gorsza zmiana, tym mniejsza szansa). W ten sposób nie utknemy na długo w żadnym lokalnym maksimum: w końcu wypróbujemy inne pobliskie rozwiązanie, nawet jeśli jest droższe, i potencjalnie będziemy na dobrej drodze do opracowania nowego, lepszego planu. Niezależnie od tego, czy chodzi o drgania, losowe restarty, czy o sporadyczne pogorszenie, losowość jest niezwykle przydatna do unikania lokalnych maksimumów. Szansa to nie tylko realny sposób radzenia sobie z trudnymi problemami optymalizacyjnymi; w wielu przypadkach jest to niezbędne. Niektóre pytania jednak pozostają. Ile losowości należy zastosować? I kiedy? I – biorąc pod uwagę, że strategie takie jak algorytm Metropolis mogą zmieniać naszą trasę niemal w nieskończoność – skąd wiesz, że to już koniec? Dla badaczy zajmujących się optymalizacją zaskakująco ostateczna odpowiedź na te pytania pochodziłaby z zupełnie innej dziedziny.

Symulowanego wyżarzania

Pod koniec lat 70. i na początku 80. Scott Kirkpatrick uważał się za fizyka, a nie informatyka. W szczególności Kirkpatrick interesował się fizyką statystyczną, która wykorzystuje losowość do wyjaśnienia pewnych zjawisk naturalnych – na przykład fizyki wyżarzania, czyli sposobu, w jaki materiały zmieniają stan podczas ogrzewania i chłodzenia. Być może najbardziej interesującą cechą

wyżarzania jest to, że szybkość lub powolność chłodzenia materiału ma ogromny wpływ na jego ostateczną strukturę. Jak wyjaśnia Kirkpatrick:

Hodowanie monokryształu ze stopu odbywa się poprzez ostrożne wyżarzanie, najpierw stopienie substancji, następnie powolne obniżanie temperatury i przebywanie przez długi czas w temperaturach bliskich punktu zamarzania. Jeśli nie zostanie to zrobione i pozwoli się substancji wyjść ze stanu równowagi, powstały kryształ będzie miał wiele defektów lub substancja może utworzyć szkło bez porządku krystalicznego.

Kirkpatrick pracował wówczas w IBM, gdzie jednym z największych, najtrudniejszych i najbardziej uświęconych problemów było rozmieszczenie obwodów w chipach produkowanych przez IBM. Problem był niezgrabny i niemożliwy do rozwiązania: istniał ogromny zakres możliwych rozwiązań do rozważenia i pewne trudne ograniczenia. Ogólnie rzecz biorąc, lepiej było, aby elementy znajdowały się na przykład blisko siebie, ale nie za blisko, w przeciwnym razie nie byłoby miejsca na przewody. Za każdym razem, gdy cokolwiek przenosisz, będziesz musiał ponownie obliczyć, jak wszystkie przewody będą przebiegać w nowym hipotetycznym układzie. W tamtym czasie procesem tym kierowała tajemnicza postać w rodzaju guru w IBM. Jak wspomina Kirkpatrick: „Facet, który w IBM był najlepszy w ściskaniu większej liczby obwodów w chipie... miał najbardziej tajemniczy sposób wyjaśniania tego, co robi. Tak naprawdę nie chciał ci tego mówić. Przyjaciel Kirkpatricka i kolega z IBM, Dan Gelatt, był zafascynowany problemem i szybko skontaktował się z Kirkpatrickiem, który miał przebłysk wnikliwości. „Sposób badania [układów fizycznych] polegał na ich ogrzaniu, a następnie ochłodzeniu i umożliwieniu systemowi samoorganizacji. Na tym tle wydawało się zupełnie naturalną rzeczą traktowanie wszelkiego rodzaju problemów optymalizacyjnych tak, jakby stopnie swobody, które próbujesz uporządkować, były małymi atomami, spinami czy czymkolwiek innym. W fizyce to, co nazywamy „temperaturą”, jest tak naprawdę prędkością – przypadkowym ruchem w skali molekularnej. Jest to bezpośrednio analogiczne, rozumował Kirkpatrick, do losowego drgania, które można dodać do algorytmu pokonywania wzniesień, aby czasami cofał się od lepszych rozwiązań do gorszych. W rzeczywistości sam algorytm Metropolis został początkowo zaprojektowany do modelowania losowego zachowanie w układach fizycznych (w tym przypadku wybuchy jądrowe). Co więc by się stało, zastanawiał się Kirkpatrick, gdybyś potraktował problem optymalizacji jak problem wyżarzania – gdybyś go „podgrzał”, a następnie powoli „ochłodził”? Biorąc pod uwagę problem wakacji w dziesięciu miastach od góry, moglibyśmy zacząć od „wysokiej temperatury”, wybierając trasę startową całkowicie losowo, wybierając jedno z całej przestrzeni możliwych rozwiązań niezależnie od ceny. Następnie możemy zacząć powoli „ochładzać” nasze poszukiwania, rzucając kostką za każdym razem, gdy rozważamy wprowadzenie zmian w sekwencji miast. Przyjmowanie lepszej odmiany zawsze ma sens, ale gorszą odmianę wybieralibyśmy tylko wtedy, gdy na kostce wyrzucono, powiedzmy, 2 lub więcej. Po pewnym czasie moglibyśmy to jeszcze bardziej ochłodzić, podejmując wyższą zmianę ceny tylko wtedy, gdy kość wskaże 3 lub więcej – potem 4, a potem 5. W końcu będziemy głównie wspinać się po wzgórzach, wykonując gorszy ruch tylko sporadycznie, gdy kostka pokazuje 6. W końcu zaczynaliśmy jechać tylko pod górę i zatrzymywaliśmy się, gdy osiągnęliśmy kolejne lokalne maksimum. Podejście to, zwane symulowanym wyżarzaniem, wydawało się intrygującym sposobem na przeniesienie fizyki na rozwiązywanie problemów. Ale czy to by zadziałało? Początkową reakcją bardziej tradycyjnych badaczy optymalizacji było to, że całe to podejście wydawało się trochę zbyt... metaforyczne. „Nie udało mi się przekonać matematyków, że to całe zamieszanie z temperaturami, wszystkie te rzeczy oparte na analogiach, są prawdziwe” – mówi Kirkpatrick, „ponieważ matematycy są szkoleni, aby naprawdę nie ufać intuicji”. Jednak wszelka nieufność wobec podejścia opartego na analogii wkrótce zniknie: w IBM algorytmy symulowanego wyżarzania Kirkpatricka i Gelatta zaczęły tworzyć lepsze układy chipów niż guru. Zamiast zatajać tajemnicę swojej tajnej broni i sami stać się tajemniczymi postaciami guru, opublikowali swoją metodę w artykule w czasopiśmie Science,

udostępniając ją innym. W ciągu następnych kilku dekad artykuł ten był cytowany aż trzydzieści dwa tysiące razy. Do dziś symulowane wyżarzanie pozostaje jednym z najbardziej obiecujących podejść do problemów optymalizacyjnych znanych w tej dziedzinie.

Losowość, ewolucja i kreatywność

W 1943 roku Salvador Luria nie wiedział, że dokona odkrycia, które doprowadzi do Nagrody Nobla; myślał, że idzie na tańce. Luria, niedawny imigrant do Stanów Zjednoczonych z Włoch Mussoliniego, gdzie mieszkała jego sefardyjska rodzina żydowska, był badaczem badającym, w jaki sposób bakterie rozwinęły odporność na wirusy. Jednak w tym momencie jego badania były dalekie od jego myśli, ponieważ uczestniczył w spotkaniu wykładowców w wiejskim klubie w pobliżu Uniwersytetu Indiana. Luria obserwował, jak jeden z jego kolegów gra na automacie:

Sam nie jestem hazardzistą, drażniłem się z nim z powodu jego nieuniknionych strat, kiedy nagle trafił w dziesiątkę, około trzech dolarów w dziesięciocentówkach, posłał mi gniewne spojrzenie i odszedł. Właśnie wtedy zacząłem zastanawiać się nad numerologią automatów do gier; robiąc to, dotarło do mnie, że automaty do gier i mutacje bakteryjne mogą się nawzajem czegoś nauczyć.

W latach czterdziestych XX wieku nie było dokładnie wiadome, dlaczego i w jaki sposób powstała odporność bakterii na wirusy (a także na antybiotyki). Czy były to reakcje bakterii na wirusa, czy też po prostu ciągłe mutacje, które czasami przez przypadek spowodowały odporność? Wydawało się, że nie ma możliwości opracowania eksperymentu, który dałby zdecydowaną odpowiedź w tę czy w drugą stronę – to znaczy do czasu, gdy Luria zobaczył ten automat i coś kliknęło. Luria zdał sobie sprawę, że jeśli wyhoduje kilka pokoleń bakterii o różnych liniach, a następnie wystawi ostatnie pokolenie na działanie wirusa, stanie się jedna z dwóch radykalnie różnych rzeczy. Gdyby odporność była reakcją na wirusa, spodziewałby się, że w każdej z jego kultur bakteryjnych, niezależnie od ich pochodzenia, pojawi się mniej więcej taka sama liczba opornych bakterii. Z drugiej strony, gdyby opór wyłonił się z przypadkowych mutacji, spodziewałby się zobaczyć coś znacznie bardziej nierównego – zupełnie jak wypłaty z automatu. Oznacza to, że bakterie z większości linii nie wykazywałyby żadnej odporności; niektóre linie rodowe miałyby jedną kulturę „wnuczka”, która zmutowała i stała się odporna; i w rzadkich przypadkach, jeśli właściwa mutacja wydarzyła się kilka pokoleń wyżej w „drzewie genealogicznym”, byłaby wygrana: wszystkie „wnuki” w linii byłyby odporne. Luria jak najszybciej opuścił taniec i uruchomił eksperyment. Po kilku dniach pełnego napięcia i niespokojnego oczekiwania Luria wrócił do laboratorium, aby sprawdzić, co się dzieje ze swoimi koloniami. Puła. Odkrycie Lurii dotyczyło siły przypadku: tego, jak przypadkowe, przypadkowe mutacje mogą wytworzyć odporność wirusa. Ale było to również, przynajmniej częściowo, spowodowane siłą przypadku. Znalazł się we właściwym miejscu o właściwym czasie, a widok automatu zrodził nowy pomysł. W opowieściach o odkryciach często pojawia się podobny moment: jabłko Newtona (prawdopodobnie apokryficzne), wanna Archimedesesa „Eureka!”, zaniedbana szalka Petriego, na której wyrosła pleśń *Penicillium*. Rzeczywiście, jest to na tyle powszechne zjawisko, że wymyślono odpowiednie słowo, aby je opisać: w 1754 roku Horace Walpole ukuł termin „zbieg okoliczności” w oparciu o baśniowe przygody Trzech książąt Serendip (Serendip to archaiczna nazwa Sri Lanki). , którzy „zawsze przez przypadek i przezorność dokonywali odkryć rzeczy, których nie poszukiwali”. Ta podwójna rola losowości – kluczowej części biologii, kluczowej części odkryć – wielokrotnie przyciągała uwagę psychologów, którzy chcą wyjaśnić ludzką kreatywność. Wczesny przykład tego pomysłu zaproponował William James. W 1880 roku, niedawno mianowany adiunktem psychologii na Harvardzie i dziesięć lat przed opublikowaniem swoich ostatecznych Zasad psychologii, James napisał w „Atlantic Monthly” artykuł zatytułowany „Wielcy ludzie, wielkie myśli i środowisko”. Artykuł otwiera jego teza:

Niezwykła analogia, która według mojej wiedzy nigdy nie została dostrzeżona, zachodzi pomiędzy faktami dotyczącymi ewolucji społecznej i umysłowego rozwoju rasy z jednej strony, a ewolucją zoologiczną, jak wyjaśnił to pan Darwin, z drugiej.

W czasie, gdy James pisał, idea „ewolucji zoologicznej” była wciąż świeża – O powstawaniu gatunków opublikowano w 1859 r., a sam Darwin wciąż żył. James omówił, w jaki sposób idee ewolucyjne można zastosować do różnych aspektów społeczeństwa ludzkiego, a pod koniec artykułu zajął się ewolucją idei:

Nowe koncepcje, emocje i aktywne tendencje, które ewoluują, są pierwotnie wytwarzane w postaci przypadkowych obrazów, fantazji, przypadkowych narodzin spontanicznych zmian w czynnościowej aktywności nadmiernie niestabilnego ludzkiego mózgu, które środowisko zewnętrzne po prostu potwierdza lub odrzuca, przyjmuje lub odrzuca, konserwuje lub niszczy – krótko mówiąc, selekcjonuje, tak jak selekcjonuje odmiany morfologiczne i społeczne na skutek molekularnych przypadłości analogicznego rodzaju.

Dlatego James postrzegał przypadkowość jako sedno kreatywności. I wierzył, że jest ona wzmocniona u najbardziej kreatywnych ludzi. W ich obecności – pisał – „wydaje się, że nagle zostajemy wprowadzeni do wrzącego kotła idei, gdzie wszystko syczy i kręci się w stanie oszałamiającej aktywności, gdzie można łączyć partnerstwa lub rozluźnione w jednej chwili, rutyna na bieżni jest nieznana i jedynym prawem wydaje się nieoczekiwane. (Zauważ tutaj tę samą intuicję „wyżarzania”, zakorzenioną w metaforach temperatury, gdzie dzika permutacja równa się ciepłu.)

Współczesne urzeczywistnienie teorii Jamesa pojawia się w pracach Donalda Campbella, psychologa żyjącego sto lat później. W 1960 roku Campbell opublikował artykuł zatytułowany „Blind Variation and Selective Retention in Creative Think as in Other Knowledge Processes”. Podobnie jak James, rozpoczął swoją główną tezę: „Proces ślepej zmienności i selektywnego zatrzymywania ma fundamentalne znaczenie dla wszystkich osiągnięć indukcyjnych, każdego prawdziwego wzrostu wiedzy, każdego wzrostu dopasowania systemu do środowiska”. I podobnie jak James inspirował się ewolucją, myśląc o twórczych innowacjach jako wyniku losowego generowania nowych pomysłów i zatrzymywania przez bystre ludzkie umysły najlepszych z tych pomysłów. Campbell obficie poparł swoją argumentację cytacjami innych naukowców i matematyków na temat procesów leżących u podstaw ich własnych odkryć. Zdawało się, że dziewiętnastowieczni fizycy i filozofowie, Ernst Mach i Henri Poincaré, przedstawili teorię podobną do tej Campbella, a Mach posunął się nawet do stwierdzenia, że „w ten sposób należy wyjaśniać twierdzenia Newtona, Mozarta, Richarda Wagnera i innych, kiedy powiedzieć, że spłynęły na nich myśli, melodie i harmonie, ale po prostu zachowały te właściwe. Jeśli chodzi o pobudzanie kreatywności, powszechną techniką jest wprowadzenie elementu losowego, np. słowa, z którym ludzie muszą się skojarzyć. Na przykład muzyk Brian Eno i artysta Peter Schmidt stworzyli talię kart zwaną strategiami ukośnymi, służącą do rozwiązywania twórczych problemów. Wybierz kartę, dowolną kartę, a otrzymasz losowe, nowe spojrzenie na swój projekt. (A jeśli to wydaje się zbyt pracochłonne, możesz teraz pobrać aplikację, która wybierze kartę za Ciebie). Relacja Eno na temat tego, dlaczego opracowano karty, ma wyraźne podobieństwa z koncepcją ucieczki od lokalnych maksimów

Kiedy jesteś w trakcie czegoś, zapominasz o najbardziej oczywistych rzeczach. Wychodzisz ze studia i myślisz: „dlaczego nie pamiętaliśmy, żeby zrobić to czy tamto?” Te [karty] tak naprawdę są tylko sposobem na wyrzucenie Was z kadru, na lekkie wyłamanie kontekstu, tak abyście nie byli zespołem w studiu skupionym na jednej piosence, ale ludźmi, którzy żyją i są w ruchu. Świat i świadomy także wielu innych rzeczy.

Bycie losowo roztrzęsionym, wyrzuconym z kadru i skupionym na większej skali pozwala porzucić to, co może być lokalnie dobre i wrócić do pogoni za tym, co może być globalnie optymalne. I nie musisz być Brianem Eno, aby dodać trochę przypadkowej stymulacji do swojego życia. Na przykład Wikipedia oferuje link „Losowy artykuł” i Tom używa go jako domyślnej strony głównej swojej przeglądarki od kilku lat i za każdym razem, gdy otwiera nowe okno, widzi losowo wybrany wpis w Wikipedii. Chociaż nie doprowadziło to jeszcze do żadnych uderzających odkryć, teraz wie dużo na pewne niejasne tematy (takie jak rodzaj noża używanego przez chilijskie siły zbrojne) i czuje, że niektóre z nich wzbogaciły jego życie. (Na przykład dowiedział się, że w języku portugalskim istnieje słowo oznaczające „niejasne i ciągłe pragnienie czegoś, co nie istnieje i prawdopodobnie nie może istnieć”, a jest to problem, którego wciąż nie możemy rozwiązać za pomocą wyszukiwarki). Ciekawym efektem ubocznym jest że teraz ma także lepsze wyczucie nie tylko tego, jakie tematy poruszane są w Wikipedii, ale także tego, jak naprawdę wygląda losowość. Na przykład strony, które wydają się mieć z nim jakiś związek – artykuły o znanych mu osobach lub miejscach – pojawiają się z zaskakującą częstotliwością. (W teście uzyskał tytuł „Członkowie Rady Legislacyjnej Australii Zachodniej, 1962–1965” już po dwóch przeładowaniach, a dorastał w Australii Zachodniej). Świadomość, że są one w rzeczywistości generowane losowo, pozwala lepiej przygotować się do oceny inne „zbiegi okoliczności” w całym jego życiu. W świecie fizycznym możesz losowo wybierać warzywa, dołączając do gospodarstwa rolnego wspieranego przez społeczność, które co tydzień dostarcza Ci pudełko produktów. Jak widzieliśmy wcześniej, subskrypcja CSA potencjalnie stwarza problemy z harmonogramem, ale wysyłanie owoców i warzyw, których normalnie byś nie kupił, to świetny sposób na wypchnięcie lokalnego maksimum w rotacji przepisów. Podobnie kluby miesiąca książki, wina i czekolady to sposób na wystawienie się na intelektualne, enofilowe i smakowe możliwości, z którymi inaczej być może nigdy byś się nie zetknął. Możesz się martwić, że podejmowanie każdej decyzji na zasadzie rzutu monetą może prowadzić do kłopotów, zwłaszcza z szefem, przyjaciółmi i rodziną. Prawdą jest, że włączenie przypadkowości do swojego życia niekoniecznie jest receptą na sukces. Kultowa powieść Luke’a Rhineharta (prawdziwe nazwisko: George Cockcroft) z 1971 roku „The Dice Man” stanowi przestrożę. Jej narrator, człowiek, który podejmowanie decyzji zastępuje rzucaniem kośćmi, szybko trafia do sytuacji, których zapewne większość z nas wolałaby uniknąć. Ale może to tylko przypadek, że odrobina wiedzy jest niebezpieczna. Gdyby Dice Man tylko głębiej rozumiał informatykę, otrzymałby pewne wskazówki. Po pierwsze, jeśli chodzi o wspinaczkę górską: nawet jeśli masz zwyczaj czasami działać w oparciu o złe pomysły, zawsze powinieneś działać w oparciu o dobre. Po drugie, z algorytmu Metropolis: prawdopodobieństwo, że zastosujesz się do złego pomysłu powinno być odwrotnie proporcjonalne do tego, jak zły jest to pomysł. Po trzecie, z symulowanego wyżarzania: powinieneś załadować losowość na pierwszy plan, szybko ochładzając się z całkowicie losowego stanu, wykorzystując coraz mniej losowości w miarę upływu czasu, utrzymując się najdłużej, gdy zbliżasz się do zamrażania. Uspokój się – dosłownie. Ten ostatni punkt nie umknął autorowi powieści. Sam Cockcroft najwyraźniej, podobnie jak jego bohater, przez pewien czas zaczął „kroić w kostkę”, prowadząc nomadyczny tryb życia z rodziną na śródziemnomorskiej żaglówce, w czymś w rodzaju Brownowskiego zwolnionego tempa. Jednak w pewnym momencie jego harmonogram wyżarzania uległ ochłodzeniu: wygodnie usadowił się w lokalnym maksimum nad jeziorem w północnej części stanu Nowy Jork. Teraz, po osiemdziesiątce, nadal jest tam zadowolony. „Kiedy już gdzieś dotarłeś, byłeś szczęśliwy” – powiedział Guardianowi – „byłbyś głupi, gdybyś jeszcze bardziej tym wstrząsał”.

Sieć

Jak się łączymy

Termin połączenie ma wiele znaczeń. Może odnosić się do ścieżki fizycznej lub logicznej między dwoma podmiotami, może odnosić się do przepływu na ścieżce, może wnioskować o działaniu związanym z ustawieniem ścieżki lub może odnosić się do powiązania między dwoma lub większą liczbą jednostek, niezależnie od ścieżki między nimi. —VINT CERF I BOB KAHN

Tylko łącz. -MI. M. FORSTER

Telegraf międzymiastowy rozpoczął się od zapowiedzi — Samuel F. B. Morse, stojący w sali Sądu Najwyższego Stanów Zjednoczonych 24 maja 1844 roku, przesyłał swojemu asystentowi Alfredowi Vailowi w Baltimore werset ze Starego Testamentu: „CO UCZYNIŁ BÓG”. Pierwszą rzeczą, o którą pytamy w przypadku każdego nowego połączenia, jest to, jak się zaczęło i od tego źródła nie możemy powstrzymać się od prób wróżenia jego przyszłości. Pierwsza w historii rozmowa telefoniczna, którą Alexander Graham Bell wykonał do swojego asystenta 10 marca 1876 roku, rozpoczęła się od pewnego paradoksu. „Pan. Watsonie, chodź tutaj; Chcę cię zobaczyć” — będące jednocześnie świadectwem jego zdolności i niemożności pokonania fizycznego dystansu. Telefon komórkowy zaczął się od przechwałek — Martin Cooper z Motoroli idący Szóstą Aleją 3 kwietnia 1973 roku, podczas gdy przechodnie na Manhattanie gapili się i dzwonili do swojego rywala Joela Engela z AT&T: „Joel, dzwonię do ciebie z telefonu komórkowego. Prawdziwy komórkowy telefon: podręczny, przenośny, prawdziwy telefon komórkowy. („Nie pamiętam dokładnie, co powiedział” — wspomina Cooper — „ale przez chwilę było naprawdę cicho. Zakładałem, że zgrzytał zębami”). 3 grudnia 1992 r. zaczęła się wysyłanie SMS-ów. z radością: Neil Papworth z Sema Group Telecoms życzy Richardowi Jarvisowi z Vodafone wczesnych „Wesołych Świąt”. Początki Internetu były, w jakiś sposób trafnie, znacznie skromniejsze i bardziej niepomysłne niż to wszystko. Był 29 października 1969 roku i Charley Kline z UCLA wysłał Billowi Duvallowi z Instytutu Badawczego Stanforda pierwszą wiadomość przesłaną z jednego komputera na drugi za pośrednictwem sieci ARPANET. Wiadomość brzmiała „login” — lub byłaby, gdyby maszyna odbierająca nie uległa awarii po „lo”. Istotnie, Kline wbrew sobie zabrzmiał złowieszczo i nawiązując do Starego Testamentu. Podstawą relacji międzyludzkich jest protokół — wspólna konwencja procedur i oczekiwań, od uścisków dłoni i powitań po etykietę, grzeczność i pełną gamę norm społecznych. Połączenie maszynowe nie różni się od tego. Protokół pozwala nam znaleźć się na tej samej stronie; w rzeczywistości słowo to ma korzenie w greckim protokollonie, „pierwszym kleju”, które odnosiło się do zewnętrznej strony dołączonej do książki lub rękopisu. W stosunkach międzyludzkich protokoły te okazują się subtelnym, ale trwałym źródłem niepokoju. Wysłałem taką wiadomość, jak zawsze, wiele dni temu; w którym momencie zaczynam podejrzewać, że nigdy go nie otrzymali? Jest teraz 12:05. i nasza rozmowa została wyznaczona na południe; czy oboje oczekujemy, że to oni będą dzwonić? Twoja odpowiedź wydaje się dziwna; źle cię usłyszałem, czy ty źle mnie zrozumiałeś? Wracać? Większość naszej technologii komunikacyjnej — od telegrafu po SMS — zapewniła nam jedynie nowe kanały, dzięki którym możemy doświadczyć tych znanych wyzwiań w kontaktach międzyludzkich. Jednak dzięki Internetowi komputery stały się nie tylko kanałami, ale także punktami końcowymi: tymi, którzy mówią. W związku z tym musieli być odpowiedzialni za rozwiązywanie własnych problemów komunikacyjnych. Te problemy maszyna-maszyna — i ich rozwiązania — jednocześnie naśladują i rzucają światło na nasze własne.

Przełączanie pakietów

To, co obecnie nazywamy „Internetem”, jest w rzeczywistości zbiorem wielu protokołów, ale najważniejszym z nich (do tego stopnia, że często określa się go mniej więcej jako synonim Internetu) jest tak zwany protokół kontroli transmisji (ang. Transmission Control Protocol, w skrócie TCP). .

Powstał w wyniku przemówienia z 1973 r. i artykułu z 1974 r. autorstwa Vintona „Vinta” Cerfa i Roberta „Boba” Kahna, którzy przedstawili propozycję języka – jak sobie to wyobrażali – „intersieci”. Początkowo protokół TCP korzystał z linii telefonicznych, ale bardziej trafnie jest to postrzegane jako ewolucja poczty niż telefonu. W rozmowach telefonicznych wykorzystuje się tak zwane „przełączanie obwodów”: system otwiera kanał między nadawcą a odbiorcą, który zapewnia stałą przepustowość między stronami w obu kierunkach przez cały czas trwania połączenia. Przełączanie obwodów ma duży sens w przypadku interakcji międzyludzkich, ale już w latach sześćdziesiątych XX wieku było jasne, że ten paradygmat nie sprawdzi się w przypadku komunikacji maszynowej.

Jak wspomina Leonard Kleinrock z UCLA:

Wiedziałem, że komputery, kiedy mówią, nie mówią tak jak ja teraz – w sposób ciągły. Robią furorę! i przez chwilę milczą. Chwilę później nagle pojawiają się i wybuchają ponownie. Nie możesz też pozwolić sobie na poświęcenie łącza komunikacyjnego czemuś, co prawie nigdy nie mówi, a kiedy chce rozmawiać, potrzebuje natychmiastowego dostępu. Musieliśmy więc nie korzystać z sieci telefonicznej, która została zaprojektowana do ciągłych rozmów – sieci z przełączaniem obwodów – ale z czegoś innego.

Ze swojej strony firmy telekomunikacyjne nie wydawały się szczególnie skłonne do mówienia o zasadniczej zmianie w swoich protokołach. Odejście od przełączania obwodów uznano za szaleństwo – „całkowitą herezję”

według słów badacza sieci Van Jacobsona. Kleinrock wspomina własne spotkania z branżą telekomunikacyjną:

Poszedłem do AT&T, największej wówczas sieci, i wyjaśniłem im, że powinniście zapewnić nam dobrą transmisję danych. A ich odpowiedź brzmiała: O czym ty mówisz? Stany Zjednoczone to kopalnia miedzi, jest pełna przewodów telefonicznych, wykorzystaj to. Powiedziałem: nie, nie, nie rozumiesz. Zestawienie połączenia zajmuje 35 sekund, Ty płacisz za minimum 3 minuty, a ja chcę wysłać 100 milisekund danych! A ich odpowiedź brzmiała: „Mały chłopcze, odejdz”. Więc mały chłopiec odszedł i wraz z innymi opracował technologię, która zjadła im lunch.

Technologia, która zjadła lunch w przypadku przełączania obwodów, stała się znana jako przełączanie pakietów. W sieci z komutacją pakietów zamiast korzystać z dedykowanego kanału dla każdego połączenia, nadawcy i odbiorcy dzielą swoje wiadomości na małe fragmenty zwane „pakietami” i łączą je ze wspólnym przepływem danych – trochę jak pocztówki poruszające się z prędkością światła. W takiej sieci „to, co można nazwać połączeniem, jest iluzją wzajemnej zgody pomiędzy dwoma punktami końcowymi” – wyjaśnia Stuart Cheshire, ekspert Apple ds. sieci. „W Internecie nie ma połączeń. Mówienie o połączeniu w Internecie przypomina mówienie o połączeniu w systemie US Mail. Piszesz listy do ludzi i każdy list idzie niezależnie – i możesz mieć korespondencję, która przebiega tam i z powrotem i ma w sobie pewną ciągłość, ale US Mail nie musi o tym wiedzieć... Oni po prostu dostarczają listy. Efektywne wykorzystanie przepustowości nie było jedyną kwestią, która kierowała badaniami nad przełączaniem pakietów w latach sześćdziesiątych; drugim była wojna nuklearna. Paul Baran z RAND Corporation próbował rozwiązać problem wytrzymałości sieci, tak aby łączność wojskowa mogła przetrwać atak nuklearny, który zniszczył znaczną część sieci. Zainspirowany algorytmami opracowanymi w latach 50. XX wieku do poruszania się po labiryntach, Baran wyobraził sobie projekt, w którym każda informacja mogłaby niezależnie dotrzeć do celu, nawet gdy sieć dynamicznie się zmieniała lub rozdzierała na strzępy. To była druga wada polegająca na przełączaniu obwodów i dedykowanych, stabilnych połączeniach: właśnie ta stabilność oznaczała, że zerwane połączenie pozostało zerwane. Przełączanie obwodów po prostu nie było wystarczająco elastyczne ani adaptowalne, aby było solidne. Również tutaj przełączanie pakietów może zaoferować dokładnie to,

czego wymagały czasy. W sieciach z komutacją łączy połączenie nie powiedzie się, jeśli którekolwiek z jego łączy zostanie zakłócone, co oznacza spadek niezawodności wykładniczo w miarę powiększania się sieci. Z drugiej strony, w przypadku przełączania pakietów mnożenie ścieżek w rozwijającej się sieci staje się zaletą: obecnie istnieje o wiele więcej sposobów przepływu danych, więc niezawodność sieci rośnie wykładniczo wraz z jej rozmiarem. Mimo to, jak mówi Van Jacobson, nawet po opracowaniu komutacji pakietów firmy telekomunikacyjne nie były pod wrażeniem. „Wszyscy ludzie z branży telekomunikacyjnej mówili bardzo głośno, że to nie jest sieć! To po prostu kiepski sposób korzystania z naszej sieci! Zabieracie nasze przewody, wysyłacie na ścieżki, które tworzymy! A ty dodajesz do tego dużo dodatkowej mazi, przez co używasz jej naprawdę nieefektywnie. Jednak z punktu widzenia przełączania pakietów przewody telefoniczne są tylko środkiem do osiągnięcia celu; nadawca i odbiorca tak naprawdę nie przejmują się sposobem dostarczenia pakietów. Wielką zaletą przełączania pakietów byłaby zdolność do niezależnego działania na dowolnej liczbie różnorodnych mediów. Po tym, jak wczesne sieci z końca lat 60. i wczesnych 70., takie jak ARPANET, udowodniły wykonalność tej koncepcji, w całym kraju zaczęły pojawiać się sieci wszelkiego rodzaju, obsługujące przełączanie pakietów nie tylko za pośrednictwem miedzianych przewodów telefonicznych, ale także za pośrednictwem satelitów i sieci radiowych. . W 2001 roku grupa informatyków z norweskiego miasta Bergen na krótko wdrożyła nawet sieć przełączania pakietów za pośrednictwem „ptasich przewoźników”, czyli pakietów spisanych na papierze i przywiązanych do łap gołębi. Oczywiście przełączanie pakietów nie jest pozbawione problemów. Na początek jedno z pierwszych pytań zadawanych w przypadku każdego protokołu, niezależnie od tego, czy jest to człowiek czy maszyna, brzmi po prostu: skąd wiesz, że Twoje wiadomości docierają?

Potwierdzenie

Żadna transmisja nie jest w 100% niezawodna. —VINT CERF I BOB KAHN

„CO ZROBIŁ BÓG” nie było tylko pierwszą telegraficzną wiadomością wysłaną na odległość w Stanach Zjednoczonych. Było to również drugie: Alfred Vail odesłał cytat Morse’owi do izb Sądu Najwyższego jako potwierdzenie odbioru. Odpowiedź Vaila mogła sprawić, że Morse i amerykańscy ustawodawcy zgromadzeni wokół niego byli pewni, że wiadomość Morse’a została odebrana – zakładając oczywiście, że Vail nie znał wcześniej wyboru wiadomości. Ale co dałoby Vailowi pewność, że otrzymano potwierdzenie? Informatycy znają tę koncepcję jako problem bizantyjskich generałów. Wyobraź sobie dwóch generałów po przeciwnych stronach doliny zawiera ich wspólnego wroga, próbując koordynować atak. Tylko dzięki doskonałej synchronizacji odniosą sukces; albowiem atak w pojedynkę jest samobójstwem. Co gorsza, wszelkie wiadomości od jednego generała do drugiego muszą być dostarczane ręcznie przez teren, na którym znajduje się wróg, co oznacza, że istnieje ryzyko, że dana wiadomość nigdy nie dotrze. Pierwszy generał, powiedzmy, sugeruje moment ataku, ale nie odważy się na niego, jeśli nie będzie pewien, że jego towarzysz też się porusza. Drugi generał otrzymuje rozkazy i odsyła potwierdzenie, ale nie odważy się zaatakować, jeśli nie będzie wiedział, że pierwszy generał otrzymał to potwierdzenie (w przeciwnym razie pierwszy generał nie wyruszy). Pierwszy generał otrzymuje potwierdzenie, ale nie atakuje, dopóki nie będzie pewien, że drugi generał o tym wie. Podążanie za tym łańcuchem logiki wymaga nieskończonej serii komunikatów, a to oczywiście nie wystarczy. Komunikacja to jedna z tych zachwycających rzeczy, które sprawdzają się tylko w praktyce; teoretycznie to niemożliwe. W większości scenariuszy konsekwencje braków w komunikacji rzadko są tak poważne, a potrzeba pewności rzadko tak absolutna. W protokole TCP awaria zazwyczaj prowadzi do retransmisji, a nie do śmierci, dlatego uważa się, że wystarczy rozpocząć sesję od tak zwanego „potrójnego uścisku dłoni”. Odwiedzający się przywita, serwer potwierdza przywitanie i ponownie się przywita, odwiedzający to potwierdza, a jeśli serwer odbierze trzecią wiadomość, nie będzie już żadnego dalszego potwierdzenia potrzebne i jadą na wyścigi. Jednak nawet po nawiązaniu tego

początkowego połączenia nadal istnieje ryzyko, że niektóre późniejsze pakiety mogą zostać uszkodzone, zagubione w transporcie lub dotrą nieodpowiednio. W przypadku poczty pocztowej doręczenie paczki można potwierdzić potwierdzeniem odbioru; online, dostarczenie pakietów jest potwierdzane za pomocą tak zwanych pakietów potwierdzających, czyli ACK. Są one krytyczne dla funkcjonowania sieci. Sposób działania ACK jest prosty i sprytny. Za kulisami potrójnego uzgadniania każda maszyna przekazuje drugiej coś w rodzaju numeru seryjnego — i wiadomo, że każdy pakiet wysłany później będzie za każdym razem zwiększał te numery seryjne o jeden, jak czeki w książeczce czekowej. Na przykład, jeśli twój komputer inicjuje kontakt z serwerem internetowym, może wysłać temu serwerowi, powiedzmy, liczbę 100. Potwierdzenie ACK wysłane przez serwer będzie z kolei określać numer seryjny, od którego zaczną się wysyłać własne pakiety serwera (nazwijmy go 5000), a także powie „Gotowy na 101”. Potwierdzenie ACK Twojej maszyny będzie zawierać numer 101 i będzie zawierać komunikat „Gotowy na 5001”. (Zauważ, że te dwa schematy numerowania są całkowicie niezależne, a liczba rozpoczynająca każdą sekwencję jest zazwyczaj wybierana losowo.) Ten mechanizm oferuje łatwy sposób na określenie, kiedy pakiety zabłądziły. Jeśli serwer oczekuje 101, ale zamiast tego otrzymuje 102, wyśle potwierdzenie do pakietu 102, które nadal będzie zawierać komunikat „Gotowy na 101”. Jeśli następnie otrzyma pakiet 103, powie ponownie: „Gotowy na 101”. Trzy takie nadmiarowe potwierdzenia z rzędu zasygnalizują Twojej maszynie, że numer 101 jest nie tylko opóźniony, ale beznadziejnie zniknięty, więc ponownie wyśle ten pakiet. W tym momencie serwer (który zachował pakiety 102 i 103) wyśle potwierdzenie ACK z informacją „Gotowy na 104”, aby zasygnalizować, że sekwencja została przywrócona. Wszystkie te podziękowania mogą w rzeczywistości przełożyć się na znaczny ruch. Myślimy o transferze dużego pliku jako o operacji jednokierunkowej, ale w rzeczywistości odbiorca wysyła setki „wiadomości kontrolnych” z powrotem do nadawcy. Raport z drugiej połowy 2014 roku wykazał, że prawie 10% ruchu internetowego typu upstream w godzinach szczytu pochodziło z serwisu Netflix, o którym zwykle myślimy jako o przesyłaniu danych do użytkowników niemal wyłącznie w dół. Ale całe to wideo generuje strasznie dużo potwierdzeń. W sferze ludzkiej obawa, że wiadomość rzeczywiście zostanie odebrana, podobnie przenika rozmowę. Osoba mówiąca może podświadomie dodać „Wiesz?” do końca każdego zdania, a słuchacz ze swojej strony nie może powstrzymać się od ciągłego potrząsania głową, tak, tak, rozumiem, dziesięć-cztery, uh-huh. Robimy to nawet twarzą w twarz, ale czasami w trakcie rozmowy telefonicznej jest to jedyny sposób, aby dowiedzieć się, że rozmowa nadal trwa. Nic dziwnego, że najskuteczniejsza kampania marketingowa XXI wieku dla operatora sieci bezprzewodowej zawierała powtarzane w kółko hasło inżyniera sieciowego dotyczące kontroli jakości: „Czy mnie teraz słyszysz?” Kiedy coś idzie nie tak w tej sytuacji, często pozostajemy ze znakiem zapytania. Jak mówi bloger zajmujący się oprogramowaniem Tyler Treat:

W systemie rozproszonym staramy się zagwarantować dostarczenie wiadomości, czekając na potwierdzenie jej odebrania, ale różne rzeczy mogą pójść nie tak. Czy wiadomość została upuszczona? Czy hak upadł? Czy odbiornik uległ awarii? Czy są po prostu powolne? Czy sieć jest powolna? Czy jestem powolny?

Problemy, przed którymi stoją bizantyjscy generałowie, jak nam przypominają, „nie są złożonością projektu, lecz wynikami niemożliwości”. Jak zauważa Vint Cerf, wcześniejsze badania nad sieciami opierały się „na założeniu, że można zbudować niezawodną sieć bazową”. Z drugiej strony „Internet opierał się na założeniu, że żadna sieć nie jest koniecznie niezawodna i aby odzyskać siły, należy przeprowadzić kompleksową retransmisję”. Jak na ironię, jednym z nielicznych wyjątków jest transmisja ludzkiego głosu. Komunikacja głosowa w czasie rzeczywistym, taka jak Skype, zazwyczaj nie korzysta z protokołu TCP, który stanowi podstawę większości pozostałych usług Internetu. Jak odkryli badacze na początku istnienia sieci, używanie niezawodnych, solidnych protokołów — ze wszystkimi potwierdzeniami ACK i retransmisją utraconych pakietów — do przesyłania ludzkiego głosu jest

przesadą. Ludzie sami zapewniają tę wytrzymałość. Jak wyjaśnia Cerf: „W przypadku połączeń głosowych, jeśli zgubisz pakiet, po prostu powiesz: «Powiedz to jeszcze raz, coś przeoczyłem.»”. Z tego powodu usługi telefoniczne, które automatycznie redukują szumy tła do wyciszenia, robią swoim użytkownikom kłopot. poważna krzywda. Zakłócenia w tle zapewniają ciągłą pewność, że połączenie jest nadal aktywne i że jakakolwiek cisza jest świadomym wyborem drugiej strony. Bez tego trzeba stale stawiać czoła możliwości, że połączenie zostało zerwane i stale zapewniać, że tak się nie stało. To także budzi niepokój wszystkich protokołów przełączania pakietów, a nawet każdego medium zakorzenionego w asynchronicznym przekazywaniu informacji – czy to pisanie listów, wysyłania SMS-ów, czy też niepewnych relacji z randek online. Każda wiadomość może być ostatnią i często nie widać różnicy między osobą, która poświęciła czas na udzielenie odpowiedzi, a osobą, która dawno zakończyła rozmowę. Jak zatem powinniśmy postępować z osobą – lub komputerem – na którym nie można polegać? Pierwsze pytanie dotyczy tego, jak długi powinien być okres braku reakcji, aby doszło do awarii. Częściowo zależy to od charakteru sieci: zaczynamy się martwić w ciągu kilku sekund przez telefon, przez kilka dni przez e-mail i tygodnie przez pocztę. Im dłuższy czas podróży w obie strony między nadawcą a odbiorcą, tym dłużej potrzeba ciszy, aby była znacząca i tym więcej informacji może potencjalnie „przepłynąć”, zanim nadawca zorientuje się, że istnieje problem. W networkingu odpowiednie dostosowanie oczekiwań stron w zakresie terminowości potwierdzeń ma kluczowe znaczenie dla prawidłowego funkcjonowania systemu. Drugim pytaniem, gdy już rozpoznamy awarię, jest to, co dokładnie powinniśmy z nią zrobić.

Wykładniczy odwrót: algorytm przebaczenia

Najtrudniejszym słowem do przetłumaczenia na świecie jest „ilunga” z języka Tshiluba używanego w południowo-wschodniej Demokratycznej Republice Konga.... Ilunga oznacza „osobę, która po raz pierwszy jest gotowa wybaczyć wszelkie molestowanie, tolerować je po raz drugi” raz, ale nigdy po raz trzeci.”

-WIADOMOŚCI BBC

Jeśli za pierwszym razem ci się nie uda, / Spróbuj, spróbuj ponownie.

-T. H. PALMER

Dziś oczekujemy, że nasze urządzenia będą się komunikować bezprzewodowo, nawet jeśli podłączenie przewodów byłoby łatwe — na przykład nasza klawiatura i mysz będą ze sobą rozmawiać bezprzewodowo z komputerem znajdującym się kilka cali dalej. Jednak tworzenie sieci bezprzewodowych narodziło się z konieczności, w miejscu, gdzie żaden kabel nie mógłby spełnić swojego zadania: na Hawajach. Pod koniec lat 60. i na początku 70. Norman Abramson z Uniwersytetu Hawajskiego w Honolulu próbował połączyć siedem kampusów uniwersytetu i wiele instytutów badawczych, rozmieszczonych na czterech wyspach i setkach mil. Wpadł na pomysł wdrożenia przełączania pakietów za pośrednictwem radia, a nie systemu telefonicznego, łącząc wyspy luźnym łańcuchem nadajników i odbiorników. System ten stał się znany jako ALOHAnet. Największą przeszkodą, którą ALOHAnet musiał pokonać, były zakłócenia. Czasami dwie stacje nadawały w tym samym momencie, nieumyślnie zagłuszając nawzajem swoje sygnały. (Jest to oczywiście znana cecha również w rozmowach międzyludzkich). Jeśli obie stacje po prostu natychmiast wznowią transmisję, aby spróbować przekazać wiadomość, istnieje ryzyko, że utkną w nieustannych zakłóceniach na zawsze. Najwyraźniej protokół ALOHAnet będzie musiał informować konkurencyjne sygnały, jak zapewnić sobie przestrzeń, jak ustąpić i zrobić sobie miejsce. Pierwszą rzeczą, którą nadawcy muszą tutaj zrobić, jest tak zwane „łamanie symetrii”. Jak wie każdy pieszy na chodniku, wykonanie uniku w prawo, podczas gdy nadchodzący pieszy robi unik w lewo, a następnie wykonanie uniku w drugą stronę, niczego nie rozwiązuje. To ta sama historia, gdy obaj mówcy robią pauzę, wykonują wobec

siebie gesty szacunku, a następnie zaczynają mówić ponownie w tym samym czasie. lub gdy dwa samochody na skrzyżowaniu, każdy zatrzymując się, aby ustąpić drugiemu, próbują synchronicznie przyspieszyć. Jest to obszar, w którym wykorzystanie losowości staje się niezbędne – bez niej tworzenie sieci nie byłoby możliwe. Jednym z prostych rozwiązań jest rzucenie monetą przez każdą stację. Głowy, retransmituje; ogon, czeka na swoją kolej, a następnie retransmituje. Z pewnością któryś z nich wkrótce przejdzie bez walki. Działa to wystarczająco dobrze, gdy jest tylko dwóch nadawców. Ale co, jeśli istnieją trzy jednoczesne sygnały? Albo cztery? Szansa, że sieć prześle w tym momencie choćby jeden pakiet, będzie wynosić 1 do 4 (po czym nadal pozostaną trzy stacje będące w konflikcie i być może w międzyczasie nadejdzie jeszcze więcej konkurencyjnych sygnałów). W miarę dalszego wzrostu liczby konfliktów przepustowość sieci może po prostu spaść. W raporcie ALOHAnet z 1970 roku stwierdzono, że powyżej zaledwie 18,6% średniego wykorzystania fal radiowych „kanał staje się niestabilny... a średnia liczba retransmisji staje się nieograniczona”. Niedobrze. Co więc zrobić? Czy istnieje sposób na stworzenie systemu, który mógłby uniknąć takiego losu? Przełomem okazało się zwiększenie średniego opóźnienia po każdej kolejnej awarii, a konkretnie podwojenie potencjalnego opóźnienia przed ponowną próbą transmisji. Tak więc po początkowej awarii nadawca losowo retransmitował jedną lub dwie tury później; po drugiej porażce spróbuje ponownie w dowolnym miejscu od jednej do czterech tur później; trzecia porażka z rzędu oznaczałaby oczekiwanie od jednej do ośmiu tur i tak dalej. To eleganckie podejście pozwala sieci przyjąć potencjalnie dowolną liczbę konkurencyjnych sygnałów. Ponieważ maksymalna długość opóźnienia (2, 4, 8, 16...) tworzy postęp wykładniczy, zaczęto ją nazywać wykładniczym wycofywaniem. Wykładniczy Backoff odegrał ogromną rolę w pomyślnym funkcjonowaniu sieci ALOHAnet począwszy od 1971 r., a w latach 80. został wtopiony w protokół TCP, stając się kluczową częścią Internetu. Po tylu dekadach nadal tak jest. Jak to ujęto w pewnym wpływowym artykule: „W przypadku końcowego punktu transportowego osadzonego w sieci o nieznanej topologii oraz z nieznaną, niepoznawalną i stale zmieniającą się populacją konkurencyjnych konwersacji, tylko jeden schemat ma szansę zadziałać — wykładniczy zwrot”. Ale to inne zastosowania algorytmu sugerują coś zarówno bardziej normatywnego, jak i głębszego. Oprócz samego unikania kolizji, wykładnicze wycofywanie stało się domyślnym sposobem radzenia sobie z prawie wszystkimi przypadkami awarii lub zawodności sieci. Na przykład, gdy komputer próbuje uzyskać dostęp do witryny internetowej, która wydaje się nie działać, wykorzystuje wykładnicze wycofywanie — ponawia próbę po sekundzie, ponownie po kilku sekundach i tak dalej. Jest to dobre dla wszystkich: zapobiega zarzucaniu wyłączzonego serwera hosta żądaniami, gdy tylko wróci do trybu online, a także zapobiega marnowaniu zbyt wiele wysiłku przez twoją maszynę na próbę pobrania krwi z kamienia. Ale co ciekawe, nie zmusza to również (ani nie pozwala) Twojej maszynie do całkowitego poddania się. Wykładniczy Backoff jest również krytycznym elementem bezpieczeństwa sieci, gdy kolejne błędy hasła podczas logowania się do konta są karane wykładniczo wydłużającym się okresem blokady. Uniemożliwia to hakerowi przeprowadzenie „ataku słownikowego” na konto i przeglądanie potencjalnego hasła za hasłem, aż w końcu dopisze mu szczęście. Jednocześnie rozwiązuje także inny problem: prawdziwy właściciel konta, niezależnie od tego, jak bardzo jest zapominalski, nigdy nie zostaje trwale zablokowany po arbitralnym odcięciu. W społeczeństwie ludzkim mamy tendencję do przyjmowania polityki polegającej na dawaniu ludziom skończonej liczby szans z rzędu, a następnie całkowitej rezygnacji. Trzy uderzenia i wypadasz. Ten wzorzec domyślnie dominuje w niemal każdej sytuacji wymagającej przebaczenia, wyrozumiałości lub wytrwałości. Krótko mówiąc, może robimy to źle. Nasz przyjaciel niedawno rozmyślał o towarzyszu z dzieciństwa, który miał niepokojący zwyczaj uchylania się od planów towarzyskich. Co robić? Podjęcie raz na zawsze decyzji, że w końcu ma dość i całkowite porzucenie związku wydawało się arbitralne i surowe, ale dalsze upieranie się przy ciągłym przesuwaniu harmonogramu wydawało się naiwne, mogące prowadzić do nieskończonej ilości rozczarowań i straty czasu. Rozwiązanie: Wykładniczy zwrot w stosunku do stawki zaproszeń. Spróbuj przełożyć termin na tydzień, potem dwa, potem cztery, a na koniec osiem. Szybkość

„retransmisji” spada do zera, a mimo to nigdy nie trzeba się całkowicie poddawać. Inny nasz przyjaciel zastanawiał się, czy zapewnić schronienie i pomoc finansową członkowi rodziny, który w przeszłości był uzależniony od narkotyków. Nie mogła znieść utraty nadziei, że się odwróci od rzeczy dookoła i nie mógł znieść myśli, że mogłaby na dobre odwrócić się od niego plecami. Ale nie mogła się też zmusić do zrobienia wszystkiego, co konieczne, aby mieć go w domu – kupowania mu ubrań i gotowania dla niego, ponownego otwierania dla niego kont bankowych i odwożenia go każdego ranka do pracy – kiedy w jakiejś tajemniczej i nagłej chwili zabierze wszystkie pieniądze i zniknie, by po kilku tygodniach zadzwonić ponownie i poprosić o przebaczenie i przyjęcie z powrotem. Wydawało się to paradoksem, wyborem okrutnym i niemożliwym. Wykładniczy Backoff nie jest magicznym panaceum w takich przypadkach, ale oferuje możliwe rozwiązanie. Na przykład wymaganie wykładniczo wydłużającego się okresu trzeźwości zniechęcałoby do ponownego łamania regulaminu domu. Dzięki temu członek rodziny będzie coraz bardziej wytrwale udowodniał, że poważnie podchodzi do powrotu, i chroni gospodarza przed ciągłym stresem związanym z cyklem. Być może najważniejsze jest to, że gospodarz nigdy nie będzie musiał mówić krewnemu, że porzuciła go na dobre lub że nie ma dla niego ratunku. Oferuje sposób na posiadanie skończonej cierpliwości i nieskończonego miłosierdzia. Może nie musimy wybierać. Tak naprawdę w ostatniej dekadzie rozpoczęła się cicha rewolucja w sposobie, w jaki sam wymiar sprawiedliwości radzi sobie z nadzorem społecznym nad przestępcami narkotykowymi. Na czele tej rewolucji stoi pilotażowy program o nazwie HOPE, który wykorzystuje zasady wykładniczego wycofywania sieci ALOHAnet — i który, przez uderzający zbieg okoliczności, rozpoczął się w miejscu narodzin samego ALOHAnet: w Honolulu. Wkrótce po złożeniu przysięgi w Pierwszym Sądzie Okręgowym na Hawajach sędzia Steven Alm zauważył niezwykle prawidłowość. Osoby na stażu wielokrotnie naruszały warunki zawieszenia, a sędziowie okręgowi rutynowo korzystali ze swojego uznania, aby zwolnić ich z ostrzeżeniem. Jednak w pewnym momencie, być może po kilkunastu lub większej liczbie naruszeń, sędzia zdecydował się być surowy i wyznaczył sprawcy karę więzienia liczoną w latach. Alm mówi: „Pomyślałem, co za szalony sposób na zmianę czegokolwiek zachowania”. Zatem Alm zaproponował niemal dokładnie coś przeciwnego. Zamiast rozpraw w sprawie naruszeń zaplanowanych na długi czas, wymagających niepewnych wyroków i czasami skutkujących ogromnymi karami, HOPE opiera się na natychmiastowych, z góry określonych karach, które rozpoczynają się już od jednego dnia więzienia i są zwiększane po każdym zdarzeniu. Pięcioletnie badanie przeprowadzone przez Departament Sprawiedliwości wykazało, że w przypadku stażystów HOPE ryzyko aresztowania za nowe przestępstwo lub cofnięcia zawieszenia było o połowę mniejsze niż w przypadku zwykłych stażystów. Ponadto byli o 72% mniej skłonni do używania narkotyków. Siedemnaście stanów poszło za przykładem Hawajów i wprowadziło własne wersje HOPE.

Kontrola przepływu i unikanie zatorów

Pierwsze wysiłki w zakresie sieci komputerowych skupiały się na ustanowieniu niezawodnych transmisji za pośrednictwem zawodnych łączy. Wysiłki te okazały się tak skuteczne, że natychmiast pojawiła się druga obawa: zapewnienie, że przeciążona sieć uniknie katastrofalnej awarii. Gdy tylko protokół TCP rozwiązał problem przesyłania danych z punktu A do punktu B, stanął przed problemem zatorów. Najbardziej znaczące wczesne ostrzeżenie miało miejsce w 1986 r. na linii łączącej Laboratorium Lawrence Berkeley i kampus Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, które dzieli mniej więcej długość boiska do piłki nożnej. (Tak się składa, że w Berkeley przestrzeń jest wypełniona prawdziwym boiskiem do piłki nożnej.) Pewnego dnia przepustowość tej linii gwałtownie spadła z typowych 32 000 bitów na sekundę do zaledwie 40 bitów na sekundę. Ofiary, Van Jacobson z LBL i Michael Karels z UCB, „były zafascynowane tym nagłym, tysiącrotnym spadkiem przepustowości i rozpoczęły dochodzenie, dlaczego sytuacja tak się pogorszyła”. W międzyczasie usłyszeli szepty od innych grup networkingowych w całym kraju, które wpadły na to samo. Jacobson zaczął przyglądać się leżącemu u podstaw kodowi. „Czy w protokole jest jakiś błąd?” zastanawiał się. „To coś działało

podczas testów na mniejszą skalę, a potem nagle się rozpadło.” Jedną z największych różnic między obwodami przełączania i przełączanie pakietów pojawia się w sposobie radzenia sobie z przeciążeniami. Podczas przełączania obwodów system albo zatwierdza żądanie kanału, albo całkowicie je odrzuca, jeśli żądanie nie może zostać zrealizowane. Dlatego też, jeśli kiedykolwiek próbowałeś korzystać z systemu telefonicznego w godzinach szczytu, mogłeś usłyszeć „sygnał specjalnej informacji” i komunikat informujący, że „wszystkie obwody są zajęte”. Przełączanie pakietów jest radykalnie inne. System telefoniczny zostaje zapełniony; system pocztowy działa wolno. W sieci nie ma nic, co mogłoby wyraźnie powiedzieć nadawcy, ilu jest innych nadawców lub jak bardzo sieć jest w danym momencie przeciążona, a wielkość przeciążenia stale się zmienia. Dlatego nadawca i odbiorca muszą nie tylko komunikować się, ale także metakomunikować: muszą ustalić, jak szybko dane powinny zostać przesłane. W jakiś sposób różne przepływy pakietów – bez wyraźnego zarządzania i koordynacji – muszą sobie przeszkadzać i szybko wykorzystywać każdą nowo dostępną przestrzeń. Rezultatem pracy detektywistycznej Jacobsona i Karelsa był poprawiony zestaw algorytmów kontroli przepływu i unikania zatorów – jedna z największych modyfikacji protokołu TCP od czterdziestu lat. Serce kontroli przeciążenia protokołu TCP jest algorytm zwany przyrostem addytywnym, zmniejszeniem multiplikatywnym lub AIMD. Zanim AIMD się uruchomi, nowe połączenie agresywnie zwiększy prędkość transmisji: jeśli pierwszy pakiet zostanie pomyślnie odebrany, wysyła dwa kolejne, jeśli oba przejdą, wysyła partię czterech i tak dalej. Ale gdy tylko potwierdzenie jakiegokolwiek pakietu nie wróci do nadawcy, algorytm AIMD przejmuje kontrolę. W ramach AIMD każda w pełni odebrana partia pakietów powoduje, że liczba pakietów w locie nie podwaja się, a jedynie zwiększa o 1, a upuszczone pakiety powodują zmniejszenie szybkości transmisji o połowę (stąd nazwa Addytywne zwiększenie, Multiplikatywne zmniejszenie). Zasadniczo AIMD przybiera formę kogoś, kto mówi: „Trochę więcej, trochę więcej, trochę więcej, och, za dużo, cofnij się, OK, trochę więcej, trochę więcej...” Prowadzi to zatem do charakterystycznego kształtu pasma znany jako „ząb piły TCP” – ciągle wspinanie się w górę przerywane stromymi spadkami. Skąd tak ostry, asymetryczny spadek? Jak wyjaśniają Jacobson i Karels, AIMD uruchamia się po raz pierwszy wtedy, gdy połączenie doświadczyło pierwszego upuszczonego pakietu w początkowej, agresywnej fazie narastania. Ponieważ ta początkowa faza polegała na podwojeniu szybkości transmisji przy każdej udanej salwie zmniejszenie prędkości o połowę, gdy tylko pojawi się problem, jest całkowicie właściwe. A gdy transmisja jest w toku, jeśli ponownie zacznie się słabnąć, będzie to prawdopodobnie spowodowane tym, że o sieć konkuruje nowe połączenie. Najbardziej konserwatywna ocena tej sytuacji – a mianowicie założenie, że byłeś jedyną osobą korzystającą z sieci, a teraz druga osoba zajmuje połowę zasobów – również prowadzi do zmniejszenia o połowę. Konserwatyzm jest tu niezbędny: sieć może się ustabilizować tylko wtedy, gdy jej użytkownicy wycofają się co najmniej w takim tempie, w jakim jest przeciążana. Z tego samego powodu jedynie addytywny wzrost pomaga ustabilizować sytuację dla wszystkich, zapobiegając szybkim cyklom przeciążenia i regeneracji. Chociaż tak ściśle rozróżnienie między dodawaniem i mnożeniem jest rzeczą mało prawdopodobną w naturze, jest to ząb piły TCP znajduje oddźwięk w różnych dziedzinach, w których chodzi o to, aby wziąć tyle, ile można bezpiecznie uciec. Na przykład w ramach nieoczekiwanej współpracy w 2012 roku ekolog Deborah Gordon ze Stanford i informatyk Balaji Prabhakar odkryły, że mrówki prawdopodobnie opracowały algorytmy kontroli przepływu miliony lat przed ludźmi. Podobnie jak sieć komputerowa, kolonia mrówek staje przed problemem alokacji, próbując zarządzać swoim „przepływem” – w tym przypadku przepływem mrówek udających się w poszukiwaniu pożywienia – w zmiennych warunkach, które mogą ostro wpłynąć na tempo, w jakim mrówki wytwarzają żywność. udane wycieczki w obie strony. I podobnie jak komputery w Internecie, mrówki muszą rozwiązać ten wspólny problem bez pomocy centralnego decydenta, zamiast tego rozwijając to, co Gordon nazywa „kontrolą bez hierarchii”. Okazuje się, że rozwiązanie dla mrówek również jest podobne: cykl sprzężenia zwrotnego, w którym odnoszący sukcesy zbieracze zachęcają więcej do opuszczenia gniazda, podczas gdy nieudani powracający

powodują ograniczenie aktywności żerowania. Inne zachowania zwierząt również przywołują kontrolę przepływu TCP z charakterystycznym zębem piły. Wiewiórki i gołębie polujące na resztki ludzkiego pożywienia będą pełzać do przodu krok po kroku, czasami odskoczą do tyłu, a następnie ponownie będą pełzać do przodu. Może się też zdarzyć, że komunikacja międzyludzka sama w sobie odzwierciedla protokoły, które ją przesyłają: każda wiadomość tekstowa lub odpowiedź na e-mail zachęca do kolejnej, podczas gdy każda niezwrócona wiadomość wstrzymuje przepływ. Mówiąc szerzej, AIMD sugeruje podejście do wielu obszarów życia, w których mamy trudności z alokacją ograniczonych zasobów w niepewnych i zmiennych warunkach. Satyryczna „Zasada Petera”, sformułowana w latach 60. XX wieku przez profesora edukacji Laurence’a J. Petera, stwierdza, że „każdy pracownik ma tendencję do wznoszenia się do swojego poziomu niekompetencji”. Pomysł jest taki, że w organizacji hierarchicznej każdy, kto sprawnie wykonuje swoją pracę, zostanie nagrodzony awansem na nowe stanowisko, które może wiązać się z bardziej złożonymi i/lub innymi wyzwaniem. Kiedy pracownik w końcu osiągnie stanowisko, w którym nie radzi sobie dobrze, jego wspinaczka po szczeblach kariery utknie w martwym punkcie i pozostanie w tej roli do końca swojej kariery. Zatem logiczne jest, głosi złowieszczą logiką Zasady Petera, że w końcu każde miejsce w organizacji zostanie obsadzone przez kogoś, kto źle wykonuje swoją pracę. Około pięćdziesiąt lat przed sformułowaniem Piotra hiszpański filozof José Ortega y Gasset w 1910 roku wyraził to samo zdanie. „Każdy urzędnik państwowy powinien taki być zdegradowany do bezpośrednio niższego stopnia” – napisał – „ponieważ awansowali, aż stali się niekompetentni”. Niektóre organizacje próbowały zaradzić Zasadzie Petera, po prostu zwalniając pracowników, którzy nie awansują. Tak zwany system Cravatha, opracowany przez wiodącą kancelarię prawniczą Cravath, Swaine & Moore, polega na zatrudnianiu prawie wyłącznie świeżo upieczonych absolwentów, umieszczaniu ich na najniższych stanowiskach, a następnie rutynowym ich awansowaniu lub zwalnianiu w kolejnych latach. W 1980 roku Siły Zbrojne Stanów Zjednoczonych przyjęły podobną politykę „w górę lub w dół” zgodnie z ustawą o zarządzaniu personelem oficerów obrony. Wielka Brytania również dążyła do tego, co nazywają „obsadzeniem personelu”, wywołując wielkie kontrowersje. Czy istnieje jakaś alternatywa, jakaś pośrednia ścieżka pomiędzy instytucjonalną stagnacją związaną z Zasadą Petera a drakońską surowością systemu „w górę lub w dół”? Algorytm AIMD może zaoferować właśnie takie podejście, ponieważ jest wyraźnie zaprojektowany do obsługi wymagań niestabilnego środowiska. Sieć komputerowa musi zarządzać własną maksymalną wydajnością transmisji oraz szybkościami transmisji swoich klientów, a wszystko to może ulegać nieprzewidywalnym wahaniom. Podobnie w środowisku biznesowym firma ma ograniczoną pulę środków na pokrycie kosztów swojej działalności, a każdy pracownik lub sprzedawca ma ograniczone możliwości w zakresie ilości pracy, którą może wykonać i zakresu odpowiedzialności, jaką może udźwignąć. Potrzeby, możliwości i partnerstwa każdego człowieka stale się zmieniają. Lekcja piłokształtna TCP jest taka, że w nieprzewidywalnym i zmieniającym się środowisku doprowadzenie rzeczy do punktu awarii jest czasami najlepszym (lub jedynym) sposobem na maksymalne wykorzystanie wszystkich zasobów. Ważne jest, aby reakcja na porażkę była zarówno ostra, jak i odporna. W ramach AIMD każde połączenie, które nie powoduje upuszczenia piłki, jest przyspieszane do momentu, aż tak się stanie, a następnie jest przecięte na pół i natychmiast zaczyna ponownie przyspieszać. I choć naruszyłoby to niemal każdą normę obecnej kultury korporacyjnej, można sobie wyobrazić korporację, w której co roku każdy pracownik albo awansuje o jeden stopień w górę schematu organizacyjnego, albo jest odsyłany częściowo w dół. Jak zauważył Laurence J. Peter, podstępna Zasada Petera pojawia się w korporacjach z powodu „pierwszego przykazania życia hierarchicznego: hierarchii należy strzec”. TCP natomiast uczy cnót elastyczności. Firmy mówią o hierarchiach „płaskich” i „wysokich”, ale mogą rozważyć mówienie o hierarchiach dynamicznych. W systemie AIMD nikt nie martwi się długo, że zostanie przeciążony, ani nie będzie urażony straconym awansem; oba są tymczasowymi i częstymi korektami, a system oscyluje w pobliżu równowagi, mimo

że wszystko cały czas się zmienia. Być może pewnego dnia będziemy mówić nie o łuku kariery, ale o jej piłokształtnym zębie.

Kanały zwrotne: kontrola przepływu w językoznawstwie

Analiza kontroli przepływu w sieci jasno pokazuje, że pakiety ACK wysyłane dalej nie tylko potwierdzają i potwierdzają transmisje, ale kształtują kontury całej interakcji, jej tempo i rytm. Daje nam to zarówno przypomnienie, jak i wgląd w to, jak ważna jest informacja zwrotna w komunikacji. Jak widzieliśmy, w TCP nie ma czegoś takiego jak transmisja jednokierunkowa: bez spójnej informacji zwrotnej nadawca niemal natychmiast zwolni. Co ciekawe, rosnąca świadomość krytycznej roli informacji zwrotnej w dziedzinie tworzenia sieci kontaktów odzwierciedlała niemal identyczny zestaw zmian zachodzących mniej więcej w tym samym czasie w społeczności językoznawców. W połowie XX wieku w językoznawstwie dominowały teorie Noama Chomsky'ego, które uważały język za jego najdoskonalszy i idealny stan – zdania doskonale płynne, gramatyczne, nieprzerwane, jakby cała komunikacja została napisana tekstem. Jednak począwszy od lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych gwałtowny wzrost zainteresowania praktycznymi aspektami języka mówionego ujawnił, jak skomplikowane i subtelne są procesy rządzące odwracaniem się, przerywaniem i komponowaniem zdania lub opowieści na bieżąco, przy jednoczesnym dostrojeniu się do reakcje słuchacza na każdym kroku. Wyłoniła się wizja nawet pozornie jednostronnej komunikacji jako aktu współpracy. Jak napisał w 1970 roku językoznawca Victor Yngve: „W rzeczywistości zarówno osoba, która ma tu kolej, jak i jej partner jednocześnie zajmują się mówieniem i słuchaniem. Dzieje się tak ze względu na istnienie tak zwanego kanału zwrotnego, za pośrednictwem którego osoba mająca zwrot otrzymuje krótkie komunikaty typu „tak” i „aha”, nie rezygnując ze zwrotu”. Badanie ludzkich „kanałów zwrotnych” otworzyło zupełnie nowy horyzont w dziedzinie językoznawstwa, skłaniając do całkowitej ponownej oceny dynamiki komunikacji, a konkretnie roli słuchacza. W jednym z przykładowych badań zespół kierowany przez Janet Bavelas z Uniwersytetu Wiktorii zbadał, co się stanie, gdy ktoś słuchający osobistej historii zostanie rozproszony: nie co stanie się ze zrozumieniem słuchacza, ale co stanie się z historią. Odkryli, że przy słabych opiniach historia się rozpada.

Narratorzy, którzy opowiadali bliskie historie rozproszonym słuchaczom... ogólnie opowiadali im gorzej, a szczególnie słabo o tym, co powinno być dramatycznym zakończeniem. Zakończenia ich historii były nagłe lub nierówne, albo krążyli wokół i opowiadali zakończenie więcej niż raz, a często uzasadniali swoją historię, wyjaśniając oczywiste zakończenie.

Każdy z nas spotkał się kiedyś z osobą, której wzrok powędrował – być może w stronę telefonu – co sprawiło, że zaczęliśmy się zastanawiać, czy winą jest nasze słabe opowiadanie historii. Tak naprawdę teraz jest jasne, że przyczyna i skutek są często odwrotne: kiepski słuchacz niszczy opowieść. Zrozumienie dokładnej funkcji i znaczenia ludzkich kanałów zwrotnych pozostaje aktywnym obszarem badań. Na przykład w 2014 roku Jackson Tolins i Jean Fox Tree z Uniwersytetu Kalifornijskiego w Santa Cruz wykazali, że te niepozorne „aha”, „tak”, „hmm” i „och”, które urozmaicają naszą mowę, odgrywają odrębną, precyzyjną rolę w regulowaniu przepływu myśli. informacji od mówiącego do słuchacza – zarówno pod względem szybkości, jak i poziomu szczegółowości. Rzeczywiście, są one tak samo krytyczne, jak potwierdzenia ACK w protokole TCP. Mówi Tolins: „Naprawdę, choć niektórzy ludzie mogą gorzej niż inni, „źli gawędziarze” mogą przynajmniej częściowo winić swoich odbiorców”. Ta świadomość miała nieoczekiwany efekt uboczny w postaci zmniejszenia presji podczas wygłaszania wykładów – w tym oczywiście wykładów na temat właśnie tego rezultatu. „Za każdym razem, gdy prowadzę przemówienia za pośrednictwem kanału zwrotnego, zawsze mówię słuchaczom, że sposób, w jaki obecnie korzystają z przekazu zwrotnego, zmienia to, co mówię” – żartuje, „więc to oni są odpowiedzialni za to, jak dobrze sobie radzę”.

Bufferbloat: To opóźnienie, głupcze

Opracowanie skutecznego aktywnego zarządzania kolejkami było utrudnione przez błędne przekonania na temat przyczyny i znaczenia kolejek. —KATHLEEN NICHOLS I VAN JACOBSON

Było lato 2010 roku i podobnie jak wielu rodziców Jim Gettys często skarżył się swoim dzieciom, że rodzinna sieć Wi-Fi działa wolno. Jednak w przeciwieństwie do większości rodziców Gettys pracował w HP, Alcatel-Lucent, konsorcjum World Wide Web i grupie zadaniowej ds. inżynierii internetowej. W 1999 r. był dosłownie redaktorem nadal używanej specyfikacji HTTP. Zatem tam, gdzie większość ojców maniaków przyjrzałaby się problemowi, Gettys przyjrzał się problemowi. Jak Gettys wyjaśniał grupie inżynierów Google'a, żargon sieciowy ustąpił miejsca nagłącemu i jednoznaczному przekonaniu:

Tak się złożyło, że kopiowałem lub synchronizowałem stare archiwa X Consortium z mojego domu do MIT tą dziesięciomilisekundową ścieżką... SmokePing zgłaszał opóźnienia średnio znacznie przekraczające jedną sekundę, wraz z utratą pakietów, właśnie podczas kopiowania pliku Wziąłem Wireshark i zauważyłem te wybuchy naprawdę dziwnego zachowania.... To nie wyglądało na TCP [piłokształtny], którego się spodziewałem. To nigdy nie powinno mieć miejsca w ten sposób.

Mówiąc wprost, zobaczył coś... bardzo dziwnego. Jak to się mówi, „najbardziej ekscytującym zwrotem, jaki można usłyszeć w nauce, tym, który zwiastuje nowe odkrycia, nie jest «Eureka!», ale «To zabawne»”. W pierwszej chwili Gettys pomyślał, że coś jest nie tak z jego modemem kablowym. To, co jego rodzina nazywała w Internecie problemem, wydawało się korkiem w ich własnym gniazdku elektrycznym. Pakiety przeznaczone do Bostonu nie utknęły w połowie drogi; utknęły w domu. Jednak im głębiej Gettys wgłębiał się w tę kwestię, tym bardziej był zaniepokojony. Problem nie dotyczył tylko jego domowego routera i modemu, ale każdego domowego routera i modemu. Problem nie dotyczył tylko urządzeń sieciowych – dotyczył samych komputerów, komputerów stacjonarnych, laptopów, tabletów i smartfonów, wplecionych w systemy Linux, Windows i OS X. I nie dotyczył to tylko sprzętu użytkownika końcowego. : dotknął samej infrastruktury samego Internetu. Gettys zasiadł do lunchu z kluczowymi graczami z Comcast, Verizon, Cisco i Google, w tym z Van Jacobsonem i Vintem Cerfem, i powoli zaczął składać puzzle. Problem był wszędzie. Problem polegał na przepełnieniu bufora. Bufor to zasadniczo kolejka, której funkcją jest wygładzanie serii. Gdybyś wszedł do sklepu z pączkami mniej więcej w tym samym czasie co inny klient, nie byłoby dobrze, gdyby chwilowo przytłoczony kasjer kazał jednemu z was opuścić sklep i wrócić innym razem. Klienci oczywiście by tego nie mieli, ale kierownictwo też nie: taka polityka praktycznie gwarantuje niepełne wykorzystanie kasy. Zamiast tego ustawianie klientów w kolejce zapewnia, że średnia przepustowość sklepu będzie bliska maksymalnej przepustowości. To dobra rzecz. To doskonałe wykorzystanie zasobów wiąże się jednak z bardzo realnymi kosztami: opóźnieniami. Kiedy Tom zabrał córkę na festiwal Cinco de Mayo w Berkeley, jej serce zapragnęło naleśnika z czekoladą i bananami, więc ustawili się w kolejce i czekali. W końcu – po dwudziestu minutach – Tom stanął na początku kolejki i złożył zamówienie. Ale po zapłaceniu musieli poczekać jeszcze czterdzieści minut, aby faktycznie dostać naleśnik. (Podobnie jak Jim Gettys, Tom szybko zauważył znaczną liczbę skarg rodzinnych.) Przyjmowanie zamówień okazało się zająć mniej czasu niż przygotowanie naleśników, więc kolejka do zamówienia była tylko pierwszą częścią problemu. Przynajmniej było to jednak widać; klienci wiedzieli, na co ich stać. Druga, dłuższa kolejka była niewidoczna. Zatem w tym przypadku byłoby to ok o wiele szczęśliwszy wynik dla wszystkich, gdyby stoisko z naleśnikami w pewnym momencie odcięło linię i wystawiło znak, że przez jakiś czas nie przyjmuje zamówień. Odrzucenie klientów polepszyłoby sytuację wszystkich – niezależnie od tego, czy trafiliby do krótszej linii z naleśnikami, czy poszli gdzie indziej. I nie kosztowałyby to naleśnikarni ani grosza utraconej sprzedaży, ponieważ tak czy inaczej mogą sprzedać tylko tyle naleśników, ile są w stanie wyprodukować w ciągu jednego dnia, niezależnie od tego, jak długo czekają ich klienci. Właśnie to zjawisko zaobserwował Jim Gettys w swoim domowym modemie kablowym. Ponieważ przesyłał

plik, jego komputer wysyłał do modemu tyle pakietów wychodzących, ile mógł obsłużyć. A modem udawał, że obsługuje o wiele więcej, niż w rzeczywistości mógł, nie odrzucając nikogo, tworząc ogromną kolejkę. Kiedy więc Gettys próbował coś pobrać w tym samym czasie — aby odwiedzić stronę internetową lub sprawdzić pocztę — jego pakiety ACK blokowały się podczas przesyłania i musiały czekać w kolejce do modemu, aby wyjść z domu. Ponieważ powrót jego komunikatów ACK do serwerów WWW i poczty e-mail trwał wieczność, serwery z kolei ograniczały prędkość połączeń do odpowiedniego indeksowania. To było jak próba prowadzenia rozmowy, podczas której za każdym razem, gdy mówisz „aha”, następuje opóźnienie o dziesięć lub dwadzieścia sekund. Osoba mówiąca będzie znacznie zwalniać, zakładając, że jej nie rozumiesz, i nic nie możesz na to poradzić. Kiedy bufor sieciowy się zapełnia, zwykle dzieje się to pod nazwą Tail Drop: bezceremonialny sposób powiedzenia, że każdy pakiet przychodzący po tym momencie jest po prostu odrzucany i skutecznie usuwany. (Odwracanie nowych klientów od stoisk z naleśnikami, gdy kolejka stanie się za długa, byłoby w ludzkim kontekście odmianą Tail Drop.) Biorąc pod uwagę pocztową metaforę przełączania pakietów, wyobrażenie sobie listonosza, który po prostu wyparowuje, może wydawać się nieco dziwne. Każdą paczkę, która tego ranka nie zmieści się na ciężarówkę. Jednak to właśnie takie „utrąty pakietów” powodują, że komputer zauważa, że jeden z jego pakietów nie został potwierdzony, co skłania AIMD do rozpoczęcia zmniejszania przepustowości o połowę. Upuszczone pakiety są głównym mechanizmem sprzężenia zwrotnego w Internecie. Zbyt duży bufor – restauracja przyjmująca każde zamówienie niezależnie od tego, jak mało personelu jest w kuchni, modem odbierający każdą przychodzącą paczkę niezależnie od tego, ile czasu zajmie ich przesłanie – uniemożliwiają prawidłowe działanie moderacji. Zasadniczo bufor wykorzystuje opóźnienie — znane w sieci jako „opóźnienie” — w celu maksymalizacji wydajności. Oznacza to, że powodują, że pakiety (lub klienci) czekają, aby wykorzystać późniejsze okresy, gdy sytuacja jest powolna. Jednak bufor, który działa stale i jest pełny, zapewnia najgorsze z obu światów: całe opóźnienie i brak korzyści. Wygładzanie impulsów jest świetne, jeśli sprzątasz zadania co najmniej tak szybko, jak przychodzą, ale jeśli średnie obciążenie przekracza średnie tempo pracy, żaden bufor nie zdziała cudów. Im większy bufor, tym dalej za tobą, zanim zaczniesz sygnalizować wezwanie pomocy. Jedną z podstawowych zasad buforów, czy to pakietów, czy patronów, jest to, że działają one poprawnie tylko wtedy, gdy są rutynowo zerowane. Przez dziesięciolecia pamięć komputerowa była na tyle droga, że po prostu nie było powodu budować modemów z dużą ilością niepotrzebnej pojemności pamięci. Zatem modem po prostu nie mógł utworzyć kolejki większej, niż był w stanie obsłużyć. Jednak w pewnym momencie, gdy efekt skali w branży komputerowej radykalnie obniżył koszt pamięci, producenci modemów zaczęli dawać swoim maszynom gigabajty pamięci RAM, ponieważ w rzeczywistości była to najmniejsza ilość pamięci RAM, jaką mogli uzyskać. W rezultacie wszechobecne buforzy urządzeń — w modemach, routerach, laptopach, smartfonach i w szkieletcie samego Internetu — stały się tysiące razy za duże, zanim ludzie tacy jak Jim Gettys podnieśli alarm, aby coś z tym zrobić.

Lepiej nigdy niż późno

Spójrz na swój najbardziej podstawowy problem jako samotnej osoby... ktoś cię lubi, a ty nie lubisz tej osoby. W pewnym momencie była to dość niezręczna sytuacja. Trzeba było porozmawiać, to było dziwne. Co teraz robisz? Ktoś cię lubi, a ty go nie lubisz? Po prostu udajesz, że jesteś zajęty... na zawsze. —AZIZ ANSARI

Teraz jest lepiej niż nigdy. Chociaż nigdy nie jest często lepiej niż teraz. —ZEN PYTONA

Piosenkarka Katy Perry ma o 107% więcej obserwujących na Twitterze niż mieszkańców jej rodzinnego stanu Kalifornia. Najchętniej obserwowana osoba na Twitterze, na początku 2016 roku liczyła wśród swoich fanów około 81,2 mln kont. Oznacza to, że nawet jeśli 99% jej fanów w ogóle do niej nie napisze – i nawet jeśli ten najbardziej oddany 1%, który napisze do niej wiadomość, zrobi to tylko raz w roku –

to i tak otrzyma 2225 wiadomości dziennie. Każdego dnia. Wyobraź sobie, że Perry byłby zobowiązany odpowiadać na każdą wiadomość od fanów w kolejności otrzymanej. Gdyby mogła odpowiadać na 100 wiadomości dziennie, oczekiwany czas oczekiwania fanów na odpowiedź wkrótce byłby liczony w dziesięcioleciach. Można sobie wyobrazić, że większość fanów wolałaby mieć niewielką szansę na natychmiastowe otrzymanie odpowiedzi niż gwarantowaną odpowiedź za dziesięć lub dwadzieścia lat. Zauważ, że Perry nie ma tego problemu, kiedy opuszcza salę koncertową i musi zmierzyć się z fanami oczekującymi autografu lub kilku słów. Perry robi, co może, idzie dalej, a utracone szanse znikają. Ciało samodzielnie kontroluje przepływ. Nie możemy być w więcej niż jednym miejscu na raz. Na zatłoczonej imprezie nieuchronnie uczestniczymy w mniej niż 5% rozmowy i nie jesteśmy w stanie przeczytać ani nadrobić pozostałej części. Fotony, które omijają siatkówkę, nie są umieszczane w kolejce do późniejszego oglądania. W prawdziwym życiu utrata pakietów jest prawie całkowita. Używamy idiomu „opuszczone piłki” niemal wyłącznie w obraźliwym znaczeniu, sugerując, że dana osoba była leniwa, zadowolona z siebie lub zapominalska. Jednak taktyczne rzucanie piłek jest kluczową częścią wykonywania zadań w warunkach przeciążenia. Najbardziej rozpowszechnioną krytyką współczesnej komunikacji jest stwierdzenie, że „jesteśmy zawsze połączeni”. Ale problem nie polega na tym, że zawsze jesteśmy połączeni; nie byli. Problem w tym, że zawsze jesteśmy buforowani. Różnica jest ogromna. Poczucie, że trzeba przejrzeć wszystko w Internecie, przeczytać wszystkie możliwe książki lub obejrzeć wszystkie możliwe programy, to przepełnienie bufora. Ominiesz odcinek ulubionego serialu i obejrzysz go godzinę, dzień, dekadę później. Jedziesz na wakacje i wracasz do domu z górą korespondencji. Kiedyś było tak, że ludzie pukali do twoich drzwi, nie otrzymali odpowiedzi i odeszli. Teraz czekają w kolejce, kiedy wrócisz do domu. Do licha, e-maile zostały celowo zaprojektowane, aby pokonać Tail Drop. Jak ujął to jego wynalazca, Ray Tomlinson:

W tamtych czasach nie było naprawdę dobrego sposobu na pozostawienie wiadomości innym osobom. Telefon działał do pewnego momentu, ale ktoś musiał tam być, aby odebrać połączenie. A jeśli nie była to osoba, z którą chciałeś się skontaktować, był to asystent administracyjny, sekretarka lub coś w tym rodzaju. To był mechanizm, przez który trzeba było przejść, aby zostawić wiadomość, więc wszyscy utknęli w przekonaniu, że można zostawić wiadomość na komputerze.

Innymi słowy, prosiliśmy o system, który nigdy nie odrzuci nadawcy i tak czy inaczej go otrzymaliśmy. Rzeczywiście, w ciągu ostatnich piętnastu lat przejście od przełączania obwodów do przełączania pakietów dało się zaobserwować w całym społeczeństwie. Zwykliśmy prosić innych o dedykowane obwody; teraz wysyłamy im pakiety i czekamy z niecierpliwością na potwierdzenia. Zwykliśmy odrzucać; teraz odkładamy. Wielce ubolewany „brak bezczynności”, o którym się czyta, jest, przewrotnie, podstawową cechą buforów: aby zwiększyć średnią przepustowość do szczytowej przepustowości. Zapobieganie bezczynności jest tym, co robią. Sprawdzasz pocztę w drodze, na wakacjach, w toalecie, w środku nocy. Nigdy, przenigdy się nie nudzisz. Jest to mieszane błogosławieństwo buforów działających zgodnie z reklamą. Autorespondery e-maili wakacyjnych wyraźnie informują nadawców, aby spodziewali się opóźnienia; lepszy mógłby zamiast tego powiedzieć nadawcom, aby spodziewali się Tail Drop. Zamiast ostrzegać nadawców o ponadprzeciętnym czasie oczekiwania, może ich ostrzec, że po prostu odrzuca wszystkie przychodzące wiadomości. I nie musi to ograniczać się do wakacji: można sobie wyobrazić program pocztowy ustawiony tak, aby automatycznie odrzucał wszystkie wiadomości przychodzące, gdy w skrzynce odbiorczej znajdzie się, powiedzmy, sto przesyłek. Jest to nierozsądne w przypadku rachunków i tym podobnych, ale nie jest to nierozsądne podejście do, powiedzmy, zaproszeń towarzyskich. Pomysł napotkania „pełnej” skrzynki odbiorczej lub „pełnej” poczty głosowej jest obecnie anachronizmem i rażącym powrotem do końca XX wieku i początku XXI wieku. Jeśli jednak sieci łączące nasze nowomodne telefony i komputery, dysponujące faktycznie nieskończoną pamięcią, nadal celowo upuszczają pakiety, gdy sprawy stają się szybkie i wściekłe, to może jest powód, aby myśleć o Tail Drop nie jako o żalostnej konsekwencji

ograniczonej przestrzeni pamięci, ale jako celowa strategia sama w sobie. Jeśli chodzi o rozdęcie bufora sieciowego, obecna historia jest skomplikowana, ale szczęśliwa i obejmuje wysiłki producentów sprzętu i systemów operacyjnych na dużą skalę mające na celu wprowadzenie fundamentalnych zmian w kolejkach sieciowych. Pojawiła się także propozycja nowego kanału zwrotnego dla protokołu TCP, pierwsza taka modyfikacja od wielu lat: Explicit Congestion Notification, w skrócie ECN. Całkowite uwolnienie Internetu od rozdęcia bufora będzie opierać się na wszystkich tych zmianach i wymagać będzie wielu lat cierpliwości. „To bagno na dłuższą metę” – mówi Gettys. Ale jest wiele powodów do optymizmu, jeśli chodzi o przyszłość po wzdęciu bufora. Bufory, ze względu na swoje nieodłączne opóźnienia, są szkodliwe dla większości procesów interaktywnych. Kiedy na przykład rozmawiamy przez Skypa, zazwyczaj wolimy teraz czasami statyczny sygnał niż wyraźne nagranie tego, co nasz rozmówca powiedział trzy sekundy temu. Dla graczy nawet 50-milisekundowe opóźnienie może stanowić różnicę między fragowaniem a byciem fragowanym; w rzeczywistości gry są tak wrażliwe na opóźnienia, że o wszystkie ważne wyróżnienia w grach nadal rywalizuje się osobiście, a gracze wchodzą na pokład samolotów, aby gromadzić się i rywalizować za pośrednictwem sieci obsługującej tylko jeden pokój. To samo dotyczy wszystkiego innego, gdzie liczy się synchronizacja. „Jeśli chcesz odtwarzać muzykę ze znajomymi, nawet w obszarze metropolitalnym, zależy Ci na dziesiątkach milisekund” – zauważa Gettys, wyobrażając sobie całą masę nowych aplikacji i firm, które mogą powstać, aby wykorzystać potencjał interaktywny o małych opóźnieniach. „Uogólnienie, jakie wyniosłem z tego całego doświadczenia, jest takie, że inżynierowie powinni myśleć o czasie jako obywatele pierwszej klasy”. Stuart Cheshire z Apple zgadza się, że najwyższy czas, aby opóźnienia stały się najwyższym priorytetem dla inżynierów sieciowych. Jest przerażony, że firmy reklamujące „szybkie” połączenia internetowe odnoszą się wyłącznie do dużej przepustowości, a nie do małych opóźnień. Przez analogię zauważa, że Boeing 737 i Boeing 747 latają z prędkością około pięciuset mil na godzinę; pierwszy może pomieścić 120 pasażerów, drugi trzykrotnie więcej. Czy zatem powiedziałbyś, że Boeing 747 jest trzy razy „szybszy” niż Boeing 737? Oczywiście, że nie” – wykrzykuje Cheshire. Pojemność ma czasami znaczenie: w przypadku przesyłania dużych plików kluczowa jest przepustowość. (Jeśli masz do przewiezienia ogromną ilość ładunku, kontenerowiec może przebić tysiące podróży samolotem 747.) Jednakże w przypadku zastosowań międzyludzkich szybki czas realizacji jest często znacznie ważniejszy, a tak naprawdę potrzebujemy więcej Concordów. I rzeczywiście, zmniejszenie opóźnień jest jedną z obecnych granic badań nad sieciami i ciekawie będzie zobaczyć, co to przyniesie. Tymczasem trzeba stoczyć inne bitwy. Gettys na chwilę odwraca jego uwagę i wygląda poza kadrem. „To nie działa dla ciebie? W tej chwili z kimś rozmawiam i zajmę się tym, kiedy skończę. Na tym kończymy — uh, nie, w tej chwili pasmo 5 GHz działa, kanał 2,4 GHz się zawiesił. To ten niesławny błąd. Zrestartuję router.” Wydaje się, że to odpowiedni moment, aby się pożegnać i udostępnić naszą przepustowość dla dobra wspólnego, dla niezliczonych przepływów, zwiększając ich sumaryczny wzrost.

Teoria gry

Umysły innych

Jestem optymistą w tym sensie, że wierzę, że ludzie są szlachetni i honorowi, a niektórzy z nich są naprawdę mądrzy.... Mam nieco bardziej pesymistyczny pogląd na ludzi w grupach. —STEVE JOBS

Inwestor sprzedaje akcje drugiemu, jeden jest przekonany, że ich cena spada, a drugi jest przekonany, że idą w górę; Myślę, że wiem, co myślisz, ale nie mam pojęcia, co myślisz. Ja myślę; pęka bańka gospodarcza; potencjalny kochanek oferuje prezent, który nie mówi ani „chcę być kimś więcej niż przyjaciółmi”, ani „nie chcę być kimś więcej niż przyjaciółmi”; przy stole goście kłócą się o to, kto kogo powinien leczyć i dlaczego; ktoś, kto próbuje być pomocny, nieumyślnie obraża; ktoś, kto bardzo stara się być fajny, parska śmiechem; ktoś próbujący wyrwać się ze stada, z przerażeniem stwierdza, że stado podąża za jego przykładem. „Kocham cię” – mówi jeden kochanek do drugiego; „Ja też cię kocham” – odpowiada drugi; i oboje zastanawiają się, co dokładnie drugi ma przez to na myśli. Co na to wszystko ma do powiedzenia informatyka? Dzieci w wieku szkolnym uczą się postrzegać wątki literackie jako należące do jednej z kilku kategorii: człowiek kontra natura, człowiek kontra jaźń, człowiek kontra człowiek, człowiek kontra społeczeństwo. Do tej pory w tej książce rozważaliśmy głównie przypadki z dwóch pierwszych kategorii – to znaczy, że informatyka była naszym przewodnikiem po problemach spowodowanych podstawową strukturą świata i naszymi ograniczonymi możliwościami przetwarzania informacji. Problemy z optymalnym zatrzymaniem wynikają z nieodwracalności i nieodwracalności czasu; dylemat eksploracja/eksploatacja wynikający z ograniczonej podaży czasu. Relaksacja i randomizacja okazują się istotnymi i niezbędnymi strategiami radzenia sobie z nieuniknioną złożonością wyzwań, takich jak planowanie podróży i szczepienia. W tym rozdziale zmieniamy punkt ciężkości i rozważamy pozostałe dwa gatunki – to znaczy człowiek kontra człowiek i człowiek kontra społeczeństwo: w efekcie problemy, które sobie nawzajem stwarzamy i powodujemy. Nasz najlepszy przewodnik po tym terenie pochodzi z gałęzi matematyki zwanej teorią gier, dziedziny, która w swoim klasycznym wcieleniu wywarła ogromny wpływ na XX wiek. W ciągu ostatnich kilku dekad krzyżowe zapalenie teorii gier i informatyki doprowadziło do powstania dziedziny algorytmicznej teorii gier, która zaczęła już mieć wpływ na XXI wiek.

Rekurencja

Otóż mądry człowiek nalałby truciznę do własnego kielicha, bo wiedziałby, że tylko wielki głupiec sięgnie po to, czym są dane. Nie jestem wielkim głupcem, więc najwyraźniej nie mogę wybrać wina przed tobą. Ale musiałeś wiedzieć, że nie jestem wielkim głupcem – liczyłbyś na to – więc najwyraźniej nie mogę wybrać wina, które przede mną stoi. —PANNA KSIĘŻNICZKA

Prawdopodobnie najbardziej wpływowy ekonomista XX wieku, John Maynard Keynes, powiedział kiedyś, że „udane inwestowanie polega na przewidywaniu oczekiwań innych”. Aby był udział w magazynie sprzedany za powiedzmy 60 dolarów, kupujący musi wierzyć, że może go później sprzedać za 70 dolarów – komuś, kto wierzy, że może go sprzedać za 80 dolarów komuś, kto wierzy, że może go sprzedać za 90 dolarów komuś, kto wierzy, że może go sprzedać za 100 dolarów ktoś inny. W ten sposób wartość akcji nie jest tym, co ludzie myślą, że są warte, ale tym, co ludzie myślą, że są warte. W rzeczywistości nawet to nie zajdzie wystarczająco daleko. Jak to ujął Keynes, dokonując zasadniczego rozróżnienia między pięknem a popularnością:

Profesjonalną inwestycję można porównać do konkursów prasowych, w których uczestnicy muszą wybrać sześć najładniejszych twarzy ze stu fotografii, a nagroda zostaje przyznana temu zawodnikowi, którego wybór najbardziej odpowiada przeciętnym preferencjom wszystkich konkurentów; tak więc każdy zawodnik musi wybrać nie te twarze, które sam uważa za najładniejsze, ale te, które jego

zdaniem najprawdopodobniej przypadną do gustu innym konkurentom, z których wszyscy patrzą na problem z tego samego punktu widzenia. Nie chodzi tu o wybranie tych, które według własnego uznania są rzeczywiście najładniejsze, ani nawet tych, które przeciętna opinia rzeczywiście uważa za najpiękniejsze. Osiągnęliśmy trzeci stopień, w którym poświęcamy naszą inteligencję przewidywaniu, czego przeciętna opinia oczekuje od przeciętnej opinii. Są też tacy, jak sądzę, którzy praktykują czwarty, piąty i wyższy stopień.

Informatyka ilustruje podstawowe ograniczenia tego rodzaju rozumowania za pomocą tak zwanego „problemu zatrzymania”. Jak udowodnił Alan Turing w 1936 roku, program komputerowy nigdy nie może powiedzieć z całą pewnością, czy inny program mógłby wykonywać obliczenia w nieskończoność – chyba że symuluje działanie tego programu i w ten sposób potencjalnie wyjdzie na sam z siebie. (W związku z tym programiści nigdy nie będą mieli zautomatyzowanych narzędzi, które informowałyby ich, czy ich oprogramowanie się zawiesi). Jest to jeden z podstawowych wyników w całej informatyce, na którym opiera się wiele innych dowodów.* Krótko mówiąc, za każdym razem, gdy system jest to maszyna lub umysł – symuluje działanie czegoś tak złożonego jak on sam i stwierdza, że jego zasoby są całkowicie wyczerpane, mniej więcej z definicji. Informatycy mają określenie na tę potencjalnie niekończącą się podróż do sali luster, gdzie umysły symulują umysły symulujące umysły: „rekurencja”. „W pokerze nigdy nie rozgrywa się swojej ręki” – mówi James Bond w Casino Royale; „Grasz mężczyzną naprzeciwko”. Tak naprawdę to, co tak naprawdę grasz, to teoretycznie nieskończona rekurencja. Istnieje twoja własna ręka i ręka, którą według ciebie ma twój przeciwnik; następnie ręka, w którą wierzysz, że masz przeciwnika, i ręka, w którą wierzysz, że przeciwnik wierzy, że ją masz... i tak dalej. „Nie wiem, czy jest to termin odnoszący się do teorii gier” – mówi najwyższej oceniany pokerzysta na świecie, Dan Smith – „ale pokerzyści nazywają to „poziomowaniem”. Poziom pierwszy to „Wiem”. Drugi to „wiesz”. to wiem.” Po trzecie: „Wiem, że ty wiesz, że ja wiem”. Są sytuacje, w których po prostu pojawia się myśl: „Wow, to naprawdę głupie miejsce na blef, ale jeśli on wie, że to w głupim miejscu na blef, wtedy mnie nie sprawdzi i właśnie wtedy jest to najmądrzejszy moment na blef.” Takie rzeczy się zdarzają.” Jeden z najbardziej zapadających w pamięć blefów w pokerze na wysokim poziomie miał miejsce, gdy Tom Dwan postawił 479 500 \$ na absolutnie najgorsze możliwe rozdanie Texas Hold’Em, 2–7, dosłownie mówiąc swojemu przeciwnikowi, Sammy’emu George’owi, że go trzyma. „Nie masz dwójki-siedem” – odpowiedział George. – Nie masz dwójki-siódemki. George spasował, a Dwan – tak, z dwójką-siódemką – wziął pulę. W pokerze rekurencja jest niebezpieczną grą. Oczywiście nie chcesz dać się złapać o krok za przeciwnikiem, ale ważne jest również, aby nie wyprzedzić go zbyt daleko. „Istnieje zasada, że tak naprawdę chcesz grać tylko o jeden poziom wyżej od przeciwnika” – wyjaśnia profesjonalistka w pokera Vanessa Rousso. „Jeśli będziesz grać zbyt wysoko nad przeciwnikiem, pomyślisz, że ma on informacje, których w rzeczywistości nie ma — [i] nie będzie w stanie zebrać informacji, które chcesz, aby wyciągnął z twoich działań.” Czasami profesjonalści w pokera celowo wciągają przeciwnika w zawiłą rekurencję, podczas gdy sami grają w pokera według zasad, niepsychologicznego. Nazywa się to wabieniem ich w „wyrównującą wojnę przeciwko samym sobie”. (Zwabienie przeciwnika do bezowocnej rekurencji może być skuteczną strategią także w innych grach. Jeden z najbardziej kolorowych, dziwacznych i fascynujących epizodów w historii szachów człowiek kontra maszyna miał miejsce w 2008 r. w błyskawicznym pojedynku pomiędzy amerykańskim arcymistrzem Hikaru Nakamura i czołowy komputerowy program szachowy Rybka. W grze, w której każda ze stron ma zaledwie trzy minuty na wykonanie wszystkich swoich ruchów lub automatycznie przegrywa, przewaga z pewnością wydawała się po stronie komputera – zdolnego do oceny milionów pozycji co sekundę i wykonywania ruchu bez drgnięcia mięśnia. Jednak Nakamura natychmiast zablokował planszę i zaczął wykonywać powtarzalne, pozbawione znaczenia ruchy tak szybko, jak tylko mógł. Tymczasem komputer bezowocnie marnował cenne chwile na poszukiwanie zwycięskich wariantów, które nie t istnieje i uparcie stara się przewidzieć wszystkie możliwe przyszłe ruchy

Nakamura, który sam po prostu wykonuje szachowy odpowiednik kręcenia kciukami. Kiedy komputer prawie wyczerpał swój czas i zaczął się wymachiwać, żeby nie przegrać z czasem, Nakamura w końcu otworzył pozycję i przełamał się.) Biorąc pod uwagę niebezpieczeństwo rekurencji, jak profesjonalści pokerowi mogą się z niej wyrwać? Używają teorii gier. „Czasami możesz wymyślić powód, aby wykorzystać zagrania [wyrównujące], ale w większości przypadków robisz po prostu gorsze zagrania z powodów, które tak naprawdę są po prostu hałasem” – wyjaśnia Dan Smith. „W większości sytuacji naprawdę trudno jest uzyskać podstawowy poziom zrozumienia teorii.... Zawsze zaczynam od poznania lub próbowania dowiedzenia się, kim jest Nash”. Kim więc jest Nash?

Osiągnięcie równowagi

Znasz zasady, ja też.... Znamy tę grę i będziemy w nią grać. —RICK ASTLEY

Teoria gier obejmuje niezwykle szerokie spektrum scenariuszy współpracy i rywalizacji, ale pole zaczęło się od scenariuszy przypominających pokera heads-up: dwuosobowe zawody, w których zysk jednego gracza jest stratą drugiego. Matematycy analizując te gry starają się zidentyfikować tak zwaną równowagę, czyli zestaw strategii, które obaj gracze mogą zastosować tak, aby żaden z nich nie chciał zmieniać swojej gry, biorąc pod uwagę grę przeciwnika. Nazywa się to równowagą, ponieważ jest stabilna – żadna dalsza refleksja żadnego z graczy nie doprowadzi ich do innego wyboru. Jestem zadowolony ze swojej strategii, biorąc pod uwagę twoją, a ty jesteś zadowolony ze swojej strategii, biorąc pod uwagę moją. Na przykład w papier-kamień-nożyce równowaga każe nam, być może niezbyt ekscytująco, wybrać jeden z tytułowych gestów dłoni całkowicie losowo, każdy mniej więcej w jednej trzeciej przypadków. Tym, co czyni tę równowagę stabilną, jest to, że gdy obaj gracze przyjmą strategię $1/3 - 1/3 - 1/3$, dla żadnego z nich nie będzie nic lepszego do zrobienia niż trzymanie się jej. (Gdybyśmy próbowali grać, powiedzmy, więcej kamienia, nasz przeciwnik szybko by to zauważył i zaczął grać więcej papieru, co zmusiłoby nas do grania większą liczbą nożyczek i tak dalej, aż oboje ustawiliśmy się w $1/3 - 1/3 - 1/3$ W jednym z przełomowych wyników teorii gier matematyk John Nash udowodnił w 1951 r., że w każdej grze dwuosobowej istnieje co najmniej jedna równowaga. To ważne odkrycie przyniosło Nashowi Nagrodę Nobla w dziedzinie ekonomii w 1994 r. (i doprowadziło do powstania książki i filmu Piękny umysł o życiu Nasha). Taka równowaga jest obecnie często spotykana nazywana „równowagą Nasha” – „równowagą Nasha”, którą Dan Smith zawsze stara się śledzić. Na pierwszy rzut oka fakt, że w grach dwuosobowych zawsze istnieje równowaga Nasha, wydaje się przynosić nam pewną ulgę od rekurencji zwierciadlanych sal, które charakteryzują pokera i wiele innych znanych zawodów. Kiedy czujemy, że wpadamy w rekursywną króliczą norę, zawsze mamy możliwość wyjścia z głowy przeciwnika i poszukiwania równowagi, przejście od razu do najlepszej strategii, zakładającej racjonalną grę. W grze papier-kamień-nożyce przyglądanie się twarzy przeciwnika pod kątem oznak tego, co może rzucić w następnej kolejności, może nie być opłacalne, jeśli wiesz, że po prostu losowy rzut jest strategią nie do pokonania na dłuższą metę. Mówiąc bardziej ogólnie, równowaga Nasha pozwala przewidzieć stabilny długoterminowy wynik dowolnego zestawu zasad lub zachęt. Jako taki stanowi nieocenione narzędzie zarówno do przewidywania, jak i kształtowania polityki gospodarczej, a także polityki społecznej w ogóle. Jak to ujął ekonomista, laureat Nagrody Nobla, Roger Myerson, równowaga Nasha „wywarła fundamentalny i wszechobecny wpływ na ekonomię i nauki społeczne, porównywalny z odkryciem podwójnej helisy DNA w naukach biologicznych”. Informatyka jednak skomplikowała tę historię. Mówiąc najogólniej, przedmiotem badań matematyki jest prawda; przedmiotem badań w informatyce jest złożoność. Jak widzieliśmy, nie wystarczy, że problem ma rozwiązanie, jeśli jest on niemożliwy do rozwiązania. W kontekście teorii gier wiedza o istnieniu równowagi tak naprawdę nie mówi nam, czym ona jest ani jak ją osiągnąć. Jak pisze Christos Papadimitriou, informatyk z Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, teoria gier „przewiduje zachowanie agentów w stanie równowagi zazwyczaj bez względu na sposób, w jaki taki stan zostanie

osiągnięty – a jest to kwestia, która będzie głównym przedmiotem zainteresowania informatyków”. Tim Roughgarden ze Stanforda powtarza, że nie jest usatysfakcjonowany dowodem Nasha na to, że równowagi zawsze istnieją. „No dobrze” – mówi – „ale jesteście informatykami, prawda? Daj nam coś, czego możemy użyć. Nie mów mi tylko, że tam jest; powiedz mi, jak to znaleźć. I tak pierwotna dziedzina teorii gier zrodziła algorytmiczną teorię gier – to znaczy badanie teoretycznie idealnych strategii gier stało się badaniem tego, w jaki sposób maszyny (i ludzie) wymyślają strategie gier. Jak się okazuje, zadawanie zbyt wielu pytań na temat równowagi Nasha szybko wpada w kłopoty obliczeniowe. Pod koniec XX wieku okazało się, że ustalenie, czy gra ma więcej niż jedną równowagę, równowagę zapewniającą graczowi określoną wypłatę lub równowagę wymagającą podjęcia określonego działania, okazało się problemem nierozwiązywalnym. Następnie, w latach 2005–2008, Papadimitriou i jego współpracownicy udowodnili, że samo znalezienie równowagi Nasha również jest trudne. W prostych grach, takich jak kamień, papier, nożyce, równowagę widać na pierwszy rzut oka, ale w grach o złożoności w świecie rzeczywistym jest teraz jasne, że nie można zakładać za pewnik, że uczestnicy będą w stanie odkryć lub osiągnąć równowagę w grze. To z kolei oznacza, że twórcy gry niekoniecznie mogą wykorzystać równowagę do przewidzenia zachowania graczy. Konsekwencje tego otrzeźwiającego wyniku są głębokie: równowagi Nasha zajmują święte miejsce w teorii ekonomii jako sposób modelowania i przewidywania zachowań rynkowych, ale miejsce to może nie być zasłużone. Jak wyjaśnia Papadimitriou: „Jeśli koncepcji równowagi nie da się efektywnie obliczyć, traci się znaczną część jej wiarygodności jako przewidywania zachowania racjonalnych podmiotów”. Scott Aaronson z MIT zgadza się z tym. „Moim zdaniem” – mówi – „jeśli twierdzenie o istnieniu równowag Nasha zostanie uznane za istotne w debatach na temat (powiedzmy) wolnego rynku w porównaniu z interwencją rządu, to twierdzenie, że znalezienie tych równowag jest [nie do rozwiązania] również powinno zostać uznane za istotne”. Zdolność przewidywania równowag Nasha ma znaczenie tylko wtedy, gdy gracze rzeczywiście mogą je znaleźć. Cytując byłego dyrektora ds. badań eBay, Kamala Jaina: „Jeśli Twój laptop nie może go znaleźć, rynek też nie”.

Strategie dominujące, na dobre i na złe

Nawet jeśli uda nam się osiągnąć równowagę, samo to, że jest stabilna, nie oznacza, że będzie dobra. Może się to wydawać paradoksalne, ale strategia równowagi – w której żaden z graczy nie chce zmienić taktyki – niekoniecznie jest strategią, która prowadzi do najlepszych wyników dla graczy. Nigdzie nie jest to lepiej zilustrowane niż w najstłonnejszej, prowokacyjnej i kontrowersyjnej grze dla dwóch graczy w teorii gier: „dylemacie więźnia”. Dylemat więźnia działa w następujący sposób. Wyobraź sobie, że ty i twój współspiskowiec zostaliście aresztowani po napadzie na bank i przetrzymywani w oddzielnych celach. Teraz musicie zdecydować, czy „współpracować” ze sobą – pozostając milczącym i do niczego się nie przyznawać – lub „odstąpić” od partnerstwa, donosząc na policję. Wiesz, że jeśli oboje będziecie ze sobą współpracować i będziecie milczeć, państwo nie będzie miało wystarczających dowodów, aby skazać któregokolwiek z was, więc oboje wyjdziecie na wolność, dzieląc się łupem – powiedzmy po pół miliona dolarów każdy. Jeżeli jedno z Was złamie się i doniesie na drugiego, a drugie nic nie powie, informator wyjdzie na wolność i dostanie cały milion dolarów, zaś milczący zostanie uznany winnym jako jedyny sprawca przestępstwa i otrzyma 10 lat więzienia. Jeśli oboje doniesiecie na siebie nawzajem, podzielicie się winą i podzielicie się wyrokiem: po pięć lat każdy. Oto problem. Bez względu na to, co zrobi twój współnik, zawsze lepiej dla ciebie będzie odejść. Jeśli twój współnik cię wydał, wydanie ich po kolei zwróci ci pięć lat życia – zamiast odsadywać całość samodzielnie, otrzymasz wspólny wyrok (pięć lat), (dziesięć lat). A jeśli twój współnik będzie milczał, wydanie go zapewni ci pełny milion dolarów – nie będziesz musiał go dzielić. Bez względu na wszystko, zawsze lepiej jest odejść niż współpracować, niezależnie od decyzji twojego współnika. Postępowanie inaczej zawsze sprawi, że będziesz w gorszej sytuacji, bez względu na wszystko. W rzeczywistości oznacza to, że dezercja jest nie tylko strategią równowagi, ale tak zwaną strategią dominującą. Strategia dominująca

całkowicie pozwala uniknąć rekurencji, będąc najlepszą reakcją na wszystkie możliwe strategie przeciwnika — więc nie musisz nawet zawracać sobie głowy dotarciem do jego głowy. Strategia dominująca to potężna rzecz. Ale teraz dotarliśmy do paradoksu. Jeśli wszyscy postąpią racjonalnie i zastosują dominującą strategię, historia zakończy się w momencie, gdy oboje odsiedzicie pięć lat ciężkiego więzienia, co w porównaniu z wolnością i fajnymi pół milionami na osobę jest dramatycznie gorsze dla wszystkich zaangażowanych. Jak to się mogło stać? Okazało się to jednym z głównych odkryć tradycyjnej teorii gier: równowaga dla grupy graczy, z których każdy działa racjonalnie we własnym interesie, może nie być wynikiem, który jest dla nich faktycznie najlepszy. Algorytmiczna teoria gier, zgodnie z zasadami informatyki, przyjęła tę wiedzę i określiła ją ilościowo, tworząc miarę zwaną „ceną anarchii”. Cena anarchii mierzy różnicę pomiędzy współpracą (centralnie zaprojektowane lub skoordynowane rozwiązanie) a konkurencją (gdzie każdy uczestnik niezależnie stara się zmaksymalizować dla siebie wynik). W grze takiej jak dylemat więźnia cena ta jest w rzeczywistości nieskończona: zwiększenie kwoty gotówki, o którą chodzi i wydłużenie kary więzienia, może sprawić, że różnica między możliwymi wynikami będzie dowolnie duża, nawet jeśli dominująca strategia pozostanie taka sama. Nie ma ograniczeń co do tego, jak bolesne mogą być dla graczy rzeczy, jeśli nie będą koordynować. Ale w innych grach, jak odkryliby teoretycy gier algorytmicznych, cena anarchii nie jest aż tak wysoka. Weźmy na przykład pod uwagę ruch. Niezależnie od tego, czy są to indywidualni ludzie dojeżdżający do pracy, próbujący przedrzeć się przez codzienny tłok, czy routery przerzucające pakiety TCP w Internecie, wszyscy w systemie chcą po prostu tego, co jest dla nich najłatwiejsze. Kierowcy chcą po prostu wybrać najszybszą trasę, jakkolwiek ona jest, a routery po prostu chcą przetasować swoje pakiety przy minimalnym wysiłku – ale w obu przypadkach może to skutkować przepełnieniem na krytycznych ścieżkach, tworząc zatory, które szkodzą wszystkim. Ile jednak szkody? Co zaskakujące, Tim Roughgarden i Éva Tardos z Cornell udowodnili w 2002 roku, że podejście polegające na „samolubnym kierowaniu” ma cenę anarchii wynoszącą zaledwie 4/3. Oznacza to, że zasada „każdy na każdego” jest tylko o 33% gorsza od doskonałej koordynacji odgórnej. Praca Roughgarden i Tardos ma głębokie implikacje zarówno dla planowania urbanistycznego ruchu fizycznego, jak i infrastruktury sieciowej. Niska cena anarchii za samolubne trasowanie może na przykład wyjaśniać, dlaczego Internet działa tak dobrze bez żadnego centralnego organu zarządzającego routowaniem poszczególnych pakietów. Nawet gdyby taka koordynacja była możliwa, nie wniosłaby wiele. Jeśli chodzi o handel ludźmi, niska cena anarchii działa w obie strony. Dobra wiadomość jest taka, że brak scentralizowanej koordynacji utrudnia dojazdy do pracy co najwyżej tylko o 33%. Z drugiej strony, jeśli masz nadzieję, że połączone w sieć, autonomiczne samochody autonomiczne przyniosą nam przyszłość utopii ruchu drogowego, przygnębiająca może być informacja, że dzisiejsi samolubni, nieskoordynowani kierowcy są już całkiem bliscy ideału. Prawdą jest, że samochody autonomiczne powinny zmniejszyć liczbę wypadków drogowych i być może będą mogły jechać bliżej siebie, co przyspieszyłoby ruch. Jednak z punktu widzenia zatłoczenia fakt, że w anarchii jest tylko 4/3 tak zatłoczonych pojazdów, jak doskonała koordynacja, oznacza, że doskonale skoordynowane dojazdy do pracy będą tylko o 3/4 tak zatłoczone jak obecnie. Przypomina to trochę słynne zdanie Jamesa Brancha Cabella: „Optymista głosi, że żyjemy w najlepszym z możliwych światów; a pesymista obawia się, że to prawda. Zatory zawsze będą problemem możliwym do rozwiązania bardziej przez planistów i ogólne zapotrzebowanie niż decyzje poszczególnych kierowców, ludzi lub komputerów, samolubnych lub współpracujących. Ilościowe określenie ceny anarchii zapewniło tej dziedzinie konkretny i rygorystyczny sposób oceny zalet i wad zdecentralizowanych systemów, co ma szerokie implikacje w dowolnej liczbie dziedzin, w których ludzie angażują się w rozgrywkę (niezależnie od tego, czy są tego świadomi, czy nie). Niska cena anarchii oznacza, że system, na dobre i na złe, sam w sobie jest mniej więcej tak dobry, jak byłby, gdyby był starannie zarządzany. Z drugiej strony wysoka cena anarchii oznacza, że wszystko może ułożyć się dobrze, jeśli zostanie starannie skoordynowane,

ale bez jakiejś formy interwencji grozi nam katastrofa. Dylemat więźnia należy niewątpliwie do tego drugiego rodzaju. Niestety, podobnie jest z wieloma najważniejszymi grami, w jakie musi grać świat.

Tragedia Izby Gmin

W 1968 roku ekolog Garrett Hardin podjął dylemat więźnia dla dwóch graczy i wyobraził sobie, że można go rozszerzyć tak, aby zaangażował wszystkich członków wioski rolniczej. Hardin zaprosił swoich czytelników, aby wyobrazili sobie „wspólny teren” publicznego trawnika, na którym może wypasać bydło każdego człowieka, ale o ograniczonej pojemności. Teoretycznie wszyscy mieszkańcy powinni wypasać tylko tyle zwierząt, ile pozostawiłoby trochę trawy dla wszystkich. W praktyce jednak korzyści z wypasu nieco większej ilości przypadają bezpośrednio na ciebie, podczas gdy szkody wydają się zbyt małe, aby mieć jakiegokolwiek konsekwencje. Jeśli jednak wszyscy postąpią zgodnie z tą logiką korzystania z dóbr wspólnych nieco więcej, niż powinni, dojdzie do straszliwej równowagi: całkowicie zdevastowany trawnik, a następnie brak trawy dla niczych zwierząt gospodarskich. Hardin nazwał to „tragedią dobra wspólnego” i stało się to jedną z głównych soczewek, przez które ekonomiści, politolodzy i ruch ekologiczny postrzegają kryzysy ekologiczne na dużą skalę, takie jak zanieczyszczenie i zmiany klimatyczne. „Kiedy byłem dzieckiem, istniała benzyna ołowiowa” – mówi Avrim Blum, informatyk i teoretyk gier z Carnegie Mellon. „Ołów był o dziesięć centów tańszy czy coś, ale zanieczyszcza środowisko.... Biorąc pod uwagę to, co robią wszyscy inni, o ile w rzeczywistości jesteś gorszy osobiście [pod względem zdrowotnym], jeśli tankujesz benzynę ołowiową we własnym samochodzie? Nie tak dużo gorzej. To dylemat więźnia.” To samo dotyczy szczebla korporacyjnego i krajowego. Niedawny nagłówek gazety zwięźle ujął tę kwestię: „Stabilny klimat wymaga, aby większość paliw kopalnych pozostała w ziemi, ale czyje?” Każdej korporacji (i w pewnym stopniu każdemu narodowi) lepiej jest zachować się nieco bardziej lekkomyślnie niż inne firmy w imię przewagi konkurencyjnej. Jeśli jednak wszyscy postąpią bardziej lekkomyślnie, doprowadzi to do spustoszenia Ziemi, a wszystko na nic: dla nikogo nie będzie żadnej korzyści ekonomicznej w porównaniu z tym, od czego zaczęli. Logika tego typu gier jest tak wszechobecna, że nie musimy nawet patrzeć na złe uczynki, żeby zobaczyć, jak wpada w szaf. Z czystym sumieniem równie łatwo możemy wpaść w straszliwą równowagę. Jak? Nie szukaj dalej niż polityka urlopową Twojej firmy. W Ameryce ludzie pracują najdłużej na świecie; jak to ujął The Economist, „nigdzie wartość pracy nie jest wyższa, a wartość wypoczynku mniejsza”. Niewiele przepisów nakazuje pracodawcom zapewnianie czasu wolnego i nawet jeśli amerykańscy pracownicy dostaną urlop, nie korzystają z niego. Niedawne badanie wykazało, że przeciętny pracownik wykorzystuje tylko połowę przysługujących mu dni urlopu, a oszałamiające 15% w ogóle nie korzysta z urlopu. W chwili obecnej Bay Area (gdzie mieszkamy we dwoje) próbuje zaradzić temu opłakanemu stanowi rzeczy, przechodząc radykalną zmianę paradygmatu, jeśli chodzi o politykę urlopową – zmianę, która ma bardzo dobre intencje i całkowicie, apokaliptycznie stracony. Założenie brzmi dość niewinnie: zamiast odmierzać trochę ustaloną dowolną liczbę dni dla każdego pracownika, a następnie marnując roboczogodziny działu HR na upewnianie się, że nikt nie przekroczy limitu, dlaczego po prostu nie zwolnić swoich pracowników? Dlaczego po prostu nie pozwolić im na nieograniczone wakacje? Jak dotąd anegdotyczne doniesienia są mieszane, ale z punktu widzenia teorii gier takie podejście jest koszmarem. Teoretycznie wszyscy pracownicy chcą wykorzystać jak najwięcej urlopu. Ale wszyscy chcą też mieć nieco mniej urlopu niż inni, aby być postrzegani jako bardziej lojalni, bardziej zaangażowani i oddani (a tym samym bardziej zasługujący na awans). Każdy patrzy na innych w poszukiwaniu linii bazowej i zajmie trochę mniej. Równowaga Nasha w tej grze wynosi zero. Jak pisze dyrektor generalny firmy programistycznej Travis CI, Mathias Meyer: „Ludzie będą się wahać przed wzięciem urlopu, ponieważ nie chcą wyglądać jak osoba, która wykorzystuje najwięcej dni urlopu. To wyścig w dół.” To jest tragedia wspólnego pastwiska w całej okazałości. I pomiędzy firmami jest tak samo źle, jak i wewnątrz nich. Wyobraź sobie dwóch sklepikarzy w małym miasteczku. Każdy z nich może wybrać, czy będzie otwarty przez siedem dni w tygodniu, czy

będzie otwarty tylko przez sześć dni w tygodniu, korzystając z niedzieli wolnej, aby odpocząć z przyjaciółmi i rodziną. Jeśli oboje wezmą dzień wolny, zachowają swój dotychczasowy udział w rynku i będą mniej stresować. Jeśli jednak jeden sklepikarz zdecyduje się otwierać swój sklep siedem dni w tygodniu, przyciągnie dodatkowych klientów, odbierając ich konkurentowi i zagrażając jego źródłom utrzymania. Równowaga Nasha ponownie zakłada, że wszyscy pracują przez cały czas. Ta właśnie kwestia stała się punktem zapalnym w Stanach Zjednoczonych w okresie świątecznym 2014 r., gdy detalista za sprzedawcą, nie chcąc oddawać udziału w rynku konkurentom, którzy wyprzedzali typowy poświąteczny ruch zakupowy, pogrążył się w kiepskiej równowadze. „Sklepy otwierają się wcześniej niż kiedykolwiek wcześniej” – podaje International Business Times. Macy’s, podobnie jak Target, zdecydował się na otwarcie dwie godziny wcześniej niż rok wcześniej. Ze swojej strony Kmart został otwarty o 6:00 rano w Święto Dziękczynienia i był otwarty nieprzerwanie przez czterdzieści dwie godziny. Co zatem my, gracze, możemy zrobić, gdy znajdziemy się w takiej sytuacji – albo dylemat dwupartyjnego więźnia, albo wielopartyjna tragedia dobra wspólnego? W pewnym sensie nic. Sama stabilność tych złych równowag, to, co je powoduje, staje się potępiona. Ogólnie rzecz biorąc, nie możemy zmienić dominujących strategii od wewnątrz. Nie oznacza to jednak, że złej równowagi nie da się naprawić. Oznacza to po prostu, że rozwiązanie będzie musiało przyjść skądś indziej

Projekt mechanizmu: zmień grę

Nie nienawidź gracza, nienawidź gry. -MROŻONA HERBATA

Nigdy więcej nie opowiadaj się po żadnej stronie przeciwko rodzinie – nigdy. -OJCIEC CHRZESTNY

Dylemat więźnia był centralnym punktem debat i kontrowersji od pokoleń na temat natury ludzkiej współpracy, ale Ken Binmore, teoretyk gier z University College London, uważa przynajmniej część tych kontrowersji za błędne. Jak twierdzi, „po prostu błędne jest twierdzenie, że Dylemat Więźnia ujmuje to, co istotne w kontekście współpracy międzyludzkiej. Wręcz przeciwnie, przedstawia sytuację, w której kości są tak obciążone, jak to tylko możliwe, przeciw pojawieniu się współpracy. Cóż, jeśli reguły gry wymuszają złą strategię, może nie powinniśmy próbować zmieniać strategii. Może powinniśmy spróbować zmienić grę. To prowadzi nas do gałęzi teorii gier znanej jako „projektowanie mechanizmów”. Podczas gdy teoria gier pyta, jakie zachowanie pojawi się przy danym zestawie reguł, projekt mechanizmu (czasami nazywanym „teoria odwróconych gier”) działa w innym kierunku, zadając pytanie: jakie reguły zapewnią nam zachowanie, które chcemy zobaczyć? A jeśli odkrycia teorii gier – takie jak fakt, że strategia równowagi może być racjonalna dla każdego gracza, ale zła dla wszystkich – okazały się sprzeczne z intuicją, odkrycia dotyczące konstrukcji mechanizmów są tym bardziej widoczne. Wróćmy razem z tobą i twoim współpiskowcem, który napadał na banki, do celi więziennej, aby raz jeszcze przyjrzeć się dylematowi więźnia, z jednym istotnym dodatkiem: Ojciec Chrzestny. Teraz ty i twój towarzysz złodziej jesteście członkami syndykatu przestępczego, a don dał jasno do zrozumienia, że każdy informator będzie sypiał z rybami. Ta zmiana wypłat w grze powoduje ograniczenie działań, które możesz podjąć, ale jak na ironię, znacznie zwiększa prawdopodobieństwo, że wszystko zakończy się dobrze, zarówno dla Ciebie, jak i Twojego partnera. Ponieważ ucieczka jest teraz mniej atrakcyjna (delikatnie mówiąc), obaj więźniowie zostają nakłonieni do współpracy i obaj z pewnością wyjdą pół miliona dolarów bogatsi. Minus, oczywiście, nominalna dziesięcina dla don. Przeciwną do intuicji i potężną rzeczą jest to, że możemy pogorszyć każdy wynik – śmierć z jednej strony, podatki z drugiej – a jednocześnie poprawić życie wszystkich, zmieniając równowagę. Dla właścicieli sklepów w małych miasteczkach ustny rozejm pozwalający na wzięcie wolnego w niedziele byłby niestabilny: gdy tylko któryś ze sklepów potrzebowałby dodatkowej gotówki, byłby skłonny go złamać, co skłoniłoby drugiego do rozpoczęcia pracy również w niedziele, aby nie stracić udziału w rynku. To postawiłoby ich z powrotem w złej równowadze, gdzie dostają to, co najgorsze z obu światów – są wyczerpani i nie mają przez to żadnej przewagi konkurencyjnej. Mogą jednak działać jak ich własny

don, podpisując prawnie wiążącą umowę, zgodnie z którą, powiedzmy, wszelkie dochody zarobione przez którykolwiek sklep w niedzielę będą przekazywane drugiemu sklepowi. Pogarszając niezadowolającą równowagę, stworzyliby nową, lepszą. Z drugiej strony zmiana wypłat w grze, która nie zmienia równowagi, będzie zazwyczaj miała znacznie mniejszy efekt niż pożądany. Dyrektor generalny firmy programistycznej Evernote, Phil Libin, trafił na pierwsze strony gazet z polityką oferowania pracownikom Evernote tysiąca dolarów w gotówce za wzięcie urlopu. Brzmi to jak rozsądne podejście do zachęcania większej liczby pracowników do wzięcia urlopu, ale z punktu widzenia teorii gier jest w rzeczywistości błędne. Na przykład zwiększanie ilości gotówki na stole w przypadku dylematu więźnia mija się z celem: zmiana nie powoduje niczego, co mogłoby zmienić złą równowagę. Jeśli napad na milion dolarów zakończy się wtrąceniem obu złodziei do więzienia, to samo stanie się w przypadku napadu na dziesięć milionów dolarów. Problem nie polega na tym, że wakacje nie są atrakcyjne; problem polega na tym, że każdy chce mieć nieco mniej wakacji niż ich rówieśnicy, tworząc grę, której jedyną równowagą jest brak wakacji. Tysiąc dolców osładza transakcję, ale nie zmienia zasady gry – która polega na wzięciu jak najdłuższego urlopu, a jednocześnie bycia postrzeganym jako nieco bardziej lojalny od następnego faceta lub dziewczyny, w związku z czym uzyskanie od nich podwyżki lub awansu jest wart wiele tysięcy dolarów. Czy to oznacza, że Libin musi oferować dziesiątki tysięcy dolarów na pracownika za urlop? Nie. Konstrukcja mechanizmu mówi nam, że Libin może pozyskać zadowolonych pracowników kijem, a nie marchewką; może uzyskać lepszą równowagę, nie wydając ani grosza. Mógłby na przykład po prostu wprowadzić obowiązkowy określony minimalny wymiar urlopu. Jeśli nie może zmienić wyścigu, nadal może zmienić dno. Projekt mechanizmu stanowi mocny argument na rzecz potrzeby istnienia projektanta – niezależnie od tego, czy będzie to dyrektor generalny, umowa wiążąca wszystkie strony, czy don, który narzuca omertę za pomocą udławionej tętnicy szyjnej. Komisarz ligowy też jest tego rodzaju projektantem. Wyobraź sobie, jak żałosny byłby widok NBA, gdyby nie było meczów jako takich, a drużyny mogłyby po prostu zdobywać punkty dosłownie w dowolnym momencie pomiędzy początkiem a końcem sezonu: o 3:00 w niedzielę, w południe w Boże Narodzenie, nazwij to. To, co zobaczyłbyś, to wynędzniałych, trupich graczy, pogrążonych w skrajnych niedoborach snu, zmuszających do czujności za pomocą chemicznych środków pobudzających, prawie tracących zmysły. Wojna jest taka. Z drugiej strony nawet na Wall Street, bezwzględni, bezwzględni kapitaliści handlujący co do mikrosekundy w „mieście, które nigdy nie śpi”, codziennie o 16:00 dochodzi do zawieszenia broni. ostry, tak aby brokerzy mogli spać każdej nocy o przewidywalnych godzinach, nie wpadając w zasadzkę ze strony konkurentów dążących do bezsennej równowagi. W tym sensie giełda jest bardziej sportem niż wojną. Zwiększenie skali tej logiki skutkuje potężnym argumentem na rzecz roli rządu. Faktycznie, wiele rządów ma przepisy regulujące księgi, które nakładają obowiązek minimalnego urlopu i ograniczają godziny pracy sklepów. I choć Stany Zjednoczone są jednym z niewielu krajów rozwiniętych, w którym nie obowiązują federalne wymagania dotyczące płatnego urlopu, w Massachusetts, Maine i Rhode Island obowiązują zakazy handlu związane ze Świętem Dziękczynienia na poziomie stanowym. Takie przepisy często wywodzą się z epoki kolonialnej i początkowo miały charakter religijny. Rzeczywiście, sama religia zapewnia bardzo bezpośredni sposób modyfikowania struktury tego rodzaju gier. W szczególności prawo religijne, takie jak „Pamiętaj o dniu szabat”, sprawnie rozwiązuje problem, przed którym stoją właściciele sklepów, niezależnie od tego, czy jest egzekwowany przez wszechmocnego Boga, czy przez najbliższych członków wspólnoty religijnej. Dodanie boskiej mocy do nakazów zakazujących innym rodzajom zachowań społecznych, takich jak morderstwo, cudzołóstwo i kradzież, jest również sposobem na rozwiązanie niektórych problemów związanych z teorią gier, związanych z życiem w grupie społecznej. Tak się składa, że Bóg jest pod tym względem nawet lepszy od rządu, gdyż wszechwiedza i wszechmoc dają szczególnie silną gwarancję, że podjęcie złych działań będzie miało tragiczne konsekwencje. Okazuje się, że nie ma Ojca Chrześnego takiego jak Bóg Ojciec. Religia wydaje się czymś, o czym rzadko mówi informatyk; w rzeczywistości jest to dosłownie temat książki

zatytułowanej Rzeczy, o których rzadko mówi informatyk. Jednak poprzez zmniejszenie liczby opcji, którymi dysponują ludzie, ograniczenia behawioralne, takie jak narzucane przez religię, nie tylko sprawiają, że pewne rodzaje decyzji stają się mniej wymagające obliczeniowo, ale mogą również przynieść lepsze wyniki.

Projekt mechanizmu według ewolucji

Jakkolwiek samolubny może być człowiek, najwyraźniej w jego naturze są pewne zasady, które interesują go szczęście innych i czynią ich szczęście niezbędnym dla niego, choć nie czerpie z tego niczego poza przyjemnością oglądania go. —ADAM SMITH, TEORIA sentymentów moralnych

Serce ma swoje racje, o których rozum nie ma pojęcia.

-BLAISE PASCAL

Sekwoje kalifornijskie to jedne z najstarszych i najbardziej majestatycznych żywych stworzeń na naszej planecie. Jednak z punktu widzenia teorii gier są one czymś w rodzaju tragedii. Jedynym powodem, dla którego są tak wysokie, jest to, że starają się być wyżsi od siebie nawzajem – do tego stopnia, że szkody wynikające z nadmiernego wyprostowania są w końcu jeszcze większe niż szkody wynikające z zacienienia. Jak to ujął Richard Dawkins,

Baldachim można uważać za podniebną łąkę, podobnie jak pofałdowaną prerię trawiastą, ale wzniesioną na palach. Korony drzew gromadzą energię słoneczną w mniej więcej takim samym tempie, jak łąki. Jednak znaczna część energii jest „marnowana” poprzez wprowadzanie jej bezpośrednio na szczudła, które nie robią nic bardziej użytecznego niż wyniesienie „łąki” wysoko w powietrze, gdzie zbiera dokładnie taki sam zbiór fotonów, jak przy znacznie niższym koszcie – gdyby został ułożony płasko na ziemi.

Gdyby las mógł w jakiś sposób zgodzić się na swego rodzaju rozejm, ekosystem mógłby cieszyć się bogactwem fotosyntezy bez marnowania tego przez wyścig zbrojeń zajmujących się pozyskiwaniem drewna. Ale jak widzieliśmy, dobre wyniki w tych scenariuszach zwykle pojawiają się tylko w kontekście autorytetu spoza gry – kogoś, kto zmienia wyplaty od góry do dołu. Wydawałoby się zatem, że w naturze po prostu nie ma sposobu na ustanowienie dobrej równowagi między jednostkami. Z drugiej strony, jeśli współpraca rzeczywiście prowadzi do lepszych wyników w niektórych grach, wówczas można by się spodziewać, że gatunki nastawione na współpracę zwyciężyłyby ewolucyjnie. Ale skąd w takim razie wzięłaby się współpraca, gdyby była racjonalna tylko na poziomie grupy, a nie jednostki? Być może musiałoby to wynikać z czegoś, czego jednostki nie mogą całkowicie kontrolować. Na przykład coś takiego jak emocje. Rozważmy dwa pozornie niezwiązane ze sobą scenariusze: (1) Mężczyzna kupuje odkurzacz, który po kilku tygodniach psuje się, a on spędza dziesięć minut w Internecie, zostawiając mściwą recenzję. (2) Kobieta robiąca zakupy w sklepie spożywczym zauważa, że ktoś kradnie portfel starszemu mężczyźnie i pędzi do drzwi; atakuje złodzieja i wrywa portfel. Choć ten drugi bohater wydaje się wyraźnie bohaterski, a pierwszy jedynie zły, to tym, co łączy te winiety – choć w zupełnie inny sposób – jest mimowolna bezinteresowność. Niezadowolony konsument nie stara się o wymianę odkurzacza ani zwrot pieniędzy; pragnie wysoce pośredniego rodzaju zemsty, dzięki któremu – w racjonalnym, opartym na teorii gier sensie – może zyskać niewiele poza złośliwą satysfakcją z napisania samej recenzji. W sklepie spożywczym bohaterska kobieta wymierza sprawiedliwość za ogromną cenę osobistą; ryzykuje obrażenia, a nawet śmierć, aby zwrócić, powiedzmy, 40 dolarów mężczyźnie, który jest dla niej zupełnie obcy. Nawet gdyby chciała pomóc, mogła po prostu wyciągnąć z własnej kieszeni dwie dwudziestki i dać mu, nie ryzykując podróży na ostry dyżur! W tym sensie obaj bohaterowie zachowują się irracjonalnie. Z drugiej strony ich działania są dobre dla ich społeczeństwa: wszyscy chcemy żyć w świecie, w którym kradzież kieszonkowa się nie

popłaca i w którym firmy sprzedające produkty niskiej jakości cieszą się złą reputacją. Być może dla każdego z nas indywidualnie byłoby lepiej, gdyby był osobą, która zawsze potrafi podjąć oderwaną, wyrachowaną decyzję we własnym interesie, nie chcąc tracić czasu na wściekanie się nad utraconymi kosztami, nie mówiąc już o utracie zęba powyżej 40 dolarów. Ale dla nas wszystkich byłoby lepiej, gdyby żyliśmy w społeczeństwie, w którym takie buntownicze postawy są powszechne. Co więc takiego zadziało w tych ludziach pod nieobecność zewnętrznego autorytetu, że przełamali egoistyczną równowagę? Po pierwsze, złość. Niezależnie od tego, czy wywołane jest tandetnym interesem, czy drobnym złodziejaskiem, oburzenie może przeważać nad racjonalnością. W takich przypadkach może się zdarzyć, że ręka ewolucji dokonała tego, do czego w przeciwnym razie potrzebowałby autorytetu spoza gry. Natura jest pełna przykładów porwań jednostek, aby służyły celom innego gatunku. Na przykład przywra lancetowata (*Dicrocoelium dendriticum*) to pasożyt, który sprawia, że mrówki celowo wspinają się na wierzchołki źdźbeł trawy, aby zostać zjedzone przez owce – ulubionego żywiciela przywry lancetowatej. Podobnie pasożyt *Toxoplasma gondii* powoduje, że myszy trwale tracą strach przed kotami, co daje podobne skutki. Emocją, zarówno dla zgorzkniałego, mściwego konsumenta, jak i dla bohatera sklepu wielobranżowego, jest to, że nasz własny gatunek przejmuje na minutę kontrolę. „Moralność jest instynktem stadnym jednostki” – napisał Nietzsche. Parafrazując, możemy zaryzykować stwierdzenie, że emocja jest mechanizmem konstrukcyjnym gatunku. Właśnie dlatego, że uczucia są mimowolne aby umożliwiać zawieranie umów, które nie wymagają egzekwowania z zewnątrz. Zemsta prawie nigdy nie wychodzi na korzyść tego, kto jej szuka, a jednak ktoś, kto zareaguje z „irracjonalną” gwałtownością na to, że został wykorzystany, ma z tego powodu większe szanse na uczciwy układ. Jak ujął to ekonomista z Cornell, Robert Frank: „Jeśli ludzie oczekują od nas irracjonalnej reakcji na kradzież naszej własności, rzadko będziemy musieli to robić, ponieważ kradzież jej nie będzie w ich interesie. Skłonność do irracjonalnego reagowania przydaje się tutaj znacznie lepiej niż kierowanie się wyłącznie materialnym interesem”.

(Aby nie myśleć, że cywilizowani współcześni ludzie mają umowy prawne i rządy prawa zamiast zemsty, pamiętajcie, że pozywanie lub ściganie kogoś często wiąże się z większym wysiłkiem i cierpieniem, niż ofiara może kiedykolwiek liczyć na materialne odzyskanie zdrowia. Pozwy są środkiem do samoobrony -niszczycielski odwet w rozwiniętym społeczeństwie, a nie substytut.) Jeśli chodzi o gniew, to także współczucie i poczucie winy – i miłość. Choć może to zabrzmieć dziwnie, dylemat więźnia może nam również wiele powiedzieć na temat małżeństwa. W naszej dyskusji na temat problemów z optymalnym zatrzymaniem, takich jak problem sekretarki, w rozdziale 1, spojrzeliśmy zarówno na randki, jak i poszukiwanie mieszkania jako przypadki, w których musimy podjąć zobowiązanie, mając na uwadze możliwe, jeszcze niewidziane opcje na przyszłość. Jednak zarówno w miłości, jak i w mieszkalnictwie wciąż mamy do czynienia z większą liczbą opcji, nawet po podjęciu optymalnej decyzji o zatrzymaniu – dlaczego więc nie być gotowi do skoku na statek? Oczywiście świadomość, że druga strona (czy to małżonek, czy wynajmujący) jest z kolei gotowa do zmiany umowy, uniemożliwiłaby wiele długoterminowych inwestycji (posiadanie wspólnych dzieci lub mozolne przeprowadzki), które czynią te umowy opłacalnymi. W obu przypadkach ten tak zwany problem zobowiązań można przynajmniej częściowo rozwiązać w drodze umowy. Jednak teoria gier sugeruje, że w przypadku randek dobrowolne więzy prawne są mniej istotne dla trwałego partnerstwa niż same mimowolne więzy miłości. Jak to ujął Robert Frank: „Obawa, że ludzie opuszczą związek, bo później może stać się to dla nich racjonalne, zostanie w dużej mierze wymazana, jeśli nie wiąże ich przede wszystkim racjonalna ocena”. On tłumaczy:

Tak, ludzie szukają obiektywnych cech, na których im zależy. Każdy chce kogoś miłego, inteligentnego, interesującego, zdrowego i może atrakcyjnego fizycznie, z dobrymi możliwościami zarobkowania, całej tej listy cech, ale to pierwsza kwestia.... Kiedy spędzicie razem wystarczająco dużo czasu, to nie te rzeczy cię czynią chcemy zostać razem. Chodzi po prostu o to, że to ta konkretna osoba – to jest dla

ciebie cenne, więc tak naprawdę nie tyle potrzebujesz kontraktu, ile uczucia, które sprawia, że nie chcesz się rozstawać, chociaż obiektywnie może istnieć lepsza opcja Dostępny dla Ciebie.

Powiedziawszy inaczej: Miłość jest jak przestępczość zorganizowana. Zmienia strukturę gry małżeńskiej w taki sposób, że równowaga staje się wynikiem, który jest najlepszy dla wszystkich. Dramaturg George Bernard Shaw napisał kiedyś o małżeństwie: „Jeśli więzień jest szczęśliwy, po co go zamykać? Jeśli tak nie jest, po co udawać, że jest?” Teoria gier oferuje subtelną odpowiedź na tę konkretną zagadkę. Szczęście jest zamkiem. Argument oparty na teorii gier na rzecz miłości uwydatnia jeszcze jeden punkt: małżeństwo to dylemat więźnia, w którym możesz wybrać osobę, z którą jesteś w zмовie. Może się to wydawać małą zmianą, ale potencjalnie ma duży wpływ na strukturę gry, w którą grasz. Gdybyś wiedział, że z jakiegoś powodu twój partner w zbrodni byłby nieszczęśliwy, gdyby cię nie było w pobliżu – taki rodzaj nieszczęścia, którego nie wyleczy nawet milion dolarów – wtedy znacznie mniej martwiłbyś się tym, że uciekną i zostawią cię samego. gnić w więzieniu. Zatem racjonalny argument za miłością jest dwojaki: emocje przywiązania nie tylko chronią cię przed rekurencyjnym nadmiernym przemyśleniem intencji partnera, ale także poprzez zmianę korzyści faktycznie umożliwiają osiągnięcie lepszego wyniku. Co więcej, możliwość mimowolnego zakochania się sprawia, że z kolei stajesz się bardziej atrakcyjnym partnerem. Twoja zdolność do złamań serc i spania z emocjonalnymi rybami to właśnie ta cecha, która czyni cię tak wiernym współnikiem.

Kaskady informacyjne

Tragiczna racjonalność baniek

Ileokroć znajdziesz się po stronie większości, nadszedł czas, aby zatrzymać się i zastanowić. — MAREK TWAIN

Jednym z powodów, dla których warto zwracać uwagę na zachowanie innych, jest to, że robiąc to, możesz dodać ich informacje o świecie do swoich. Popularna restauracja jest prawdopodobnie dobra; na wpół pusta sala koncertowa to chyba zły znak; a jeśli ktoś, z kim rozmawiasz, nagle odwraca wzrok w stronę czegoś, czego nie widzisz, prawdopodobnie nie jest złym pomysłem odwrócenie głowy. Z drugiej strony uczenie się od innych nie zawsze wydaje się szczególnie racjonalne. Mody są wynikiem podążania za zachowaniami innych bez zakotwiczenia w jakiegokolwiek ukrytej obiektywnej prawdzie o świecie. Co gorsza, założenie, że działania innych ludzi są użytecznym przewodnikiem, może prowadzić do tego rodzaju podążania za stadem, co prowadzi do katastrofy gospodarczej. Jeśli wszyscy inni inwestują w nieruchomości, dobrym pomysłem wydaje się zakup domu; w końcu cena będzie tylko rosła. Prawda? Interesującym aspektem kryzysu kredytów hipotecznych w latach 2007–2009 jest to, że wszyscy zaangażowani w ten kryzys wydawali się mieć poczucie, że zostali niesprawiedliwie ukarani za zwykłe zrobienie tego, co powinni. Pokolenie Amerykanów, którzy dorastali w przekonaniu, że domy są inwestycją niezawodną i którzy widzieli, jak wszyscy wokół nich kupują domy pomimo (lub z powodu) szybko rosnących cen, zostało dotkliwie poparzonych, gdy ceny w końcu zaczęły spadać. Tymczasem bankierzy poczuli się niesprawiedliwie obwiniani za robienie tego, co zawsze robili – oferowanie możliwości, które ich klienci mogli zaakceptować lub odrzucić. W obliczu nagłego załamania rynku zawsze pojawia się pokusa przypisania winy. Teoria gier oferuje tutaj otrzeźwiająca perspektywę: takie katastrofy mogą się zdarzyć, nawet jeśli nikt nie jest winny. Właściwe zrozumienie mechanizmu baniek finansowych zaczyna się od zrozumienia aukcji. Chociaż aukcje mogą wydawać się niszowymi zakątkami gospodarki – przywołując na myśl albo obrazy olejne warte milion dolarów w Sotheby's i Christie's, albo Beanie Babies i inne przedmioty kolekcjonerskie w serwisie eBay – w rzeczywistości napędzają znaczną część gospodarki. Na przykład Google czerpie ponad 90% swoich przychodów ze sprzedaży reklam, a wszystkie te reklamy są sprzedawane na aukcjach. Tymczasem rządy wykorzystują aukcje do sprzedaży praw do pasm widma telekomunikacyjnego (takich jak

częstotliwości transmisji telefonii komórkowej), co generuje dziesiątki miliardów dolarów przychodów. W rzeczywistości wiele światowych rynków, od domów po książki i tulipany, działa poprzez aukcje różnych stylów. Jeden z najprostszych formatów aukcji polega na tym, że każdy uczestnik w tajemnicy zapisuje swoją ofertę, a ten, którego oferta jest najwyższa, wygrywa przedmiot za dowolną zapisaną cenę. Nazywa się to „aukcją pierwszej ceny z zapieczętowaną ofertą” i pochodzi z:

Z punktu widzenia algorytmicznej teorii gier jest z tym duży problem, a właściwie kilka. Po pierwsze, zwycięzca zawsze przepłaca: jeśli ty wyceniasz przedmiot na 25 dolarów, a ja wyceniam go na 10 dolarów, i oboje zaofერujemy nasze prawdziwe wyceny (25 i 10 dolarów), to ostatecznie kupisz go za 25 dolarów, gdy mogłeś to mieć za włoś za ponad 10 dolarów. Ten problem z kolei prowadzi do kolejnego, a mianowicie aby dobrze licytować – czyli nie przepłacać – trzeba przewidzieć prawdziwą wycenę pozostałych graczy w aukcji i odpowiednio „zaciemniać” swoją ofertę. To już wystarczająco źle — ale inni gracze również nie będą licytować swoich prawdziwych wycen, ponieważ zaciemniają swoje oferty w oparciu o swoje przewidywania! Wróciliśmy do krainy rekurencji. Inny klasyczny format aukcji, „aukcja holenderska” lub „aukcja malejąca”, stopniowo obniża cenę przedmiotu, aż ktoś będzie skłonny go kupić. Nazwa nawiązuje do aukcji kwiatów w Aalsmeer, największej aukcji kwiatów na świecie, która odbywa się codziennie w Holandii, ale aukcje holenderskie są bardziej powszechne, niż mogłoby się początkowo wydawać. Sklep wyszukujący niesprzedane przedmioty i właściciele wystawiający mieszkania po najwyższej cenie, jaką ich zdaniem wytrzyma rynek, oba mają wspólną cechę: sprzedawca prawdopodobnie zacznie optymistycznie i będzie obniżał cenę, aż znajdzie nabywcę. Aukcja malejąca przypomina aukcję pierwszej ceny, ponieważ masz większe prawdopodobieństwo wygranej, płacąc blisko górnej granicy swojego zakresu (tj. będziesz gotowy do składania ofert, gdy cena spadnie do 25 USD), dlatego będziesz chciał zaciemnić swoją ofertę o jakąś złożoną strategiczną kwotę. Kupujesz po 25 dolarów, czy trzymasz rękę na pulsie i czekasz na niższą cenę? Każda zaoszczędzona złotówka wiąże się z ryzykiem całkowitej straty.

Odwrotnością aukcji holenderskiej lub aukcji malejącej jest tak zwana „aukcja angielska” lub „aukcja rosnąca” – najbardziej znany format aukcji. Na aukcji w języku angielskim licytanci na zmianę podnoszą cenę, aż wszyscy oprócz jednego odpadną. To wydaje się oferować coś bliższego naszym oczekiwaniom: w tym przypadku, jeśli wyceniasz przedmiot na 25 USD, a ja wyceniam go na 10 USD, wygrasz go za nieco ponad 10 USD, bez konieczności sięgania aż do 25 USD lub znikania w dół listy. strategiczna królicza nora. Jednak zarówno aukcja holenderska, jak i aukcja angielska wprowadzają dodatkowy poziom złożoności w porównaniu z aukcją z zapieczętowaną ofertą. Obejmują one nie tylko prywatne informacje, którymi dysponuje każdy oferent, ale także publiczny przepływ zachowań podczas licytacji. (W przypadku aukcji holenderskiej to brak oferty ujawnia informacje, dając jasno do zrozumienia, że żaden z pozostałych oferentów nie wycenia przedmiotu na obecnym poziomie cenowym). I pod prawymi okolicznościami takie mieszanie danych prywatnych i publicznych może okazać się toksyczne. Wyobraź sobie, że licytanci mają wątpliwości co do własnych szacunków wartości przedmiotu aukcji – powiedzmy, prawa do odwiertów ropy w jakiejś części oceanu. Jak zauważa teoretyk gier z University College London, Ken Binmore, „ilość ropy w danym obszarze jest taka sama dla wszystkich, ale szacunki kupujących dotyczące tego, ile ropy prawdopodobnie będzie w danym obszarze, będą zależeć od różnych badań geologicznych. Takie ankiety są nie tylko drogie, ale także notorycznie niewiarygodne”. W takiej sytuacji naturalne wydaje się uważne przyjrzenie się ofertom przeciwników i uzupełnienie własnych, skromnych informacji prywatnych informacjami publicznymi. Ale te informacje publiczne mogą nie być tak pouczające, jak się wydaje. Tak naprawdę nie poznajesz przekonania innych licytantów – jedynie ich działania. I jest całkowicie możliwe, że ich zachowanie opiera się na twoim własnym, tak samo jak na twoje zachowanie wpływają ich zachowania. Łatwo to zrobić

wyobraźcie sobie grupę ludzi schodzących razem z urwiska, ponieważ „wszyscy inni” zachowywali się tak, jakby wszystko było dobrze – podczas gdy w rzeczywistości każda osoba miała wątpliwości, ale je tłumiła ze względu na widoczną pewność siebie wszystkich pozostałych w grupie. Podobnie jak w przypadku tragedii wspólnego pastwiska, ta porażka niekoniecznie jest winą graczy. Niezwykle wpływowa praca ekonomistów Sushila Bikhchandaniego, Davida Hirshleifera i Ivo Welcha wykazała, że w odpowiednich okolicznościach grupa agentów, którzy zachowują się doskonale racjonalnie i doskonale odpowiednio, może mimo wszystko paść ofiarą czegoś, co w rzeczywistości jest nieskończoną dezinformacją. Zaczęto to nazywać „kaskadą informacyjną”. Kontynuując scenariusz praw do odwiertów ropy naftowej, wyobraźmy sobie, że istnieje dziesięć firm, które mogą ubiegać się o prawa do danego obszaru. Na jednym z nich znajdują się badania geologiczne wskazujące, że obszar ten jest bogaty w ropę naftową; inna ankieta jest niejednoznaczna; rekonesans pozostałych ośmiu sugeruje, że jest jałowy. Jednak będąc konkurentami, firmy nie dzielą się między sobą wynikami ankiet, a zamiast tego mogą jedynie je oglądać działania innych. Kiedy rozpoczyna się aukcja, pierwsza firma z obiecującym raportem składa wysoką ofertę początkową. Druga firma, zachęcona tą ofertą do optymistycznego spojrzenia na własne, niejednoznaczne badanie, licytuje jeszcze wyżej. Trzecia firma ma słabą ankietę, ale teraz jej nie ufa w świetle tego, co uważa za dwie niezależne ankiety, które sugerują, że jest to kopalnia złota, więc składa nową, wysoką ofertę. Czwarta firma, która również ma słabą ankietę, jest teraz jeszcze bardziej skłonna ją zignorować, ponieważ wydaje się, że wszyscy trzej jej konkurenci uważają ją za zwycięzcę. Więc oni też licytują. „Konsensus” odrywa się od rzeczywistości. Utworzyła się kaskada. Żaden oferent nie zachował się irracjonalnie, ale ostateczny wynik to katastrofa. Jak to ujął Hirshleifer: „Kiedy ktoś zdecyduje się ślepo podążać za swoimi poprzednikami, niezależnie od własnego sygnału informacyjnego, dzieje się coś bardzo ważnego i jego działanie staje się pozbawione informacji dla wszystkich późniejszych decydentów. Obecnie publiczny zasób informacji już nie rośnie. Korzyści społeczne wynikające z posiadania informacji publicznej... ustały”. Aby zobaczyć, co dzieje się w prawdziwym świecie, gdy kontrolę przejmuje kaskada informacji, a licytujący nie mają prawie nic poza swoimi zachowaniami, aby oszacować wartość przedmiotu, wystarczy zajrzeć do tekstu Petera A. Lawrence'a z biologii rozwoju *The Making of a Fly*, który w W kwietniu 2011 r. na zewnętrznym rynku Amazon sprzedawano za 23 698 655,93 USD (plus 3,99 USD za wysyłkę). Jak i dlaczego ta – niewątpliwie szanowana – książka osiągnęła cenę sprzedaży przekraczającą 23 miliony dolarów? Okazuje się, że dwóch sprzedawców ustalało swoje ceny algorytmicznie jako stałe ułamki siebie: jeden zawsze ustalał ją na kwotę 0,99830-krotności ceny konkurenta, podczas gdy konkurent automatycznie ustalał własną cenę na 1,27059-krotność ceny drugiego. Najwyraźniej żaden ze sprzedawców nie pomyślał o ustaleniu limitu uzyskanych liczb i ostatecznie proces wymknął się całkowicie spod kontroli.

Możliwe, że podobny mechanizm działał podczas enigmatycznego i kontrowersyjnego „błyskawicznego krachu” na giełdzie z 6 maja 2010 r., kiedy w ciągu kilku minut cena kilku pozornie losowe spółki z indeksu S&P 500 wzrosły do ponad 100 000 dolarów na akcję, podczas gdy inne gwałtownie spadły – czasami do 0,01 dolara na akcję. Z dymem natychmiast poszło prawie 1 bilion dolarów. Jak zdumiony Jim Cramer z CNBC relacjonował na żywo: „To... to nie może tam być. To nie jest prawdziwa cena. No cóż, po prostu kup Procter! Po prostu idź i kup Procter & Gamble, zanotowali przyzwoity kwartał, po prostu idź i kup.... To znaczy ridi – to dobra okazja. Niedowierzenie Cramera wynika z tego, że jego prywatne informacje stoją w sprzeczności z informacjami publicznymi. Jest pozornie jedyną osobą na świecie, która jest w stanie zapłacić, w tym przypadku, 49 dolarów za akcje, które rynek najwyraźniej wycenia na mniej niż 40 dolarów, ale on się tym nie przejmuje; widział raporty kwartalne, jest pewien tego, co wie. Mówi się, że inwestorzy dzielą się na dwa szerokie obozy: inwestorów „fundamentalnych”, którzy inwestują w oparciu o to, co postrzegają jako podstawową wartość spółki, oraz inwestorów „technicznych”, którzy handlują w oparciu o wahania rynku. Rozwój

szybkiego handlu algorytmicznego zaburzył równowagę między tymi dwiema strategiami i często narzeka się, że komputery, nieprzywiązane do rzeczywistej wartości towarów, nie przejmując się wyceną podręcznika na dziesiątki milionów dolarów i akcji bluechipów na grosz – pogłębiają irracjonalność rynku. Choć krytyka ta jest zazwyczaj skierowana pod adresem komputerów, ludzie również robią to samo, o czym może świadczyć każda bańka inwestycyjna. Ponownie, wina często nie leży po stronie graczy, ale samej gry. Kaskady informacyjne nie oferują racjonalnej teorii tylko baniek, ale także mody i zachowań stadnych, bardziej ogólnie. Oferują opis tego, jak łatwo jest możliwe, że każdy rynek gwałtownie wzrośnie i załamie się, nawet w przypadku braku irracjonalności, wrogości lub nadużyć. Na wynos jest kilka. Po pierwsze, należy zachować ostrożność w przypadku przypadków, w których informacje publiczne wydają się przewyższać informacje prywatne, gdzie wiesz więcej o tym, co ludzie robią, niż dlaczego to robią, gdzie bardziej interesuje cię, czy twoje osądy pasują do konsensusu, niż do faktów. Kiedy głównie oczekujesz od innych, że wyznaczą kurs, oni mogą od razu patrzeć na ciebie, aby zrobić to samo. Po drugie, pamiętaj, że działania to nie przekonania; Kaskady powstają po części wtedy, gdy błędnie interpretujemy to, co myślą inni, na podstawie tego, co robią. Powinniśmy szczególnie wahać się przed unieważnieniem naszych własnych wątpliwości – a jeśli to zrobimy, możemy znaleźć sposób na rozpowszechnienie tych wątpliwości nawet w miarę postępów, aby inni nie odróżnili niechęci w naszych umysłach od ukrytego entuzjazmu w naszych działaniach. Na koniec, z dylematu więźnia, powinniśmy pamiętać, że czasami gra może mieć nieodwracalnie kiepskie zasady. Być może, gdy już wpadniemy w taką grę, nic nie będziemy mogli zrobić, ale teoria kaskad informacyjnych może nam w ogóle pomóc uniknąć takiej gry. A jeśli jesteś osobą, która zawsze robi to, co uważa za słuszne, bez względu na to, jak szaleni są to inni, nie wahaj się. Zła wiadomość jest taka, że będziecie się mylić częściej niż zwolennicy stada. Dobra wiadomość jest taka, że trzymanie się swoich przekonań stwarza pozytywny efekt zewnętrzny, umożliwiając ludziom wyciągnięcie trafnych wniosków z Twojego zachowania. Może nadejść moment, w którym uratujesz całe stado przed katastrofą.

Do własnych obliczeń

Zastosowanie informatyki w teorii gier ujawniło, że obowiązek opracowania strategii sam w sobie stanowi część – często dużą – ceny, jaką płacimy, konkurując ze sobą. A jak pokazują trudności związane z rekurencją, nigdzie cena nie jest tak wysoka, jak wtedy, gdy musimy wejść sobie nawzajem do głów. W tym przypadku algorytmiczna teoria gier umożliwia nam ponowne przemyślenie projektu mechanizmu: uwzględnienie nie tylko wyniku gier, ale także wysiłku obliczeniowego wymaganego od graczy. Widzieliśmy na przykład, jak pozornie nieszkodliwe mechanizmy aukcyjne mogą powodować różnego rodzaju problemy: nadmierne myślenie, przepłacanie, niekontrolowane kaskady. Ale sytuacja nie jest całkowicie beznadziejna. Tak naprawdę istnieje jeden konkretny projekt aukcji, który przecina ciężar rekurencji mentalnej niczym gorący nóż masło. Nazywa się to aukcją Vickreya. Nazwana na cześć noblisty ekonomisty Williama Vickreya aukcja Vickreya, podobnie jak aukcja pierwszej ceny, jest procesem aukcyjnym „zapieczonej oferty”. Oznacza to, że każdy uczestnik po prostu w tajemnicy zapisuje jedną liczbę, a wygrywa osoba, która zaoferuje najwyższą cenę. Jednak na aukcji w Vickrey zwycięzca płaci nie tyle, ile wynosi jego własna oferta, ale kwota licytanta, który zajął drugie miejsce. Oznacza to, że jeśli zaoferujesz 25 USD, a ja zaoferuję 10 USD, wygrywasz przedmiot po mojej cenie: musisz zapłacić tylko 10 USD. Dla teoretyka gier aukcja Vickreya ma wiele atrakcyjnych właściwości. Zwłaszcza dla teoretyka gier algorytmicznych jedna cecha szczególnie się wyróżnia: uczestnicy są zachęceni do uczciwości. Tak naprawdę nie ma lepszej strategii niż po prostu licytowanie „prawdziwej wartości” przedmiotu — dokładnie takiej, jaką Twoim zdaniem jest on wart. Licytowanie kwoty wyższej niż twoja prawdziwa wartość jest oczywiście głupie, ponieważ możesz utknąć w kupowaniu czegoś za więcej, niż myślisz, że jest warte. A licytowanie poniżej Twojej prawdziwej wartości (tj. zaciemnianie oferty) wiąże się z ryzykiem przegrania aukcji bez ważnego powodu, ponieważ nie pozwala to

zaoszczędzić żadnych pieniędzy — ponieważ jeśli wygrasz, zapłacisz tylko wartość drugiej -najwyższa oferta, niezależnie od tego, jak wysoka była Twoja oferta. To sprawia, że aukcja Vickreya, którą projektanci mechanizmów nazywają „odporną na strategię” lub po prostu „prawdziwą”. Na aukcji Vickreya uczciwość jest dosłownie najlepszą polityką. Co więcej, uczciwość pozostaje najlepszą polityką, niezależnie od tego, czy inni oferenci sami są uczciwi. W przypadku dylematu więźnia widzieliśmy, jak zdrada okazała się „dominującą” strategią – najlepszym posunięciem, niezależnie od tego, czy partner uciekł, czy współpracował. Z drugiej strony, na aukcji Vickreya dominującą strategią jest uczciwość. To święty Graal konstruktora mechanizmu. Nie musisz opracowywać strategii ani powtarzać. Wygląda na to, że aukcja Vickreya będzie kosztować sprzedającego trochę pieniędzy w porównaniu z aukcją pierwszej ceny, ale niekoniecznie jest to prawdą. Na aukcji pierwszej ceny każdy licytant zaniża swoją ofertę, aby uniknąć przepłacenia; na aukcji drugiej ceny Vickreya nie ma takiej potrzeby – w pewnym sensie sama aukcja optymalnie ceniuje ich ofertę. W rzeczywistości zasada teorii gier zwana „równoważnością przychodów” zakłada, że z biegiem czasu średnia oczekiwana cena sprzedaży na aukcji pierwszej ceny będzie dokładnie taka sama, jak na aukcji Vickreya. Zatem równowaga Vickreya zakłada, że ten sam oferent wygrywa przedmiot za tę samą cenę – bez jakiegokolwiek strategii ze strony żadnego z oferentów. Jak Tim Roughgarden mówi swoim studentom ze Stanfordu, aukcja Vickreya jest „niesamowita”. Dla teoretyka gier algorytmicznych z Uniwersytetu Hebrajskiego, Noama Nisana, ta wspaniałość ma w sobie coś niemal utopijnego. „Chcielibyście mieć jakieś zasady społeczne, w których nie warto kłamać, a wtedy ludzie nie będą tak często kłamać, prawda? To podstawowa idea. Z mojego punktu widzenia niesamowitą rzeczą w Vickreya jest to, że nie spodziewałbyś się, że w ogóle da się to zrobić, prawda? Zwłaszcza w przypadku aukcji, gdzie oczywiście chcę zapłacić mniej, jak można to w ogóle uzyskać... A mimo to Vickreya pokazuje, że jest na to sposób. Myślę, że to naprawdę fantastyczne.” Tak naprawdę lekcja ta wykracza daleko poza aukcje. W przełomowym odkryciu zwanym „zasadą objawienia” laureat Nagrody Nobla Roger Myerson udowodnił, że każdą grę wymagającą strategicznego maskowania prawdy można przekształcić w grę wymagającą jedynie zwykłej uczciwości. Paul Milgrom, ówczesny kolega Myersona, wspomina: „To jeden z tych wyników, na który, patrząc na to z różnych stron, z jednej strony jest to po prostu szokujące i niesamowite, a z drugiej trywialne. I to jest całkowicie cudowne, niesamowite: dzięki temu wiesz, że patrzysz na jedną z najlepszych rzeczy, jakie możesz zobaczyć. Zasada objawienia może na pierwszy rzut oka wydawać się trudna do zaakceptowania, ale jej dowód jest w rzeczywistości dość intuicyjny. Wyobraź sobie, że masz agenta lub prawnik, który będzie grał dla Ciebie. Jeśli ufasz, że będą reprezentować Twoje interesy, po prostu powiesz im dokładnie, czego chcesz i pozwolisz im zająć się w Twoim imieniu całym strategicznym cieniowaniem ofert i strategią rekurencyjną. Na aukcji Vickreya funkcję tę pełni sama gra. Zasada objawienia tylko rozszerza tę koncepcję: każda gra, w którą mogą grać dla ciebie agenci, w których powiesz prawdę, stanie się grą, w której uczciwość jest najlepsza, jeśli uwzględnione zostanie zachowanie, jakiego oczekujesz od agenta w zasady samej gry. Jak to ujął Nisan: „Podstawową rzeczą jest to, że jeśli nie chcesz, aby Twoi klienci optymalizowali przeciwko Tobie, lepiej optymalizuj dla nich. To cały dowód.... Jeśli zaprojektuję algorytm, który już dla Ciebie optymalizuje, nic nie możesz zrobić”. W ciągu ostatnich dwudziestu lat algorytmiczna teoria gier wniosła ogromny wkład w szereg praktycznych zastosowań: pomogła nam zrozumieć routing pakietów w Internecie, ulepszyła aukcje widma FCC, które przydzielają cenne (choć niewidoczne) dobra publiczne oraz udoskonaliła algorytmy dopasowujące, które łączą studenci ze szpitalami m.in. A to prawdopodobnie dopiero początek znacznie większej transformacji. „Po prostu drapiemy powierzchnię” – mówi Nisan. „Nawet w teorii dopiero zaczynamy to rozumieć. I jest jeszcze jedno pokolenie, prawdopodobnie aż do tego, co dzisiaj całkowicie rozumiem teoretycznie zostanie z powodzeniem zastosowany u ludzi. To pokolenie; Myślę, że nie więcej. To zajmie pokolenie. Francuski filozof egzystencjalizm Jean-Paul Sartre napisał słynne powiedzenie: „Piekło to inni ludzie”. Nie miał na myśli, że inni są z natury złośliwi lub nieprzyjemni, ale raczej, że komplikują nasze własne myśli i przekonania:

Kiedy myślimy o sobie, kiedy staramy się poznać siebie... korzystamy z wiedzy o nas, którą mają już inni ludzie. Osądzamy się za pomocą środków, którymi dysponują inni ludzie i dali nam je do osądzania siebie. W cokolwiek mówię o sobie, zawsze wkracza czyjś osąd. W to, co w sobie czuję, wkracza cudzy osąd.... Ale to wcale nie znaczy, że nie można mieć relacji z innymi ludźmi. Po prostu podkreśla, jak ogromne znaczenie dla każdego z nas mają wszyscy inni ludzie.

Być może, biorąc pod uwagę to, co widzieliśmy w tym rozdziale, moglibyśmy spróbować zrewidować stwierdzenie Sartre'a. Interakcja z innymi nie musi być koszmarem — chociaż w niewłaściwej grze z pewnością może tak być. Jak zauważył Keynes, popularność jest sprawą skomplikowaną, niemożliwą do rozwiązania i rekursywną lustrą; ale piękno w oku patrzącego nim nie jest. Przyjęcie strategii, która nie wymaga przewidywania, przewidywania, odczytywania lub zmieniania kursu ze względu na taktykę innych, jest jednym ze sposobów przecięcia węzła gordyjskiego rekurencji. Czasami taka strategia jest nie tylko łatwa – jest optymalna. Jeśli zmiana strategii nie pomoże, możesz spróbować zmienić grę. A jeśli nie jest to możliwe, możesz przynajmniej sprawować kontrolę nad grami, w które zdecydujesz się grać. Droga do piekła jest wybrukowana nieuleczalnymi rekursjami, złymi równowagami i kaskadami informacji. Szukaj gier, w których dominującą strategią jest uczciwość. Wtedy po prostu bądź sobą.

Wniosek

Obliczeniowa życzliwość

Mocno wierzę, że najważniejsze cechy ludzi mają charakter społeczny i że odciążenie przez maszyny wielu naszych obecnych, wymagających funkcji intelektualnych wreszcie da ludzkości czas i motywację do nauczenia się, jak dobrze żyć razem. — MERRILL FLOOD

Każdy system dynamiczny podlegający ograniczeniom przestrzennym i czasowym boryka się z podstawowym zestawem podstawowych i nieuniknionych problemów. Problemy te mają charakter obliczeniowy, co czyni komputery nie tylko naszymi narzędziami, ale także naszymi towarzyszami. Z tego wynikają trzy proste mądrości. Po pierwsze, istnieją przypadki, w których informatycy i matematycy zidentyfikowali dobre podejścia algorytmiczne, które można po prostu przenieść na problemy ludzkie. Przykładami są reguła 37%, kryterium najmniej ostatnio używane do obsługi przepełnionych pamięci podręcznych oraz górna granica ufności jako wskazówka podczas eksploracji. Po drugie, świadomość, że używasz optymalnego algorytmu, powinna przynieść ulgę, nawet jeśli nie uzyskasz oczekiwanych rezultatów. Zasada 37% zawodzi w 63% przypadków. Utrzymywanie pamięci podręcznej w LRU nie gwarantuje, że zawsze znajdziesz to, czego szukasz; w rzeczywistości jasnowidzenie też nie. Stosowanie podejścia opartego na górnej granicy zaufania w przypadku kompromisu eksploracja/wykorzystywanie nie oznacza, że nie będziesz żałować, a jedynie, że żale te będą kumulować się coraz wolniej w miarę upływu życia. Nawet najlepsza strategia czasami przynosi złe rezultaty – dlatego informatycy starają się rozróżnić „proces” od „wyniku”. Jeśli postępowałeś zgodnie z najlepszym możliwym procesem, zrobiłeś wszystko, co w Twojej mocy, i nie powinieneś się obwiniać, jeśli sprawy nie poszły po Twojej myśli. Wyniki trafiają na pierwsze strony gazet – w istocie to one kształtują świat, w którym żyjemy – więc łatwo popaść w obsesję na ich punkcie. Ale procesy są tym, nad czym mamy kontrolę. Jak to ujął Bertrand Russell: „wydaje się, że przy ocenie obiektywnej słuszności musimy brać pod uwagę prawdopodobieństwo. [...] Obiektywnie słuszny czyn to ten, który prawdopodobnie będzie najszcześniejszy. Określę to jako najmądrzejszy czyn. Możemy mieć nadzieję, że dopisze nam szczęście, ale powinniśmy starać się zachować mądrość. Nazwijmy to rodzajem stoicyzmu obliczeniowego. Wreszcie możemy wytyczyć wyraźną granicę między problemami, które dopuszczają proste rozwiązania, a problemami, które wymagają prostych rozwiązań problemów, których nie ma. Jeśli utkniesz w trudnym scenariuszu, pamiętaj, że heurystyka, przybliżenia i strategiczne wykorzystanie losowości mogą pomóc Ci znaleźć wykonalne rozwiązania. Temat, który wielokrotnie powracał w naszych wywiadach z informatykami, brzmiał: czasami „wystarczająco dobre” naprawdę jest wystarczająco dobre. Co więcej, świadomość złożoności może pomóc nam wybrać problemy: jeśli mamy kontrolę nad sytuacjami, z którymi się spotykamy, powinniśmy wybierać te, które są łatwe do rozwiązania. Ale nie wybieramy tylko problemów, które sami sobie stwarzamy. Wybieramy także problemy, które sobie nawzajem stawiamy, niezależnie od tego, czy jest to sposób, w jaki projektujemy miasto, czy sposób, w jaki zadajemy pytanie. Tworzy to zaskakujący pomost między informatyką a etyką — w formie zasady, którą nazywamy życzliwością obliczeniową. Zaobserwowaliśmy pewien paradoks podczas planowania wywiadów, które znalazły się w tej książce. Nasi rozmówcy byli średnio bardziej dostępni, gdy prosiliśmy o spotkanie, powiedzmy „w przyszły wtorek między 13:00 a 14:00”. czasu PST” niż „w dogodnym czasie w nadchodzącym tygodniu”. Na pierwszy rzut oka wydaje się to absurdalne, jak słynne badania, w których ludzie przekazują średnio więcej pieniędzy na ratowanie życia jednego pingwina niż ośmiu tysięcy pingwinów lub zgłaszają, że bardziej martwią się śmiercią w wyniku aktu terrorizmu niż śmiercią z jakiegokolwiek przyczyny, włączając terrorizm. W przypadku wywiadów wydaje się, że ludzie woleli otrzymać problem ograniczony, nawet jeśli ograniczenia zostały wyjęte z powietrza, niż szeroko otwarty. Pozornie łatwiej było im uwzględnić nasze preferencje i ograniczenia, niż obliczyć lepszą opcję w oparciu o własne.

Informatycy kiwnęliby w tym miejscu ze zrozumieniem głową, powołując się na lukę w złożoności między „weryfikacją” a „wyszukiwaniem” – która jest mniej więcej tak duża, jak różnica między znajomością dobrej piosenki, gdy ją usłyszysz, a napisaniem jej od razu. Jedną z ukrytych zasad informatyki, choć może to zabrzmieć dziwnie, głosi, że obliczenia są złe: podstawową dyrektywą każdego dobrego algorytmu jest minimalizowanie pracy myślowej. Kiedy wchodzimy w interakcję z innymi ludźmi, stawiamy im problemy obliczeniowe – nie tylko wyraźne prośby i żądania, ale ukryte wyzwania, takie jak interpretacja naszych intencji, naszych przekonań i naszych preferencji. Jest zatem oczywiste, że obliczeniowe zrozumienie takich problemów rzuca światło na naturę interakcji międzyludzkich. Możemy być „obliczeniowi obliczeniowo” dla innych, formułując problemy w kategoriach, które ułatwiają podstawowy problem obliczeniowy. Ma to znaczenie, ponieważ wiele problemów – zwłaszcza społecznych, jak widzieliśmy – jest z natury i nierozzerwalnie trudnych. Rozważmy ten bardzo powszechny scenariusz. Grupa przyjaciół stoi w pobliżu i próbuje dowiedzieć się, gdzie pójść na kolację. Każdy z nich wyraźnie ma jakieś preferencje, choć potencjalnie słabe. Żaden z nich nie chce jednak wyraźnie określić swoich preferencji, więc zamiast tego grzecznie poruszają się po zagrożeniach społecznych, posługując się domysłami i półpodpowiedziami. Być może uda im się osiągnąć rozwiązanie, które będzie satysfakcjonujące dla wszystkich. Ale ta procedura może łatwo zakończyć się niepowodzeniem. Na przykład latem po studiach Brian i dwóch przyjaciół pojechali do Hiszpanii. Negocjowali plan wycieczki w locie i w pewnym momencie stało się jasne, że nie będą mieli czasu, aby udać się na walkę byków, którą wyszukali i zaplanowali. Dopiero wtedy, gdy każdy z trzech próbował pocieszyć pozostałych, nagle odkryli, że tak naprawdę żaden z nich nie chciał od razu oglądać walki byków. Każdy z nich po prostu odważnie przyjął poziom entuzjazmu, jaki uważał za drugi, tworząc w ten sposób poziom entuzjazmu, który pozostali po kolei przejmowali. Podobnie pozornie nieszkodliwy język, taki jak „Och, jestem elastyczny” lub „Co chcesz robić dziś wieczorem?” ma ciemne oblicze obliczeniowe, które powinno skłonić Cię do zastanowienia się dwa razy. Sprawia wrażenie życzliwości, ale powoduje dwie głęboko niepokojące rzeczy. Po pierwsze, mija się z celem poznawczym: „Oto problem, poradzisz sobie z nim”. Po drugie, nie podając swoich preferencji, zachęca innych do ich symulowania lub wyobrażania sobie. Jak widzieliśmy, symulacja umysłów innych osób jest jednym z największych wyzwań obliczeniowych, przed jakimi może stanąć umysł (lub maszyna). W takich sytuacjach życzliwość obliczeniowa i konwencjonalna etykieta różnią się. Grzeczne zatajenie swoich preferencji naraża resztę grupy na obliczeniowy problem wywnioskowania ich. W przeciwieństwie do tego, grzeczne przedstawienie swoich preferencji („Osobiście skłaniam się ku x. Co o tym myślisz?”) pomaga wziąć na siebie ciężar poznawczy związany z doprowadzeniem grupy do rozwiązania. Alternatywnie możesz spróbować zmniejszyć, a nie maksymalizować liczbę opcji, które dajesz innym osobom, na przykład oferując wybór między dwiema lub trzema restauracjami zamiast dziesięciu. Jeśli każda osoba w grupie wyeliminuje najmniej preferowaną opcję, ułatwi to wszystkim zadanie. A jeśli zapraszasz kogoś na lunch lub planujesz spotkanie, dobrym punktem wyjścia będzie zaoferowanie jednej lub dwóch konkretnych propozycji, które ta osoba może zaakceptować lub odrzucić. Żadne z tych działań nie jest koniecznie „grzeczne”, ale wszystkie mogą znacznie obniżyć koszt obliczeniowy interakcji. Dobroć obliczeniowa to nie tylko zasada zachowania; to także zasada projektowania. W 2003 roku informatyk z Uniwersytetu Waterloo, Jeffrey Shallit, zbadał, która moneta, jeśli zostanie wprowadzona do obiegu w Stanach Zjednoczonych, najbardziej pomoże zminimalizować liczbę monet potrzebnych średnio do wydania reszty. Ku uciesze, odpowiedź okazała się 18-centowa, ale Shallit nieco powstrzymywał się od wydania zaleceń politycznych ze względu na problemy obliczeniowe. Obecnie wprowadzanie zmian jest banalnie proste: w przypadku dowolnej kwoty użyj po prostu jak największej liczby ćwiartek, nie przekraczając jej, a następnie jak największej liczby dziesięciocentówek i tak dalej, aż do nominatów. Na przykład pięćdziesiąt cztery centy to dwie ćwiartki, a potem cztery grosze. W przypadku monety 18-centowej ten prosty algorytm nie jest już optymalny: pięćdziesiąt cztery centy najlepiej jest wówczas uzyskać z trzech sztuk 18-centowych – bez żadnych ćwiartek. W

rzeczywistości Shallit zauważył, że niezgrabne denominacje zmieniają wprowadzanie zmian w coś „co najmniej tak trudnego [...] jak problem komiwojażera”. To wiele, jeśli chodzi o kasjera. Shallit stwierdził, że jeśli weźmie się pod uwagę łatwość obliczeń, wówczas podaż pieniądza w USA mogłaby najlepiej wykorzystała albo 2-, albo 3-centową sztukę. Nie tak ekscytujące jak moneta 18-centowa, ale prawie tak dobre, a na dłuższą metę lepsze obliczeniowo. Głębszą kwestią jest to, że subtelne zmiany w projekcie mogą radykalnie zmienić rodzaj problemów poznawczych, na jakie napotykają użytkownicy. Na przykład architekci i urbaniści mają wybór, w jaki sposób będą konstruować nasze środowisko, co oznacza, że mają wybór w zakresie struktury problemów obliczeniowych, które musimy rozwiązać. Weźmy pod uwagę duży parking z wieloma różnymi pasami ruchu, taki jaki często można znaleźć na stadionach i centrach handlowych. Możesz jechać jednym pasem w kierunku celu, zobaczyć miejsce, zdecydować się z niego zrezygnować na rzecz (miejmy nadzieję) lepszego, położonego dalej z przodu – ale potem, nie znajdując takiego szczęścia, dotrzesz do celu i udasz się w dół sąsiednim pasem. Po pewnym czasie jazdy musisz zdecydować, czy inne miejsce jest wystarczająco dobre, aby zająć, czy też tak daleko, że zamiast tego spróbujesz przeszukać trzeci pas. Perspektywa algorytmiczna jest tutaj przydatna nie tylko dla kierowcy, ale także dla architekta. Porównaj zawiły, chaotyczny problem decyzyjny stwarzany przez jedną z tych działek z pojedynczą liniową ścieżką oddalającą się od celu. W takim przypadku po prostu zajmuje się pierwsze dostępne miejsce – bez teorii gier, bez analiz, bez potrzeby stosowania zasady „popatrz, a potem przeskocz”. Niektóre garaże są zbudowane w ten sposób, z pojedynczą spiralą wijącą się w górę od poziomu gruntu. Ich obciążenie obliczeniowe wynosi zero: po prostu jedź do przodu, aż pojawi się pierwsze miejsce, a następnie je zabiera. Niezależnie od innych możliwych czynników przemawiających za i przeciw tego rodzaju konstrukcji, z całą pewnością możemy powiedzieć, że jest ona kognitywnie humanitarna dla swoich sterowników – obliczeniowa. Jednym z głównych celów projektowania powinna być ochrona ludzi przed niepotrzebnymi napięciami, tarciami i pracą umysłową. (To nie jest tylko abstrakcyjny problem; na przykład, gdy parkowanie w centrum handlowym staje się źródłem stresu, kupujący mogą wydać mniej pieniędzy i rzadziej wracać). Planiści miejscy i architekci rutynowo rozważają, w jaki sposób różne projekty działek będą wykorzystywać zasoby, takie jak ograniczona przestrzeń, materiały i pieniądze. Rzadko jednak wyjaśniają sposób, w jaki ich projekty obciążają zasoby obliczeniowe osób, które z nich korzystają. Rozpoznanie algorytmicznych podstaw naszego codziennego życia – w tym przypadku optymalnego zatrzymywania – nie tylko umożliwi kierowcom podejmowanie najlepszych decyzji w konkretnym scenariuszu, ale także zachęci planistów do większej troski o problemy, które wymuszają kierowcy w pierwszej kolejności. Istnieje wiele innych przypadków, w których nasuwają się projekty łagodniejsze obliczeniowo. Rozważmy na przykład zasady dotyczące miejsc w restauracjach. Niektóre restauracje stosują politykę „otwartych miejsc”, zgodnie z którą oczekujący klienci po prostu zatrzymują się, aż stół się otworzy, a stolik otrzymuje pierwszy, który usiądzie. Inni wezmą Twoje nazwisko, pozwolą Ci wypić drinka przy barze i powiadomią Cię, gdy stolik będzie gotowy. Takie podejścia do zarządzania rzadkimi współdzielonymi zasobami odzwierciedlają rozróżnienie w informatyce pomiędzy „wirowaniem” a „blokowaniem”. Kiedy wątek przetwarzający żąda zasobu i nie może go uzyskać, komputer może pozwolić temu wątkowi na „obrócenie się” – aby kontynuować sprawdzanie zasobu w ciągłym pytaniu „Czy jest już gotowy?” pętla — lub może „zablokować”: zatrzymaj ten wątek, popracuj nad czymś innym, a następnie wróć, gdy zasób stanie się wolny. Dla informatyka jest to praktyczny kompromis: porównanie czasu straconego na wirowanie z czasem straconym na zmianę kontekstu. Jednak w restauracji nie wszystkie wymieniane zasoby należą do nich. Polityka „wirowania” szybciej zapełnia puste stoły, ale zużywające się w międzyczasie procesory to umysły klientów, uwięzione w żmudnej, ale pochłaniającej czujności. Jako równoległy przykład rozważmy problem obliczeniowy stwarzany przez przystanek autobusowy. Jeśli na żywo jest wyświetlana informacja, że następny autobus „przyjedzie za 10 minut”, wówczas możesz raz zdecydować, czy poczekać, zamiast traktować ciągłe nieprzyjeżdżanie autobusu jako strumień

wnioskowanych dowodów, chwila po chwili, i musieć na nowo decydować. Co więcej, możesz odwrócić swoją uwagę od mrużenia oczu i kręcenia się na drodze przez te dziesięć minut z rzędu. (W przypadku miast, które nie wdrożyły implementacji niezbędnej do przewidzenia następnego przyjazdu, widzieliśmy, jak wnioskowanie bayesowskie może nawet pozwolić na poznanie, kiedy ostatni autobus odjechał z przydatnego zastępczego miejsca). Takie subtelne akty uprzejmości obliczeniowej mogłyby równie dobrze wpłynąć na liczbę pasażerów, jak jeśli nie więcej, jak dotowanie biletów: pomyśl o tym jako o dotacji poznawczej. Jeśli potrafimy być miłsi dla innych, możemy być także miłsi dla siebie. Nie tylko bardziej obliczeniowo — wszystkie algorytmy i pomysły, które omówiliśmy, pomogą w tym. Ale też bardziej wyrozumiały. Intuicyjny standard racjonalnego podejmowania decyzji polega na dokładnym rozważeniu wszystkich dostępnych opcji i wybraniu najlepszej. Na pierwszy rzut oka komputery wyglądają jak wzorce tego podejścia, przebijając się przez złożone obliczenia tak długo, jak potrzeba, aby uzyskać doskonałe odpowiedzi. Ale jak widzieliśmy, jest to przestarzały obraz tego, co robią komputery: to luksus, na jaki pozwala rozwiązać łatwy problem. W trudnych przypadkach najlepsze algorytmy polegają na robieniu tego, co ma największy sens w jak najkrótszym czasie, co w żadnym wypadku nie wymaga dokładnego rozważenia każdego czynnika i przeprowadzenia wszystkich obliczeń do końca. Życie jest na to po prostu zbyt skomplikowane. W niemal każdej dziedzinie, którą rozważaliśmy, widzieliśmy, jak uwzględniamy więcej czynników ze świata rzeczywistego — czy to posiadanie niekompletnych informacji podczas rozmów kwalifikacyjnych z kandydatami do pracy, radzenie sobie ze zmieniającym się światem podczas prób rozwiązania dylematu eksploracja/wykorzystywanie, czy też posiadanie pewnych gdy staramy się coś załatwić, zadania zależą od innych — tym bardziej prawdopodobne jest, że znajdziemy się w sytuacji, w której znalezienie idealnego rozwiązania zajmie nieracjonalnie dużo czasu. I rzeczywiście, ludzie prawie zawsze konfrontują się z tym, co informatyka uważa za trudne przypadki. W obliczu tak trudnych przypadków skuteczne algorytmy przyjmują założenia, skłaniają się ku prostszym rozwiązaniom, porównują koszty błędu z kosztami opóźnień i ryzykują. To nie są ustępstwa, na które idziemy, gdy nie potrafimy zachować się racjonalnie. To właśnie oznacza bycie racjonalnym.